ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Μικροοικονομική Θεωρία ΙΙΙ (3/4)

Ενότητα # XXX : Μικροοικονομική

Βαγγέλης Τζουβελέκας
Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται στην άδεια χρήσης **Creative Commons** και ειδικότερα:

  Αναφορά Δημιουργού - Μη εμπορική Χρήση - Όχι Παράγωγα Έργα
  (Attribution - Non Commercial - Non-derivatives)

  Το υλικό είναι ελεύθεροι για Διανομή: για αναπαραγωγή, διανομή, παρουσίαση στο κοινό του Έργου

- Εξαιρείται από την ως άνω άδεια υλικό που περιλαμβάνεται στις διαφάνειες του μαθήματος, και υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης. Η άδεια χρήσης στην οποία υπόκειται το υλικό αυτό αναφέρεται ρητώς.

Περιεχόμενα 3^{ης} Ενότητας

1. Δημόσια Αγαθά
   - Ορισμοί
   - Μερική Ισορροπία των Δημοσίων Αγαθών
   - Γενική Ισορροπία
   - Εθελοντική Παροχή των Δημόσιων Αγαθών
   - Επικερδής Αποκάλυψη των Προτιμήσεων
   - Διανομή Αγαθών και Πνευματική Ιδιοκτησία
   - Λέσχες Καταναλωτών
   - Ο Φόρος Κλαρκ
   - Διοργάνωση Λοπαρίας

Διάκριση των Αγαθών

Διάκριση των Αγαθών

1. Samuelson: αγαθά μη-ανταγωνιστικά στην κατανάλωση
    - $x_a = x_b = \bar{x}$

Διάκριση των Αγαθών

1. Samuelson: αγαθά μη-ανταγωνιστικά στην κατανάλωση
   - $x_a = x_b = \bar{x}$
2. Musgrave: αρχή του αποκλεισμού και ανταγωνιστικότητα στην κατανάλωση

Διάκριση των Αγαθών

1. Samuelson: αγαθά μη-ανταγωνιστικά στην κατανάλωση
   - $x_a = x_b = \bar{x}$
2. Musgrave: αρχή του αποκλεισμού και ανταγωνιστικότητα στην κατανάλωση

	Αποκλεισμός απο την κατανάλωση	
	Εφικτός	Ανέφικτος
Ανταγωνιστική	**I**	**II**
Μη-Ανταγωνιστική	**III**	IV

Διάκριση των Αγαθών

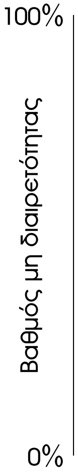
1. Samuelson: αγαθά μη-ανταγωνιστικά στην κατανάλωση
   - $x_a = x_b = \bar{x}$
2. Musgrave: αρχή του αποκλεισμού και ανταγωνιστικότητα στην κατανάλωση

	Αποκλεισμός απο την κατανάλωση	
	Εφικτός	Ανέφικτος
Ανταγωνιστική	**I**	**II**
Μη-Ανταγωνιστική	**III**	IV

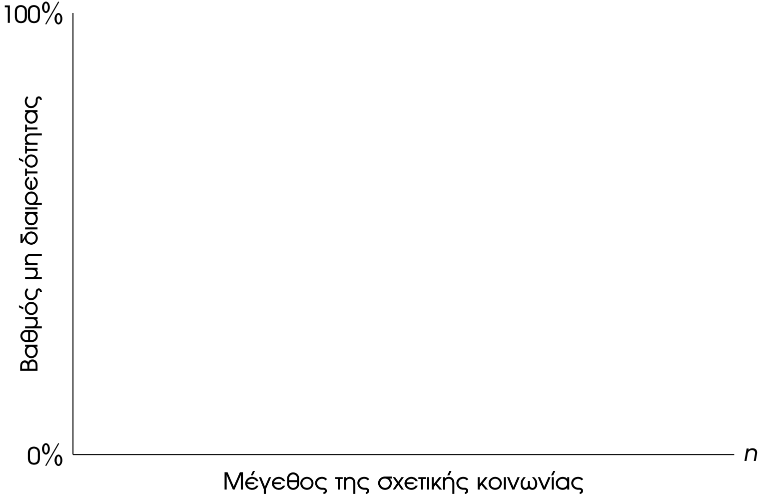
3. Buchanan: βαθμός διαιρετότητας των αγαθών και το μέγεθος της σχετικής κοινωνίας

Διάκριση των Αγαθών

Διάκριση των Αγαθών

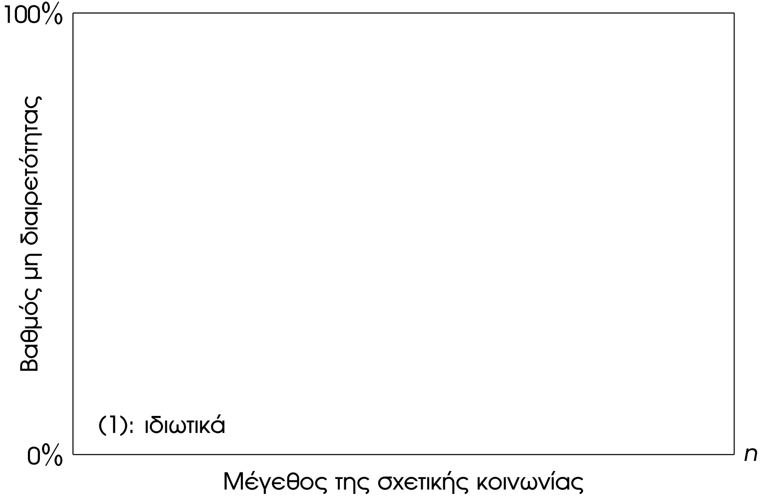


Διάκριση των Αγαθών

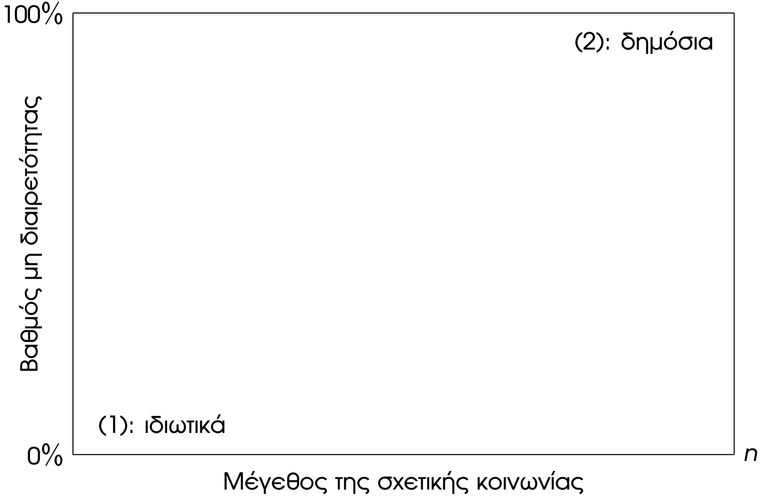


Διάκριση των Αγαθών

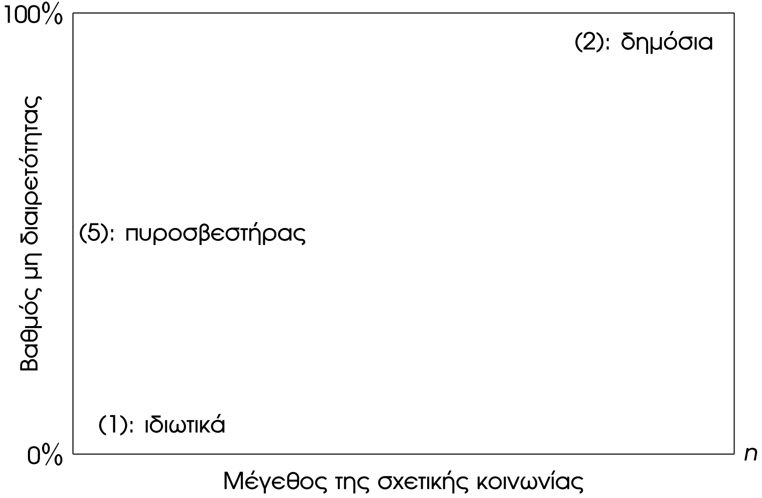
Διάκριση των Αγαθών



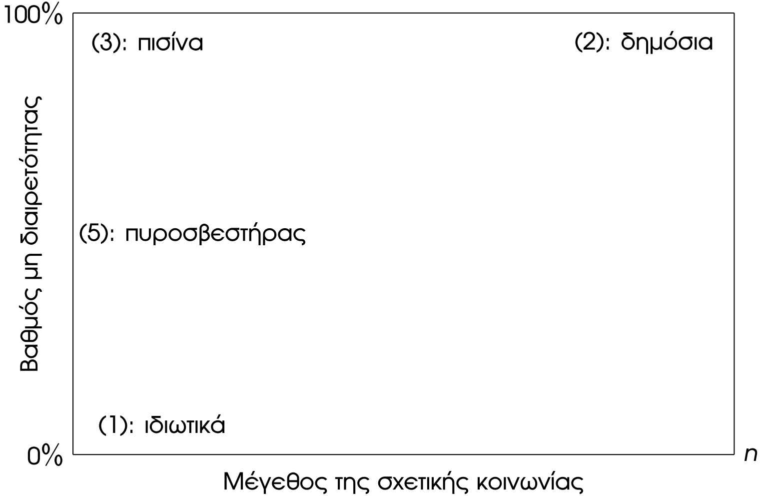
Διάκριση των Αγαθών



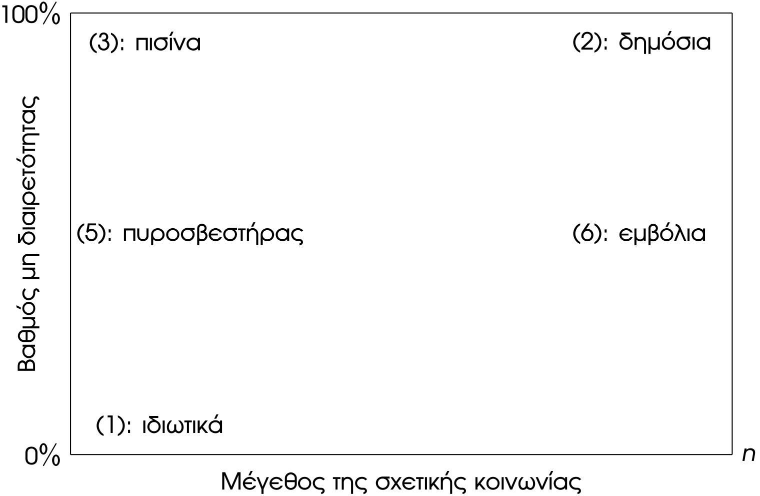
Διάκριση των Αγαθών



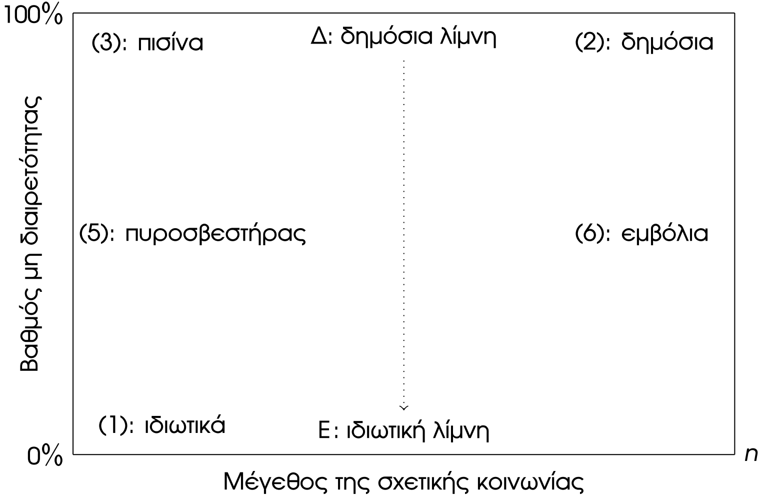
Διάκριση των Αγαθών



Διάκριση των Αγαθών



Διάκριση των Αγαθών



Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A:

$$u_a = f_a\left(x, y_a\right)$$

y_a: ιδιωτικό αγαθό, x: δημόσιο αγαθό

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A:

$$u_a = f_a(x, y_a)$$

y_a: ιδιωτικό αγαθό, x: δημόσιο αγαθό

Εάν υποθέσουμε:

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A:

$$u_a = f_a\left(x, y_a\right)$$

y_a: ιδιωτικό αγαθό, x: δημόσιο αγαθό

Εάν υποθέσουμε:

- $p_y = 1$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A:

$$u_a = f_a\left(x, y_a\right)$$

y_a: ιδιωτικό αγαθό, x: δημόσιο αγαθό
Εάν υποθέσουμε:

- $p_y = 1$
- $c_x = MC_x = AC_x$ (πλήρως ελαστική συνάρτηση προσφοράς)

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A:

$$u_a = f_a\left(x, y_a\right)$$

y_a: ιδιωτικό αγαθό, x: δημόσιο αγαθό
Εάν υποθέσουμε:

- $p_y = 1$
- $c_x = MC_x = AC_x$ (πλήρως ελαστική συνάρτηση προσφοράς)
- $0 \leq \tau \leq 1$: η ποσοστιαία συμβολή του στο κόστος παραγωγής του x

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A:

$$u_a = f_a\left(x, y_a\right)$$

y_a: ιδιωτικό αγαθό, x: δημόσιο αγαθό

Εάν υποθέσουμε:

- $p_y = 1$
- $c_x = MC_x = AC_x$ (πλήρως ελαστική συνάρτηση προσφοράς)
- $0 \leq \tau \leq 1$: η ποσοστιαία συμβολή του στο κόστος παραγωγής του x

Τότε ο εισοδηματικός περιορισμός του A:

$$I_a = y_a + (\tau c_x)x$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A:

$$u_a = f_a\left(x, y_a\right)$$

y_a: ιδιωτικό αγαθό, x: δημόσιο αγαθό

Εάν υποθέσουμε:

- $p_y = 1$
- $c_x = MC_x = AC_x$ (πλήρως ελαστική συνάρτηση προσφοράς)
- $0 \leq \tau \leq 1$: η ποσοστιαία συμβολή του στο κόστος παραγωγής του x

Τότε ο εισοδηματικός περιορισμός του A:

$$I_a = y_a + (\tau c_x)x \Rightarrow \tilde{I}_a\left(= y_a\right) = I_a - \tau c_x x$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A:

$$u_a = f_a\left(x, y_a\right)$$

y_a: ιδιωτικό αγαθό, x: δημόσιο αγαθό

Εάν υποθέσουμε:

- $p_y = 1$
- $c_x = MC_x = AC_x$ (πλήρως ελαστική συνάρτηση προσφοράς)
- $0 \leq \tau \leq 1$: η ποσοστιαία συμβολή του στο κόστος παραγωγής του x

Τότε ο εισοδηματικός περιορισμός του A:

$$I_a = y_a + (\tau c_x)x \Rightarrow \tilde{I}_a\left(= y_a\right) = I_a - \tau c_x x$$

Επομένως, $TC_x = c_x x$ είναι το συνολικό κόστος παραγωγής του δημόσιου αγαθού και $c_a = \tau c_x$ είναι η ατομική τιμή για το x την οποία καταβάλλει ο A.

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Ο A επιλέγει τον συνδυασμό ιδιωτικού και δημόσιου αγαθού ο οποίος μεγιστοποιεί την παρακάτω συνάρτηση χρησιμότητας:

$$\max_{x} u_a = f_a\left(x, I_a - \tau c_x x\right)$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Ο A επιλέγει τον συνδυασμό ιδιωτικού και δημόσιου αγαθού ο οποίος μεγιστοποιεί την παρακάτω συνάρτηση χρησιμότητας:

$$\max_{x} u_a = f_a \left(x, I_a - \tau c_x x \right)$$

Η συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Ο A επιλέγει τον συνδυασμό ιδιωτικού και δημόσιου αγαθού ο οποίος μεγιστοποιεί την παρακάτω συνάρτηση χρησιμότητας:

$$\max_{x} u_a = f_a\left(x, I_a - \tau c_x x\right)$$

Η συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial f_a}{\partial x} - \frac{\partial f_a}{\partial y_a}\tau c_x = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Ο A επιλέγει τον συνδυασμό ιδιωτικού και δημόσιου αγαθού ο οποίος μεγιστοποιεί την παρακάτω συνάρτηση χρησιμότητας:

$$\max_{x} u_a = f_a\left(x, I_a - \tau c_x x\right)$$

Η συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial f_a}{\partial x} - \frac{\partial f_a}{\partial y_a}\tau c_x = 0 \Rightarrow \frac{MU_a^x}{MU_a^y} = \tau c_x$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Ο A επιλέγει τον συνδυασμό ιδιωτικού και δημόσιου αγαθού ο οποίος μεγιστοποιεί την παρακάτω συνάρτηση χρησιμότητας:

$$\max_{x} u_a = f_a\left(x, I_a - \tau c_x x\right)$$

Η συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial f_a}{\partial x} - \frac{\partial f_a}{\partial y_a}\tau c_x = 0 \Rightarrow \frac{MU_a^x}{MU_a^y} = \tau c_x \Rightarrow \boxed{MRS_a^{y,x} = \tau c_x}$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Ο A επιλέγει τον συνδυασμό ιδιωτικού και δημόσιου αγαθού ο οποίος μεγιστοποιεί την παρακάτω συνάρτηση χρησιμότητας:

$$\max_x u_a = f_a\left(x, I_a - \tau c_x x\right)$$

Η συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

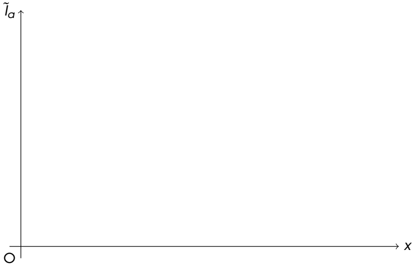
$$\frac{\partial f_a}{\partial x} - \frac{\partial f_a}{\partial y_a}\tau c_x = 0 \Rightarrow \frac{MU_a^x}{MU_a^y} = \tau c_x \Rightarrow \boxed{MRS_a^{y,x} = \tau c_x}$$

Λύνοντας την παραπάνω σχέση ως προς x προκύπτει η συνάρτηση ζήτησης για το δημόσιο αγαθό για τον A:

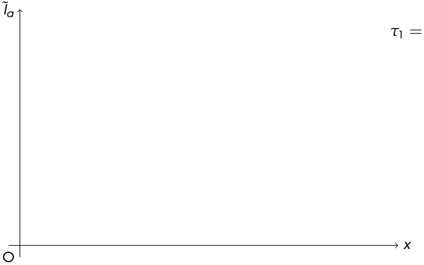
$$x_a = f_a\left(\tau c_x, I_a\right)$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

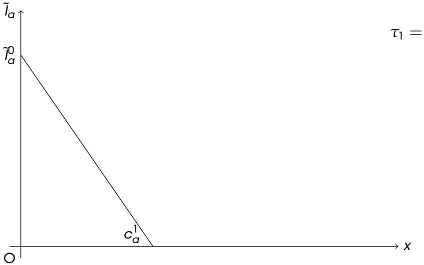


Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



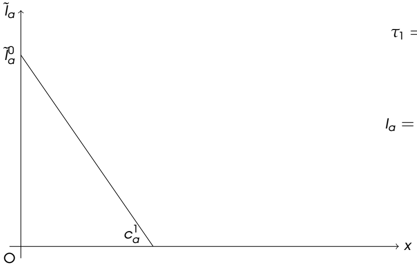
$\tau_1 = 1 \rightarrow c_a^1 = c_x$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



$\tau_1 = 1 \rightarrow c_a^1 = c_x$

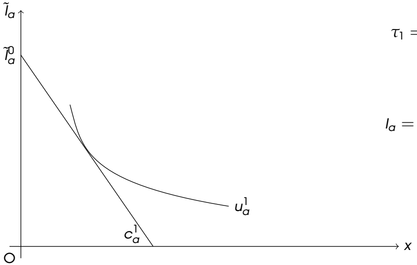
Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



$$\tau_1 = 1 \to c_a^1 = c_x$$

$$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$$

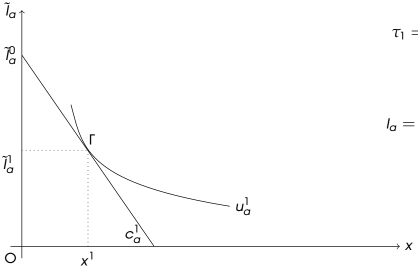
Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



$$\tau_1 = 1 \rightarrow c_a^1 = c_x$$

$$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$$

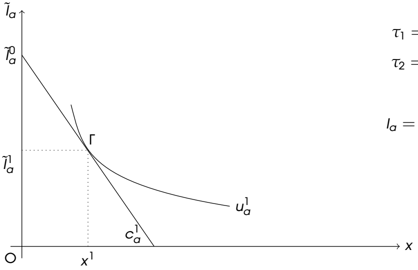
Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



$$\tau_1 = 1 \rightarrow c_a^1 = c_x$$

$$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

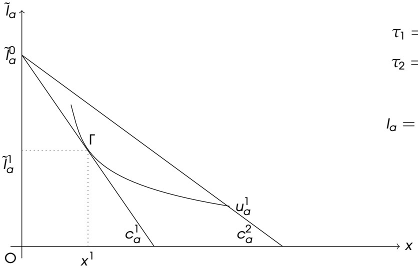


$\tau_1 = 1 \rightarrow c_a^1 = c_x$

$\tau_2 = 0.75 \rightarrow c_a^2 = 0.75 c_x$

$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

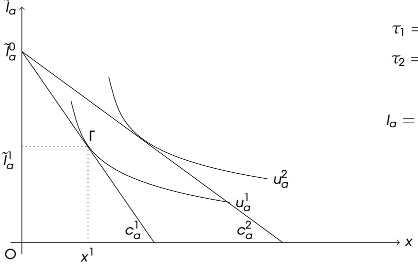


$\tau_1 = 1 \to c_a^1 = c_x$

$\tau_2 = 0.75 \to c_a^2 = 0.75c_x$

$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

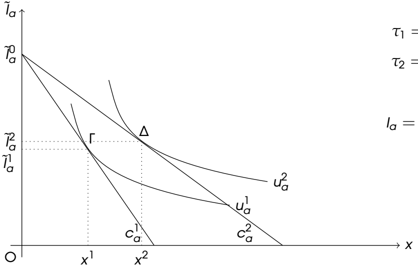


$\tau_1 = 1 \rightarrow c_a^1 = c_x$

$\tau_2 = 0.75 \rightarrow c_a^2 = 0.75 c_x$

$$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

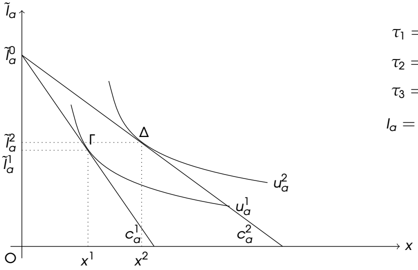


$\tau_1 = 1 \rightarrow c_a^1 = c_x$

$\tau_2 = 0.75 \rightarrow c_a^2 = 0.75c_x$

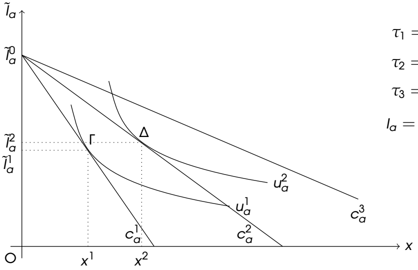
$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



$$\tau_1 = 1 \to c_a^1 = c_x$$
$$\tau_2 = 0.75 \to c_a^2 = 0.75c_x$$
$$\tau_3 = 0.50 \to c_a^3 = 0.50c_x$$
$$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



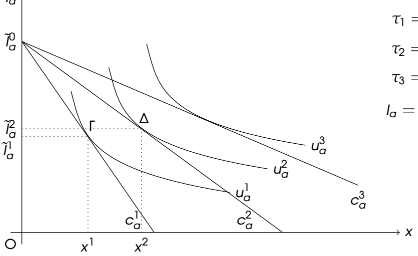
$\tau_1 = 1 \to c_a^1 = c_x$

$\tau_2 = 0.75 \to c_a^2 = 0.75c_x$

$\tau_3 = 0.50 \to c_a^3 = 0.50c_x$

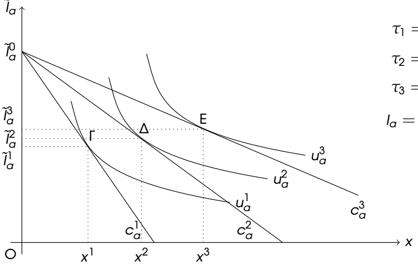
$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



$$\tau_1 = 1 \rightarrow c_a^1 = c_x$$
$$\tau_2 = 0.75 \rightarrow c_a^2 = 0.75c_x$$
$$\tau_3 = 0.50 \rightarrow c_a^3 = 0.50c_x$$
$$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



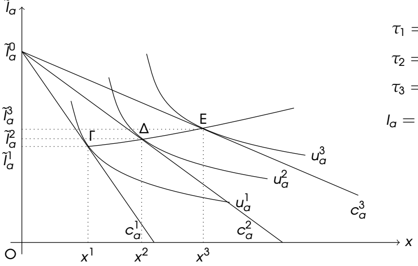
$\tau_1 = 1 \rightarrow c_a^1 = c_x$

$\tau_2 = 0.75 \rightarrow c_a^2 = 0.75 c_x$

$\tau_3 = 0.50 \rightarrow c_a^3 = 0.50 c_x$

$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



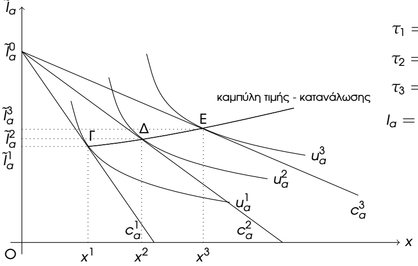
$$\tau_1 = 1 \rightarrow c_a^1 = c_x$$

$$\tau_2 = 0.75 \rightarrow c_a^2 = 0.75c_x$$

$$\tau_3 = 0.50 \rightarrow c_a^3 = 0.50c_x$$

$$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



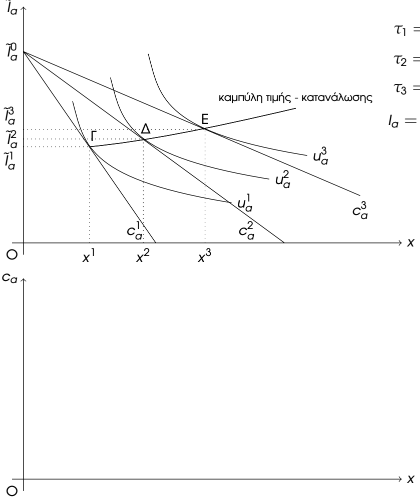
$\tau_1 = 1 \rightarrow c_a^1 = c_x$

$\tau_2 = 0.75 \rightarrow c_a^2 = 0.75c_x$

$\tau_3 = 0.50 \rightarrow c_a^3 = 0.50c_x$

$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



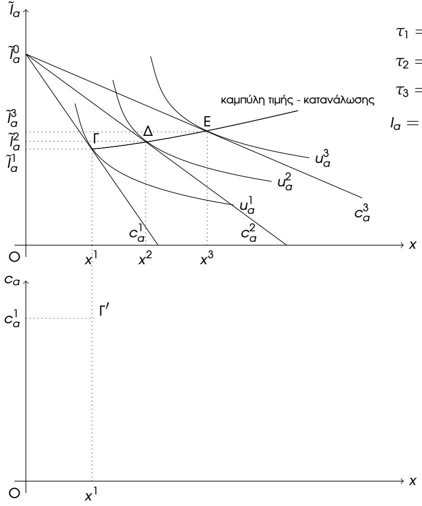
$\tau_1 = 1 \rightarrow c_a^1 = c_x$

$\tau_2 = 0.75 \rightarrow c_a^2 = 0.75 c_x$

$\tau_3 = 0.50 \rightarrow c_a^3 = 0.50 c_x$

$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



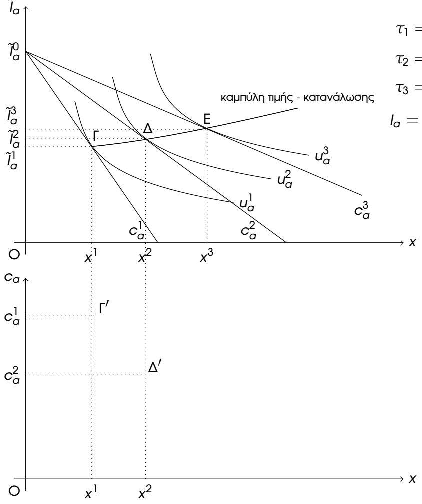
$\tau_1 = 1 \rightarrow c_a^1 = c_x$

$\tau_2 = 0.75 \rightarrow c_a^2 = 0.75c_x$

$\tau_3 = 0.50 \rightarrow c_a^3 = 0.50c_x$

$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



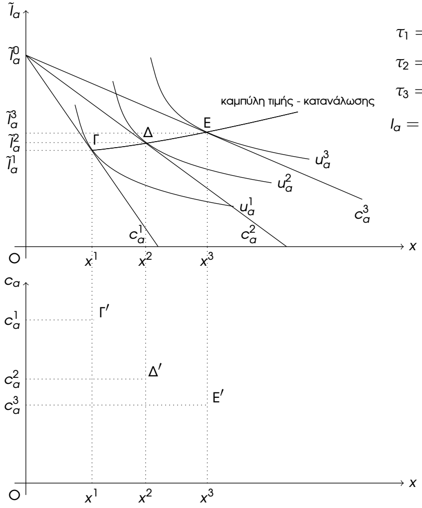
$\tau_1 = 1 \rightarrow c_a^1 = c_x$

$\tau_2 = 0.75 \rightarrow c_a^2 = 0.75c_x$

$\tau_3 = 0.50 \rightarrow c_a^3 = 0.50c_x$

$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



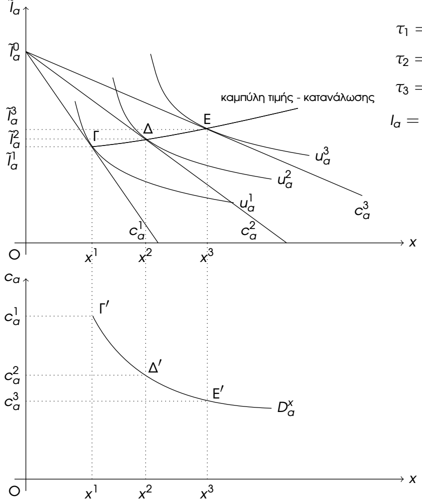
$$\tau_1 = 1 \rightarrow c_a^1 = c_x$$

$$\tau_2 = 0.75 \rightarrow c_a^2 = 0.75c_x$$

$$\tau_3 = 0.50 \rightarrow c_a^3 = 0.50c_x$$

$$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



$\tau_1 = 1 \rightarrow c_a^1 = c_x$

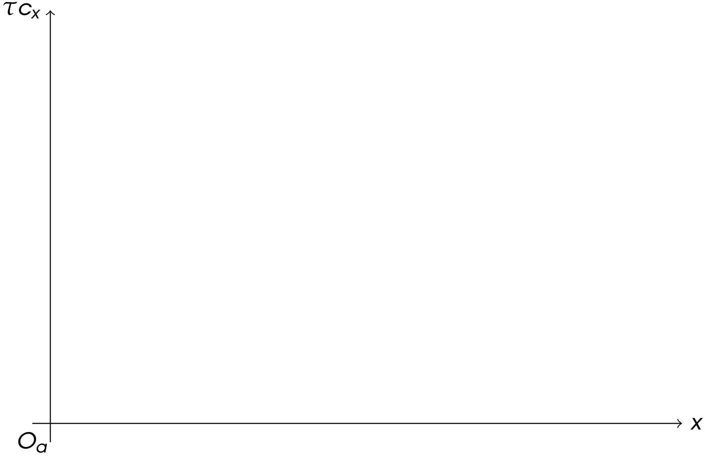
$\tau_2 = 0.75 \rightarrow c_a^2 = 0.75c_x$

$\tau_3 = 0.50 \rightarrow c_a^3 = 0.50c_x$

$I_a = p_y y_a - \tau c_x x \Rightarrow p_y y_a = I_a - \tau c_x x$

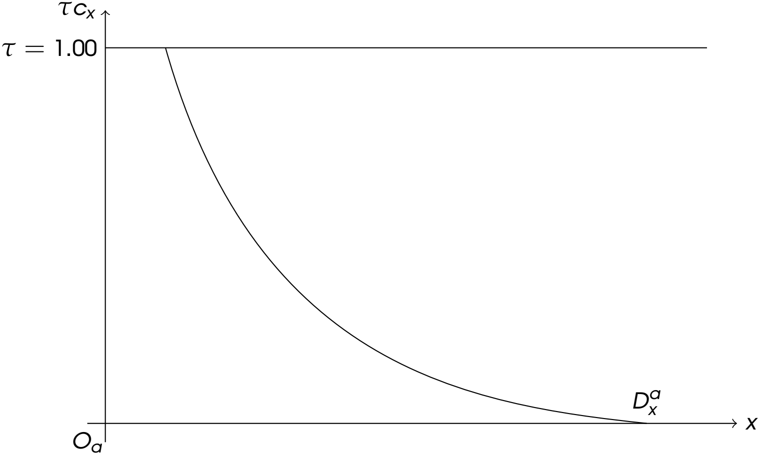
Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

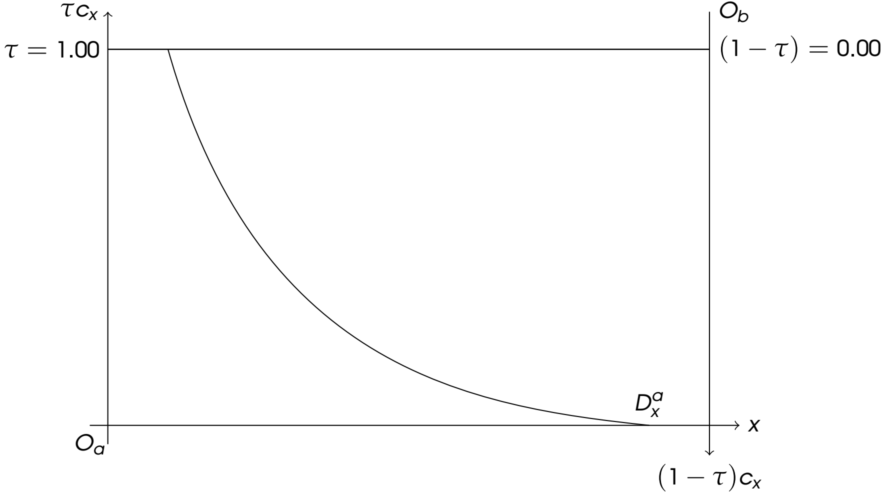


Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση

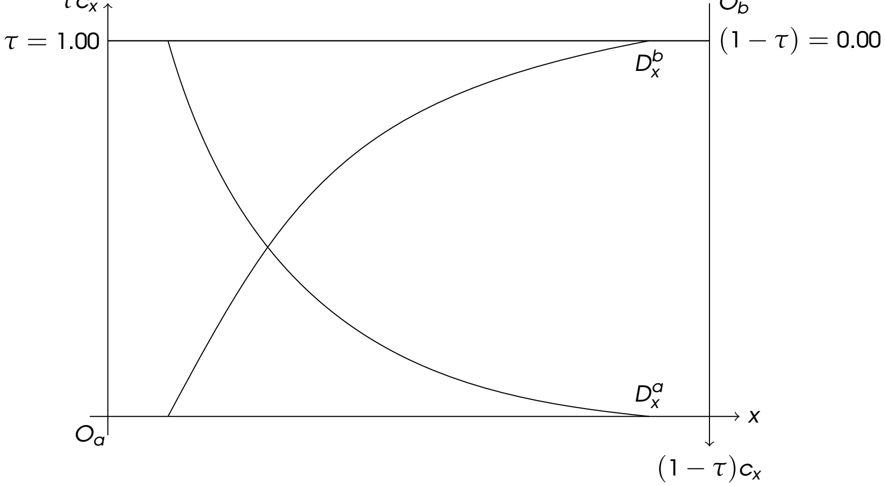
Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



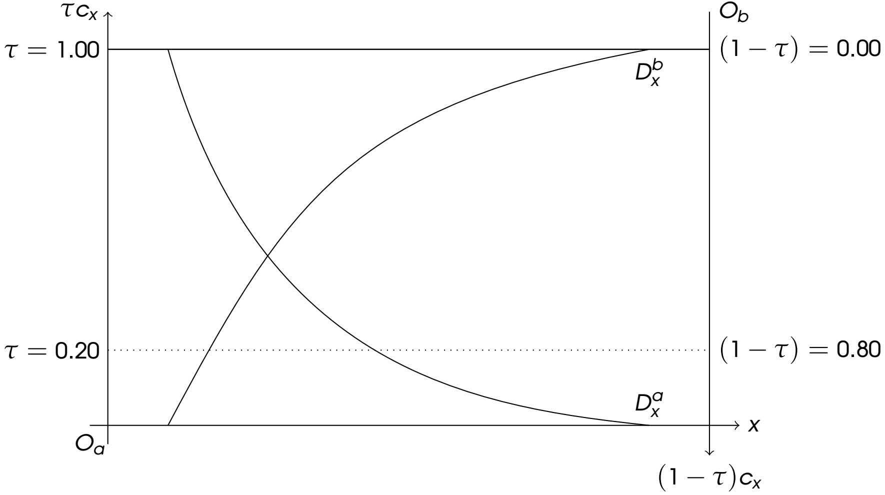
Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



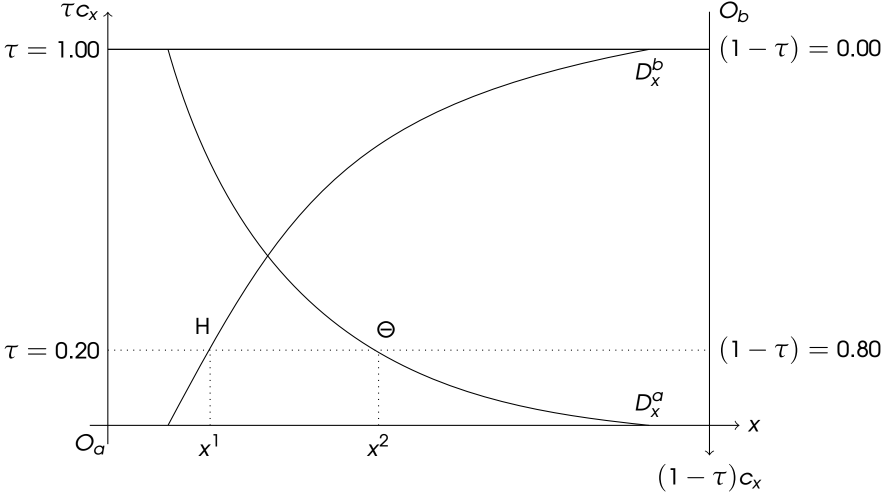
Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



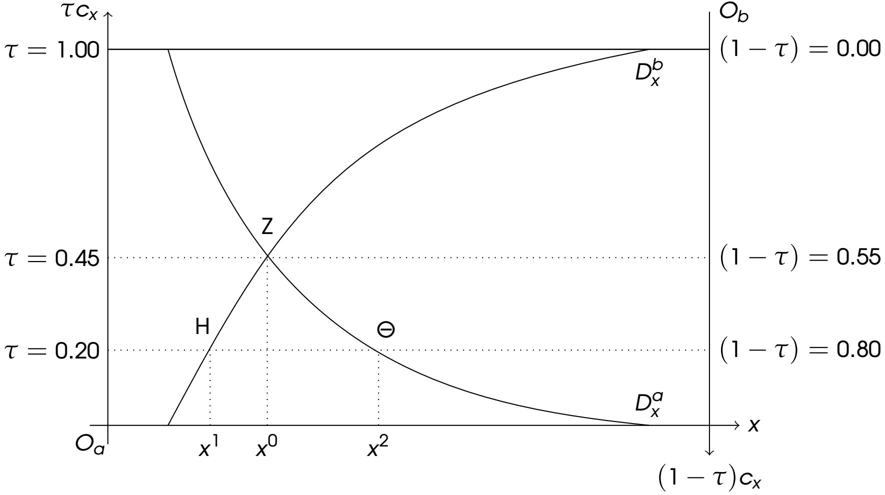
Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



Η Ανάλυση του Lindhal: Διαγραμματική Παρουσίαση



Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

Έστω δύο καταναλωτές, A και B, με συναρτήσεις χρησιμότητας:

$$u_a = f_a\left(y_a, x\right), \quad u_b = f_b\left(y_b, x\right)$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

Έστω δύο καταναλωτές, A και B, με συναρτήσεις χρησιμότητας:

$$u_a = f_a\left(y_a, x\right), \quad u_b = f_b\left(y_b, x\right)$$

για τις οποίες ισχύει:

$$\frac{\partial f_a}{\partial y_a} > 0, \;\; \frac{\partial f_a}{\partial x} > 0, \;\; \frac{\partial^2 f_a}{\partial y_a^2} \leq 0, \;\; \frac{\partial^2 f_a}{\partial x^2} \leq 0$$
$$\frac{\partial f_b}{\partial y_b} > 0, \;\; \frac{\partial f_b}{\partial x} > 0, \;\; \frac{\partial^2 f_b}{\partial y_a^2} \leq 0, \;\; \frac{\partial^2 f_b}{\partial x^2} \leq 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

Έστω δύο καταναλωτές, A και B, με συναρτήσεις χρησιμότητας:

$$u_a = f_a\left(y_a, x\right), \quad u_b = f_b\left(y_b, x\right)$$

για τις οποίες ισχύει:

$$\frac{\partial f_a}{\partial y_a} > 0, \ \ \frac{\partial f_a}{\partial x} > 0, \ \ \frac{\partial^2 f_a}{\partial y_a^2} \leq 0, \ \ \frac{\partial^2 f_a}{\partial x^2} \leq 0$$
$$\frac{\partial f_b}{\partial y_b} > 0, \ \ \frac{\partial f_b}{\partial x} > 0, \ \ \frac{\partial^2 f_b}{\partial y_a^2} \leq 0, \ \ \frac{\partial^2 f_b}{\partial x^2} \leq 0$$

Εάν $p_y = 1$ και $c_x = MC_x = AC_x$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

Έστω δύο καταναλωτές, A και B, με συναρτήσεις χρησιμότητας:

$$u_a = f_a\left(y_a, x\right), \quad u_b = f_b\left(y_b, x\right)$$

για τις οποίες ισχύει:

$$\frac{\partial f_a}{\partial y_a} > 0, \;\; \frac{\partial f_a}{\partial x} > 0, \;\; \frac{\partial^2 f_a}{\partial y_a^2} \leq 0, \;\; \frac{\partial^2 f_a}{\partial x^2} \leq 0$$
$$\frac{\partial f_b}{\partial y_b} > 0, \;\; \frac{\partial f_b}{\partial x} > 0, \;\; \frac{\partial^2 f_b}{\partial y_a^2} \leq 0, \;\; \frac{\partial^2 f_b}{\partial x^2} \leq 0$$

Εάν $p_y = 1$ και $c_x = MC_x = AC_x$ τότε ισχύει:

$$\begin{aligned} I_a &= y_a + \tau c_x x \\ I_b &= y_b + (1-\tau) c_x x \end{aligned}$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

Η άριστη διανομή των δύο αγαθών προσδιορίζεται από τη λύση του παρακάτω προβλήματος μεγιστοποίησης:

$$
\begin{aligned}
\max_{y_a, y_b, x} u_a &= f_a\left(y_a, x\right) \\
\text{s.t. } \bar{u}_b &= f_b\left(y_b, x\right) \\
\bar{I} &= I_a + I_b = y_a + y_b + c_x x
\end{aligned}
$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

Η άριστη διανομή των δύο αγαθών προσδιορίζεται από τη λύση του παρακάτω προβλήματος μεγιστοποίησης:

$$\begin{aligned} \max_{y_a, y_b, x} u_a &= f_a(y_a, x) \\ \text{s.t. } \bar{u}_b &= f_b(y_b, x) \\ \bar{I} &= I_a + I_b = y_a + y_b + c_x x \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση δίνεται από την σχέση:

$$\mathscr{L}(\cdot) = f_a(y_a, x) + \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(y_b, x)\right] + \lambda_2 \left[\bar{I} - y_a - y_b - c_x x\right]$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\mathscr{L}(\cdot) = f_a(y_a, x) + \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(y_b, x)\right] + \lambda_2 \left[\bar{I} - y_a - y_b - c_x x\right]$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\mathscr{L}(\cdot) = f_a(y_a, x) + \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(y_b, x)\right] + \lambda_2 \left[\bar{I} - y_a - y_b - c_x x\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\mathscr{L}(\cdot) = f_a(y_a, x) + \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(y_b, x)\right] + \lambda_2 \left[\bar{I} - y_a - y_b - c_x x\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\mathscr{L}(\cdot) = f_a(y_a, x) + \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(y_b, x)\right] + \lambda_2 \left[\bar{I} - y_a - y_b - c_x x\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\mathscr{L}(\cdot) = f_a(y_a, x) + \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(y_b, x)\right] + \lambda_2 \left[\bar{I} - y_a - y_b - c_x x\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow MU_a^y - \lambda_2 = 0 \tag{1}$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\mathscr{L}(\cdot) = f_a(y_a, x) + \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b(y_b, x)\right] + \lambda_2\left[\bar{I} - y_a - y_b - c_x x\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow MU_a^y - \lambda_2 = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\mathscr{L}(\cdot) = f_a(y_a, x) + \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(y_b, x)\right] + \lambda_2 \left[\bar{I} - y_a - y_b - c_x x\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow MU_a^y - \lambda_2 = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2 = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\mathscr{L}(\cdot) = f_a(y_a, x) + \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(y_b, x)\right] + \lambda_2 \left[\bar{I} - y_a - y_b - c_x x\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow MU_a^y - \lambda_2 = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow -\lambda_1 MU_b^y - \lambda_2 = 0 \tag{2}$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\mathscr{L}(\cdot) = f_a(y_a, x) + \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(y_b, x)\right] + \lambda_2 \left[\bar{I} - y_a - y_b - c_x x\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow MU_a^y - \lambda_2 = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow -\lambda_1 MU_b^y - \lambda_2 = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\mathscr{L}\left(\cdot\right) = f_a\left(y_a, x\right) + \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(y_b, x\right)\right] + \lambda_2\left[\bar{I} - y_a - y_b - c_x x\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow MU_a^y - \lambda_2 = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow -\lambda_1 MU_b^y - \lambda_2 = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial x} - \lambda_2 c_x = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\mathscr{L}(\cdot) = f_a(y_a, x) + \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(y_b, x)\right] + \lambda_2 \left[\bar{I} - y_a - y_b - c_x x\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow MU_a^y - \lambda_2 = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow -\lambda_1 MU_b^y - \lambda_2 = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial x} - \lambda_2 c_x = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 c_x = 0 \tag{3}$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\mathscr{L}(\cdot) = f_a(y_a, x) + \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(y_b, x)\right] + \lambda_2 \left[\bar{I} - y_a - y_b - c_x x\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow MU_a^y - \lambda_2 = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow -\lambda_1 MU_b^y - \lambda_2 = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial x} - \lambda_2 c_x = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 c_x = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_1} = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\mathscr{L}(\cdot) = f_a(y_a, x) + \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(y_b, x)\right] + \lambda_2 \left[\bar{I} - y_a - y_b - c_x x\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow MU_a^y - \lambda_2 = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow -\lambda_1 MU_b^y - \lambda_2 = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial x} - \lambda_2 c_x = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 c_x = 0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{u}_b - f_b(y_b, x) = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\mathscr{L}(\cdot) = f_a(y_a, x) + \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(y_b, x)\right] + \lambda_2 \left[\bar{I} - y_a - y_b - c_x x\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow MU_a^y - \lambda_2 = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow -\lambda_1 MU_b^y - \lambda_2 = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial x} - \lambda_2 c_x = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 c_x = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{u}_b - f_b(y_b, x) = 0$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_2} = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\mathscr{L}(\cdot) = f_a(y_a, x) + \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(y_b, x)\right] + \lambda_2 \left[\bar{I} - y_a - y_b - c_x x\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow MU_a^y - \lambda_2 = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2 = 0 \Rightarrow -\lambda_1 MU_b^y - \lambda_2 = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial x} - \lambda_2 c_x = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 c_x = 0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{u}_b - f_b(y_b, x) = 0$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{I} - y_a - y_b - c_x x = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

Από τις (1) και (2) λύνοντας ως προς λ_2

$$MU_a^y - \lambda_2 = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

Από τις (1) και (2) λύνοντας ως προς λ_2

$$MU_a^y - \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = MU_a^y$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

Από τις (1) και (2) λύνοντας ως προς λ_2

$$MU_a^y - \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = MU_a^y \quad \text{και} \quad -\lambda_1 MU_b^y - \lambda_2 = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

Από τις (1) και (2) λύνοντας ως προς λ_2

$$MU_a^y - \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = MU_a^y \quad \text{και} \quad -\lambda_1 MU_b^y - \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = -\lambda_1 MU_b^y \quad (4)$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

Από τις (1) και (2) λύνοντας ως προς λ_2

$$MU_a^y - \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = MU_a^y \quad \text{και} \quad -\lambda_1 MU_b^y - \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = -\lambda_1 MU_b^y \quad (4)$$

θέτοντας τις ίσες, παίρνουμε:

$$\lambda_1 = -\frac{MU_a^y}{MU_b^y} \quad (5)$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

Από τις (1) και (2) λύνοντας ως προς λ_2

$$MU_a^y - \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = MU_a^y \quad \text{και} \quad -\lambda_1 MU_b^y - \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = -\lambda_1 MU_b^y \quad (4)$$

θέτοντας τις ίσες, παίρνουμε:

$$\lambda_1 = -\frac{MU_a^y}{MU_b^y} \quad (5)$$

Με αντικατάσταση των σχέσεων (5) και (4) στην (3) λαμβάνουμε:

$$MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 c_x = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

Από τις (1) και (2) λύνοντας ως προς λ_2

$$MU_a^y - \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = MU_a^y \quad \text{και} \quad -\lambda_1 MU_b^y - \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = -\lambda_1 MU_b^y \quad (4)$$

θέτοντας τις ίσες, παίρνουμε:

$$\lambda_1 = -\frac{MU_a^y}{MU_b^y} \quad (5)$$

Με αντικατάσταση των σχέσεων (5) και (4) στην (3) λαμβάνουμε:

$$MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 c_x = 0 \Rightarrow MU_a^x + \frac{MU_a^y}{MU_b^y} MU_b^x - MU_a^y c_x = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

Από τις (1) και (2) λύνοντας ως προς λ_2

$$MU_a^y - \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = MU_a^y \quad \text{και} \quad -\lambda_1 MU_b^y - \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = -\lambda_1 MU_b^y \quad (4)$$

θέτοντας τις ίσες, παίρνουμε:

$$\lambda_1 = -\frac{MU_a^y}{MU_b^y} \quad (5)$$

Με αντικατάσταση των σχέσεων (5) και (4) στην (3) λαμβάνουμε:

$$MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 c_x = 0 \Rightarrow MU_a^x + \frac{MU_a^y}{MU_b^y} MU_b^x - MU_a^y c_x = 0$$

την οποία εάν διαιρέσουμε με MU_a^y προκύπτει:

$$\frac{MU_a^x}{MU_a^y} + \frac{MU_b^x}{MU_b^y} = c_x$$

Η Ανάλυση του Lindhal: Αλγεβρική Παρουσίαση

Από τις (1) και (2) λύνοντας ως προς λ_2

$$MU_a^y - \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = MU_a^y \quad \text{και} \quad -\lambda_1 MU_b^y - \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = -\lambda_1 MU_b^y \quad (4)$$

θέτοντας τις ίσες, παίρνουμε:

$$\lambda_1 = -\frac{MU_a^y}{MU_b^y} \quad (5)$$

Με αντικατάσταση των σχέσεων (5) και (4) στην (3) λαμβάνουμε:

$$MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 c_x = 0 \Rightarrow MU_a^x + \frac{MU_a^y}{MU_b^y} MU_b^x - MU_a^y c_x = 0$$

την οποία εάν διαιρέσουμε με MU_a^y προκύπτει:

$$\frac{MU_a^x}{MU_a^y} + \frac{MU_b^x}{MU_b^y} = c_x \Rightarrow \boxed{MRS_a^{y,x} + MRS_b^{y,x} = c_x}$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Στο σημείο ισορροπίας η κλίση της καμπυλης αδιαφορίας του A ισούται με

$$\left(\frac{d\tau c_x}{dx}\right)_a$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Στο σημείο ισορροπίας η κλίση της καμπυλης αδιαφορίας του A ισούται με

$$\left(\frac{d\tau c_x}{dx}\right)_a$$

Αντίστοιχα η κλίση της καμπύλης αδιαφορίας του B στο ίδιο σημείο ισούται με:

$$\left(\frac{d\left(1-\tau\right)c_x}{dx}\right)_b$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Στο σημείο ισορροπίας η κλίση της καμπυλης αδιαφορίας του A ισούται με

$$\left(\frac{d\tau c_x}{dx}\right)_a$$

Αντίστοιχα η κλίση της καμπύλης αδιαφορίας του B στο ίδιο σημείο ισούται με:

$$\left(\frac{d\left(1-\tau\right)c_x}{dx}\right)_b$$

Δεδομένου ότι στο σημείο ισορροπίας αυτές θα πρέπει να είναι ίσες ισχύει:

$$\left(\frac{d\tau c_x}{dx}\right)_a = -\left(\frac{d\left(1-\tau\right)c_x}{dx}\right)_b \tag{6}$$

καθώς ο χάρτης καμπυλών αδιαφορίας του B βρίσκεται αντίστροφα από αυτόν του A.

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A δίνεται από τη σχέση:

$$u_a = f_a\left(I_a - \tau c_x x, x\right)$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A δίνεται από τη σχέση:

$$u_a = f_a\left(I_a - \tau c_x x, x\right)$$

Παίρνοντας το συνολικό διαφορικό:

$$du_a = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A δίνεται από τη σχέση:

$$u_a = f_a\left(I_a - \tau c_x x, x\right)$$

Παίρνοντας το συνολικό διαφορικό:

$$du_a = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial y_a}\left(-\tau c_x dx - x d\tau c_x\right) + \frac{\partial f_a}{\partial x} dx = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A δίνεται από τη σχέση:

$$u_a = f_a \left(I_a - \tau c_x x, x \right)$$

Παίρνοντας το συνολικό διαφορικό:

$$du_a = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial y_a} \left(-\tau c_x dx - x d\tau c_x \right) + \frac{\partial f_a}{\partial x} dx = 0$$

ή

$$\left(\frac{\partial f_a}{\partial x} - \tau c_x \frac{\partial f_a}{\partial y_a} \right) dx - \frac{\partial f_a}{\partial y_a} x d\tau c_x = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A δίνεται από τη σχέση:

$$u_a = f_a\left(I_a - \tau c_x x, x\right)$$

Παίρνοντας το συνολικό διαφορικό:

$$du_a = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial y_a}\left(-\tau c_x dx - x d\tau c_x\right) + \frac{\partial f_a}{\partial x} dx = 0$$

ή

$$\left(\frac{\partial f_a}{\partial x} - \tau c_x \frac{\partial f_a}{\partial y_a}\right) dx - \frac{\partial f_a}{\partial y_a} x d\tau c_x = 0$$

Λύνοντας ως προς την κλιση της καμπύλης αδιαφορίας του A παίρνουμε:

$$\frac{d\tau c_x}{dx} =$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A δίνεται από τη σχέση:

$$u_a = f_a\left(I_a - \tau c_x x, x\right)$$

Παίρνοντας το συνολικό διαφορικό:

$$du_a = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial y_a}\left(-\tau c_x dx - x d\tau c_x\right) + \frac{\partial f_a}{\partial x} dx = 0$$

ή

$$\left(\frac{\partial f_a}{\partial x} - \tau c_x \frac{\partial f_a}{\partial y_a}\right) dx - \frac{\partial f_a}{\partial y_a} x d\tau c_x = 0$$

Λύνοντας ως προς την κλιση της καμπύλης αδιαφορίας του A παίρνουμε:

$$\frac{d\tau c_x}{dx} = \frac{MU_a^x - \tau c_x MU_a^y}{MU_a^y x} \tag{7}$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του *B*, δίνεται από την σχέση:

$$u_b = f_b\left(I_b - \left(1 - \tau\right) c_x x, x\right)$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του B, δίνεται από την σχέση:

$$u_b = f_b \left(I_b - (1 - \tau)\, c_x x, x \right)$$

Παίρνοντας το συνολικό διαφορικό της παραπάνω σχέσης

$$du_b = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του *B*, δίνεται από την σχέση:

$$u_b = f_b\left(I_b - \left(1 - \tau\right) c_x x, x\right)$$

Παίρνοντας το συνολικό διαφορικό της παραπάνω σχέσης

$$du_b = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_b}{\partial y_b}\left[-\left(1-\tau\right) c_x dx - xd\left(\left(1-\tau\right) c_x\right)\right] + \frac{\partial f_b}{\partial x} dx = 0$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του B, δίνεται από την σχέση:

$$u_b = f_b\left(I_b - \left(1-\tau\right)c_x x, x\right)$$

Παίρνοντας το συνολικό διαφορικό της παραπάνω σχέσης

$$du_b = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_b}{\partial y_b}\left[-\left(1-\tau\right)c_x dx - xd\left(\left(1-\tau\right)c_x\right)\right] + \frac{\partial f_b}{\partial x}dx = 0$$

και λύνοντας ως προς την κλιση της καμπύλης αδιαφορίας του B παίρνουμε:

$$-\frac{d\left(\left(1-\tau\right)c_x\right)}{dx} =$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του *B*, δίνεται από την σχέση:

$$u_b = f_b\left(I_b - \left(1-\tau\right)c_x x, x\right)$$

Παίρνοντας το συνολικό διαφορικό της παραπάνω σχέσης

$$du_b = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_b}{\partial y_b}\left[-\left(1-\tau\right)c_x dx - xd\left(\left(1-\tau\right)c_x\right)\right] + \frac{\partial f_b}{\partial x}dx = 0$$

και λύνοντας ως προς την κλιση της καμπύλης αδιαφορίας του *B* παίρνουμε:

$$-\frac{d\left(\left(1-\tau\right)c_x\right)}{dx} = -\frac{MU_b^x - \left(1-\tau\right)c_x MU_b^y}{MU_b^y x} \tag{8}$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Με συνδυασμό των εξισώσεων (7), (8) και (6) προκύπτει:

$$\left(\frac{d\tau c_x}{dx}\right)_a = -\left(\frac{d\left(1-\tau\right)c_x}{dx}\right)_b$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Με συνδυασμό των εξισώσεων (7), (8) και (6) προκύπτει:

$$\begin{aligned}\left(\frac{d\tau c_x}{dx}\right)_a &= -\left(\frac{d\left(1-\tau\right)c_x}{dx}\right)_b \\ \frac{MU_a^x - \tau c_x MU_a^y}{MU_a^y x} &= -\frac{MU_b^x - \left(1-\tau\right)c_x MU_b^y}{MU_b^y x} \Rightarrow\end{aligned}$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Με συνδυασμό των εξισώσεων (7), (8) και (6) προκύπτει:

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{d\tau c_x}{dx}\right)_a &= -\left(\frac{d\left(1-\tau\right)c_x}{dx}\right)_b \\
\frac{MU_a^x - \tau c_x MU_a^y}{MU_a^y x} &= -\frac{MU_b^x - \left(1-\tau\right)c_x MU_b^y}{MU_b^y x} \Rightarrow \\
\frac{MU_a^x}{MU_a^y} - \tau c_x &= -\frac{MU_b^x}{MU_b^y} + \left(1-\tau\right)c_x \Rightarrow
\end{aligned}
$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Με συνδυασμό των εξισώσεων (7), (8) και (6) προκύπτει:

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{d\tau c_x}{dx}\right)_a &= -\left(\frac{d\left(1-\tau\right)c_x}{dx}\right)_b \\
\frac{MU_a^x - \tau c_x MU_a^y}{MU_a^y x} &= -\frac{MU_b^x - \left(1-\tau\right)c_x MU_b^y}{MU_b^y x} \Rightarrow \\
\frac{MU_a^x}{MU_a^y} - \tau c_x &= -\frac{MU_b^x}{MU_b^y} + \left(1-\tau\right)c_x \Rightarrow \\
c_x &= \frac{MU_a^x}{MU_a^y} + \frac{MU_b^x}{MU_b^y}
\end{aligned}
$$

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Με συνδυασμό των εξισώσεων (7), (8) και (6) προκύπτει:

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{d\tau c_x}{dx}\right)_a &= -\left(\frac{d\left(1-\tau\right)c_x}{dx}\right)_b \\
\frac{MU_a^x - \tau c_x MU_a^y}{MU_a^y x} &= -\frac{MU_b^x - \left(1-\tau\right)c_x MU_b^y}{MU_b^y x} \Rightarrow \\
\frac{MU_a^x}{MU_a^y} - \tau c_x &= -\frac{MU_b^x}{MU_b^y} + \left(1-\tau\right)c_x \Rightarrow \\
c_x &= \frac{MU_a^x}{MU_a^y} + \frac{MU_b^x}{MU_b^y} \\
c_x &= MRS_a^{y,x} + MRS_b^{y,x}
\end{aligned}
$$

που είναι ακριβώς η συνθήκη ισορροπίας.

Η Ανάλυση του Lindhal και κατά Pareto Αριστοποίηση

Με συνδυασμό των εξισώσεων (7), (8) και (6) προκύπτει:

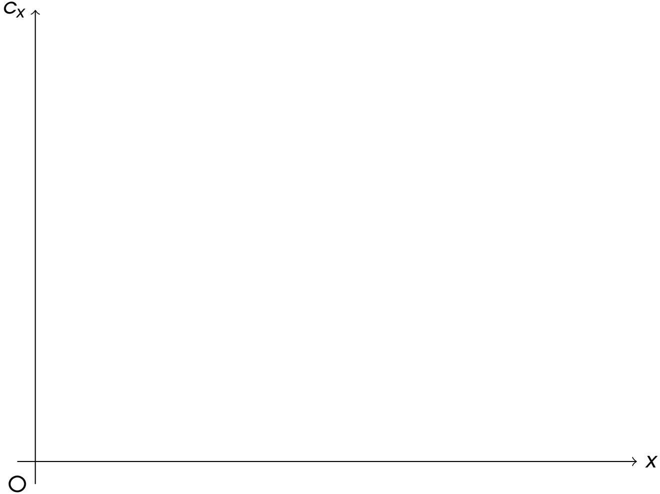
$$\begin{aligned}
\left(\frac{d\tau c_x}{dx}\right)_a &= -\left(\frac{d\left(1-\tau\right)c_x}{dx}\right)_b \\
\frac{MU_a^x - \tau c_x MU_a^y}{MU_a^y x} &= -\frac{MU_b^x - \left(1-\tau\right)c_x MU_b^y}{MU_b^y x} \Rightarrow \\
\frac{MU_a^x}{MU_a^y} - \tau c_x &= -\frac{MU_b^x}{MU_b^y} + \left(1-\tau\right)c_x \Rightarrow \\
c_x &= \frac{MU_a^x}{MU_a^y} + \frac{MU_b^x}{MU_b^y} \\
c_x &= MRS_a^{y,x} + MRS_b^{y,x}
\end{aligned}$$

που είναι ακριβώς η συνθήκη ισορροπίας.

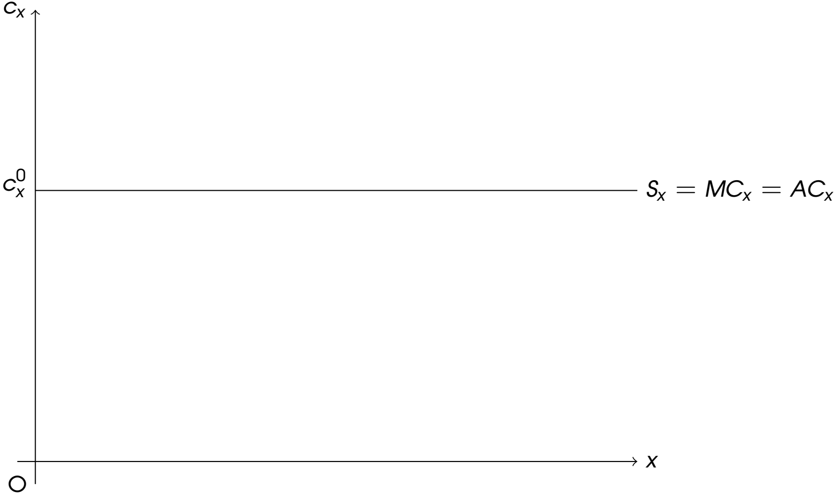
Επομένως, η λύση του Lindahl είναι άριστη κατά Pareto δεδομένου ότι οι καμπύλες αδιαφορίας των A και B εφάπτονται.

Η Ανάλυση του Buchanan: Διαγραμματική Παρουσίαση

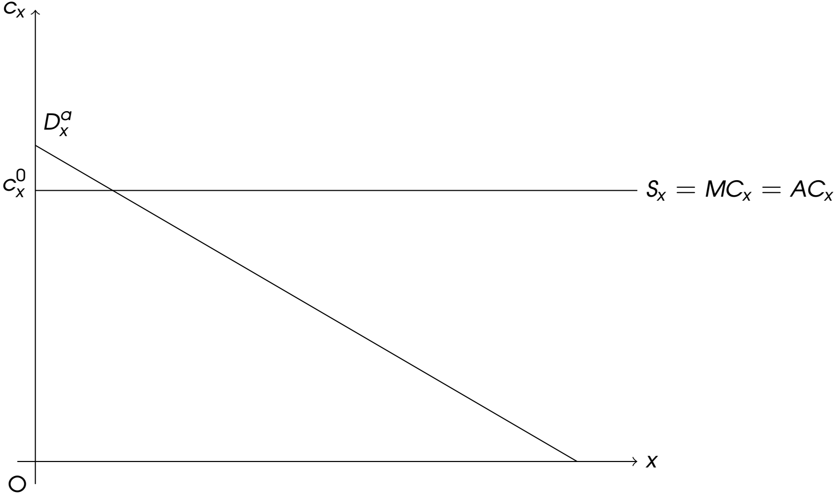
Η Ανάλυση του Buchanan: Διαγραμματική Παρουσίαση



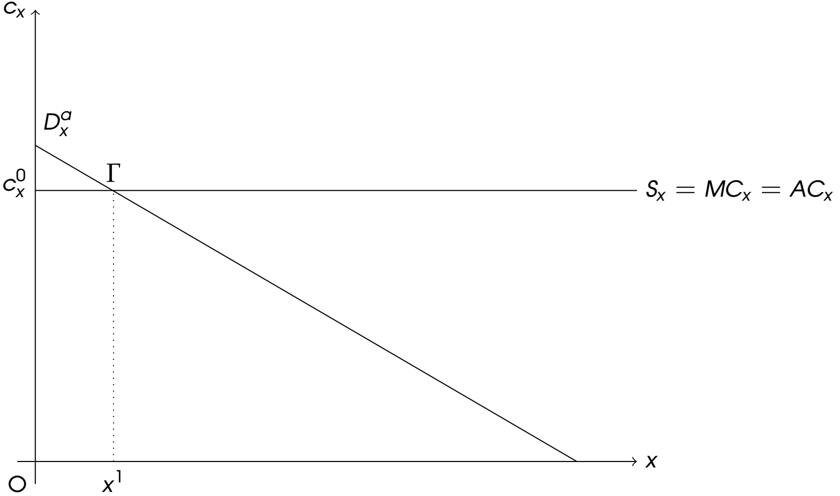
Η Ανάλυση του Buchanan: Διαγραμματική Παρουσίαση



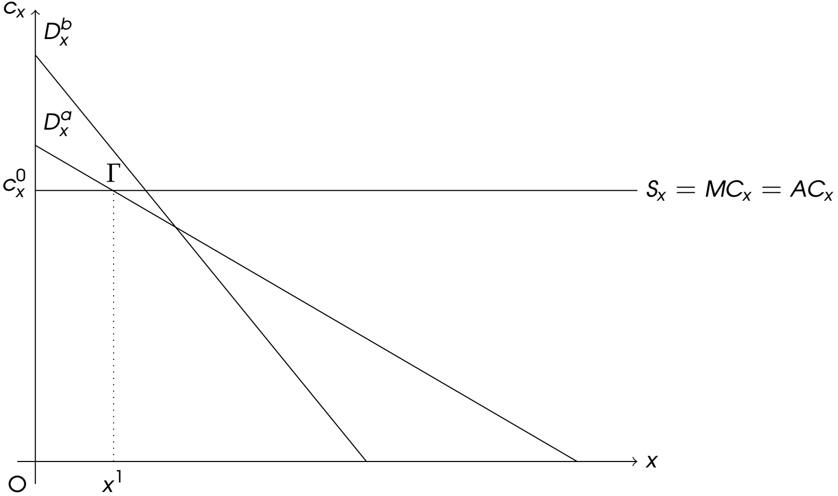
Η Ανάλυση του Buchanan: Διαγραμματική Παρουσίαση



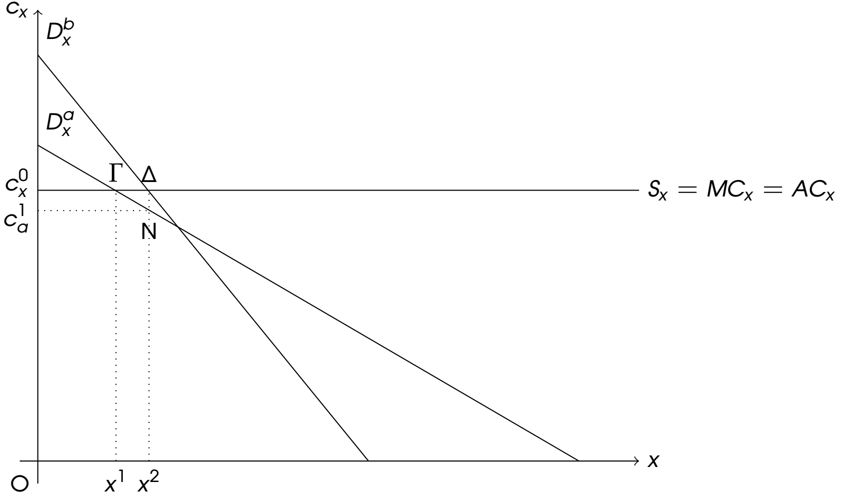
Η Ανάλυση του Buchanan: Διαγραμματική Παρουσίαση



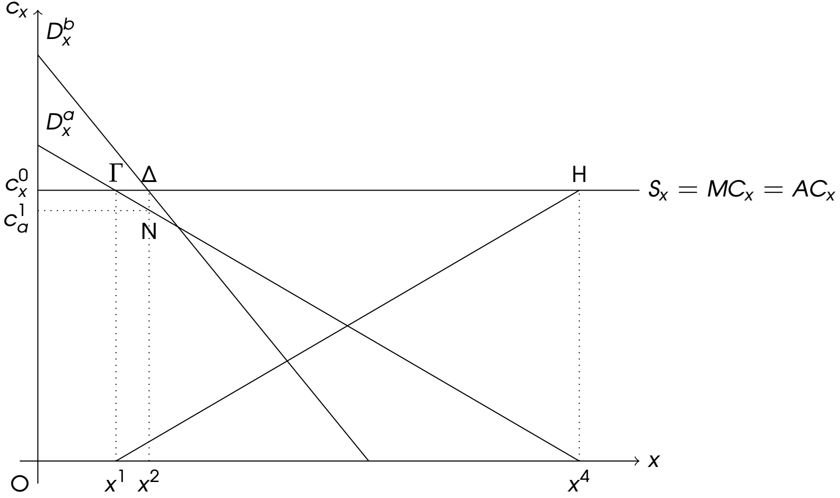
Η Ανάλυση του Buchanan: Διαγραμματική Παρουσίαση



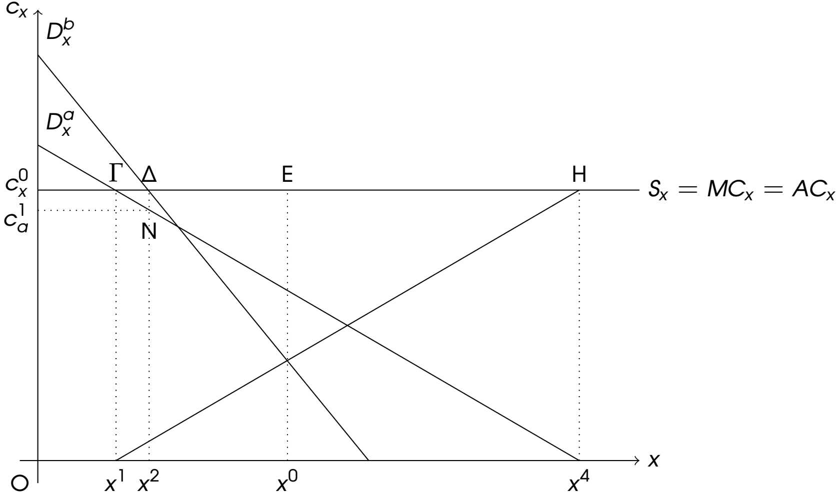
Η Ανάλυση του Buchanan: Διαγραμματική Παρουσίαση



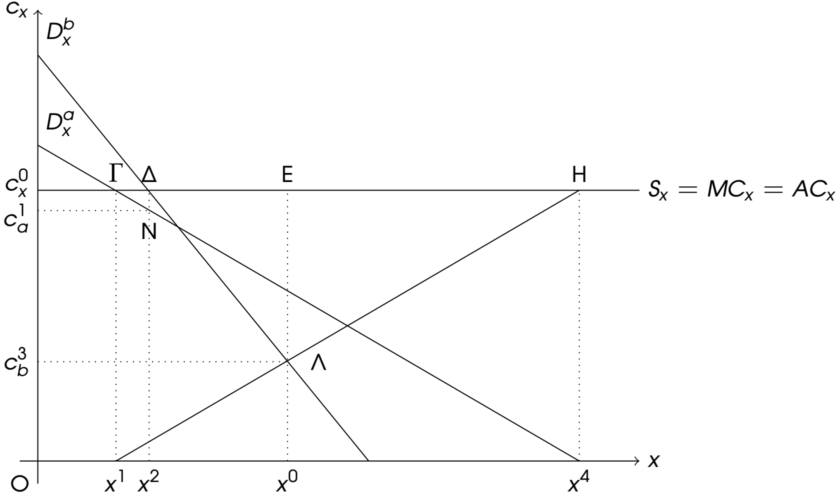
Η Ανάλυση του Buchanan: Διαγραμματική Παρουσίαση



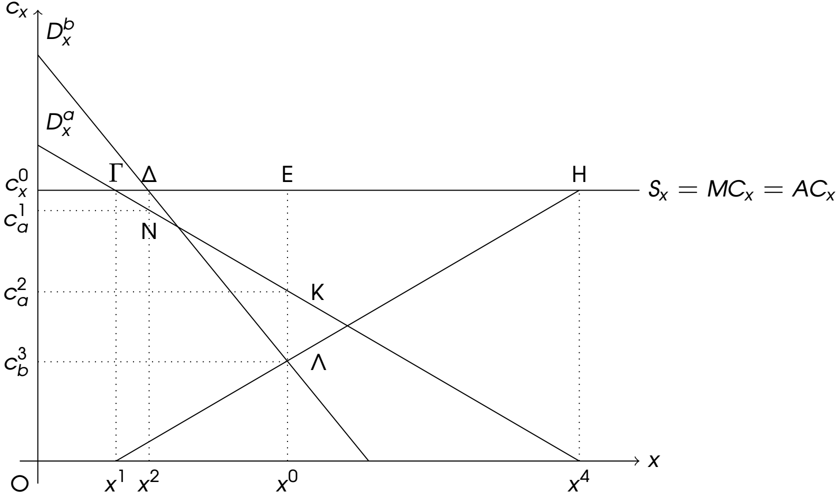
Η Ανάλυση του Buchanan: Διαγραμματική Παρουσίαση



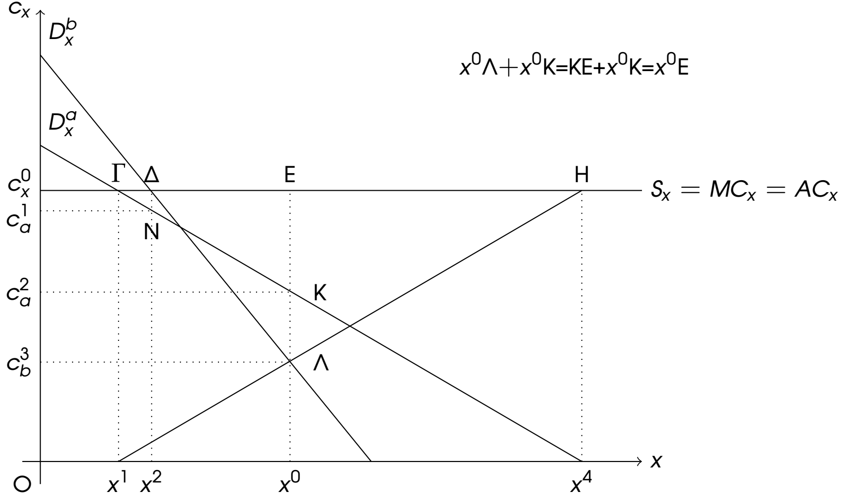
Η Ανάλυση του Buchanan: Διαγραμματική Παρουσίαση



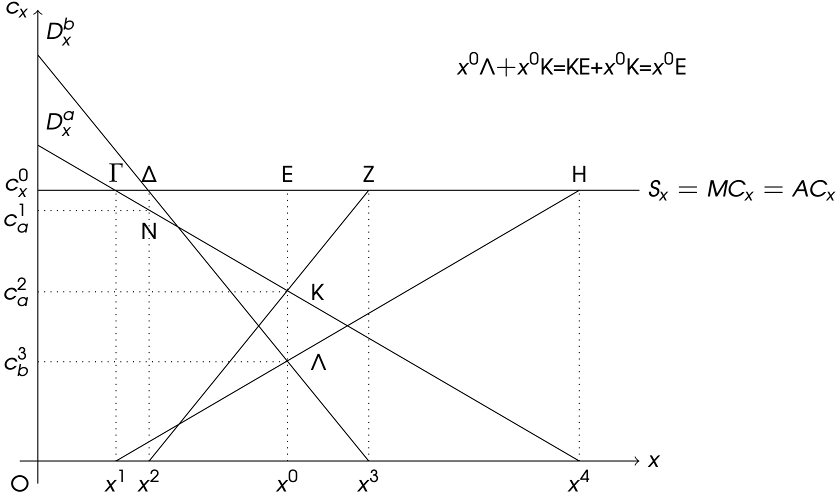
Η Ανάλυση του Buchanan: Διαγραμματική Παρουσίαση



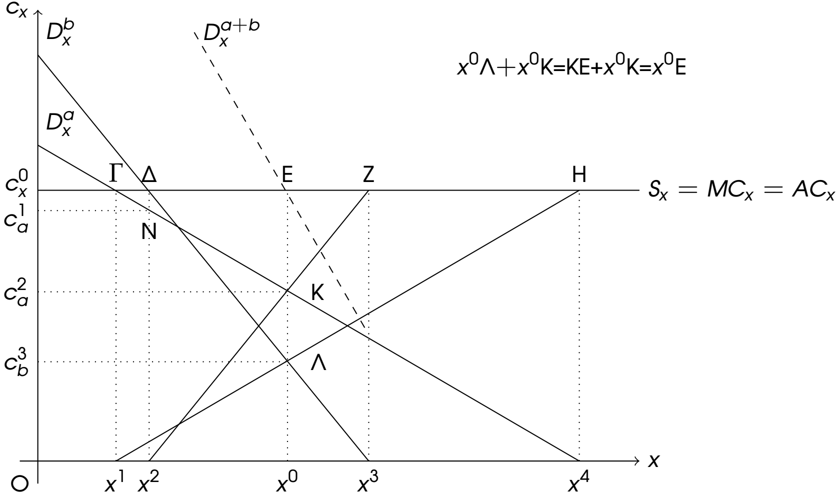
Η Ανάλυση του Buchanan: Διαγραμματική Παρουσίαση



Η Ανάλυση του Buchanan: Διαγραμματική Παρουσίαση



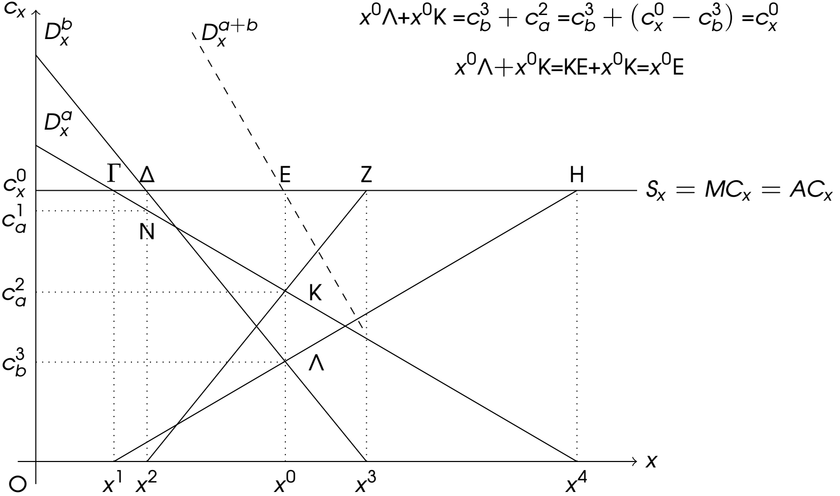
Η Ανάλυση του Buchanan: Διαγραμματική Παρουσίαση



Η Ανάλυση του Buchanan: Διαγραμματική Παρουσίαση

$$x^0\Lambda + x^0K = c_b^3 + c_a^2 = c_b^3 + (c_x^0 - c_b^3) = c_x^0$$

$$x^0\Lambda + x^0K = KE + x^0K = x^0E$$



Αλγεβρική Ανάλυση

Αλγεβρική Ανάλυση

Δυο αγαθά:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x_a = x_b \quad \text{δημόσιο} \\ \bar{y} &= y_a + y_b \quad \text{ιδιωτικό} \end{aligned}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Δυο αγαθά:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= x_a = x_b \quad \text{δημόσιο} \\ \bar{y} &= y_a + y_b \quad \text{ιδιωτικό}\end{aligned}$$

Δυο παραγωγικοί συντελεστές:

$$\begin{aligned}\bar{k} &= k_a + k_b \quad \text{κεφάλαιο} \\ \bar{\ell} &= \ell_a + \ell_b \quad \text{εργασία}\end{aligned}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Δυο αγαθά:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x_a = x_b \quad \text{δημόσιο} \\ \bar{y} &= y_a + y_b \quad \text{ιδιωτικό} \end{aligned}$$

Δυο παραγωγικοί συντελεστές:

$$\begin{aligned} \bar{k} &= k_a + k_b \quad \text{κεφάλαιο} \\ \bar{\ell} &= \ell_a + \ell_b \quad \text{εργασία} \end{aligned}$$

Τεχνολογία παραγωγής:

$$T = F\left(\bar{x}, \bar{y}, \bar{k}, \bar{\ell}\right)$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Δυο αγαθά:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x_a = x_b \quad \text{δημόσιο} \\ \bar{y} &= y_a + y_b \quad \text{ιδιωτικό} \end{aligned}$$

Δυο παραγωγικοί συντελεστές:

$$\begin{aligned} \bar{k} &= k_a + k_b \quad \text{κεφάλαιο} \\ \bar{\ell} &= \ell_a + \ell_b \quad \text{εργασία} \end{aligned}$$

Τεχνολογία παραγωγής:

$$T = F\left(\bar{x}, \bar{y}, \bar{k}, \bar{\ell}\right)$$

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των δύο καταναλωτών:

$$\begin{aligned} u_a &= f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \\ u_b &= f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right) \end{aligned}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Η κατά Pareto αριστοποίηση προσδιορίζεται από το παρακάτω πρόβλημα:

$$\begin{aligned} \max_{\bar{x}, y_a, y_b, k_a, k_b, \ell_a, \ell_b} \quad u_a &= f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \\ \text{s.t.} \quad \bar{u}_b &= f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right) \\ \bar{y} &= y_a + y_b \\ \bar{k} &= k_a + k_b \\ \bar{\ell} &= \ell_a + \ell_b \\ T &= F\left(\bar{x}, \bar{y}, \bar{k}, \bar{\ell}\right) \end{aligned}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Η κατά Pareto αριστοποίηση προσδιορίζεται από το παρακάτω πρόβλημα:

$$\begin{aligned}
\max_{\bar{x},y_a,y_b,k_a,k_b,\ell_a,\ell_b} \quad u_a &= f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \\
\text{s.t.} \quad \bar{u}_b &= f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right) \\
\bar{y} &= y_a + y_b \\
\bar{k} &= k_a + k_b \\
\bar{\ell} &= \ell_a + \ell_b \\
T &= F\left(\bar{x}, \bar{y}, \bar{k}, \bar{\ell}\right)
\end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\begin{aligned}
\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) &+ \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\
&+ \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]
\end{aligned}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \quad &+ \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\ &+ \quad \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]\end{aligned}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \quad &+ \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\ &+ \quad \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]\end{aligned}$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο περιλαμβάνουν:

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a) \quad &+ \quad \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b)\right] \\ &+ \quad \lambda_2 \left[T - F(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b)\right]\end{aligned}$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο περιλαμβάνουν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \bar{x}} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \quad &+ \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\ &+ \quad \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]\end{aligned}$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο περιλαμβάνουν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \bar{x}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial \bar{x}} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \bar{x}} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a) \quad &+ \quad \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b)\right] \\ &+ \quad \lambda_2 \left[T - F(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b)\right]\end{aligned}$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο περιλαμβάνουν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \bar{x}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial \bar{x}} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \bar{x}} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \quad (9)$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a) \quad &+ \quad \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b)\right] \\ &+ \quad \lambda_2 \left[T - F(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b)\right]\end{aligned}$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο περιλαμβάνουν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \bar{x}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial \bar{x}} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \bar{x}} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \qquad (9)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \quad &+ \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\ &+ \quad \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]\end{aligned}$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο περιλαμβάνουν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \bar{x}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial \bar{x}} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \bar{x}} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \qquad (9)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_a} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a) \quad &+ \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b)\right] \\ &+ \quad \lambda_2\left[T - F(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b)\right]\end{aligned}$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο περιλαμβάνουν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \bar{x}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial \bar{x}} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \bar{x}} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \quad (10)$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$
\begin{aligned}
\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \quad &+ \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\
&+ \quad \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]
\end{aligned}
$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο περιλαμβάνουν:

$$
\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \bar{x}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial \bar{x}} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \bar{x}} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \qquad (9)
$$

$$
\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \qquad (10)
$$

$$
\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0
$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$
\begin{aligned}
\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \quad &+ \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\
&+ \quad \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]
\end{aligned}
$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο περιλαμβάνουν:

$$
\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \bar{x}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial \bar{x}} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \bar{x}} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \tag{9}
$$

$$
\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \tag{10}
$$

$$
\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_b} = 0
$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a) \quad &+ \quad \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b)\right] \\ &+ \quad \lambda_2 \left[T - F(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b)\right]\end{aligned}$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο περιλαμβάνουν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \bar{x}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial \bar{x}} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \bar{x}} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \tag{10}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \tag{11}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) &+ \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right]\\ &+ \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]\end{aligned}$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο περιλαμβάνουν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \bar{x}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial \bar{x}} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \bar{x}} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \tag{10}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \tag{11}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k_a} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$
\begin{aligned}
\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \quad & + \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\
& + \quad \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]
\end{aligned}
$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο περιλαμβάνουν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \bar{x}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial \bar{x}} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \bar{x}} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \tag{10}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \tag{11}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial k_a} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \frac{\partial \bar{k}}{\partial k_a} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \quad &+ \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\ &+ \quad \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]\end{aligned}$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο περιλαμβάνουν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \bar{x}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial \bar{x}} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \bar{x}} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \tag{10}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \tag{11}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_a}{\partial k_a} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \frac{\partial \bar{k}}{\partial k_a} = 0 \Rightarrow MU_a^k = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \tag{12}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a) &+ \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b)\right] \\ &+ \lambda_2\left[T - F(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b)\right]\end{aligned}$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο περιλαμβάνουν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \bar{x}} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial f_a}{\partial \bar{x}} - \lambda_1\frac{\partial f_b}{\partial \bar{x}} - \lambda_2\frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2\frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2\frac{\partial F}{\partial \bar{y}}\frac{\partial \bar{y}}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow MU_a^y = \lambda_2\frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \;\Rightarrow\; -\lambda_1\frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2\frac{\partial F}{\partial \bar{y}}\frac{\partial \bar{y}}{\partial y_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2\frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \quad (11)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k_a} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial f_a}{\partial k_a} - \lambda_2\frac{\partial F}{\partial \bar{k}}\frac{\partial \bar{k}}{\partial k_a} = 0 \Rightarrow MU_a^k = \lambda_2\frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \ell_a} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) &+ \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\ &+ \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]\end{aligned}$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο περιλαμβάνουν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial \bar{x}} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \bar{x}} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \Rightarrow -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \quad (11)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial k_a} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \frac{\partial \bar{k}}{\partial k_a} = 0 \Rightarrow MU_a^k = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \ell_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial \ell_a} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \frac{\partial \bar{\ell}}{\partial \ell_a} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a) &+ \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b)\right] \\ &+ \lambda_2\left[T - F(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b)\right]\end{aligned}$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο περιλαμβάνουν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial \bar{x}} - \lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \bar{x}} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \Rightarrow -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial y_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \quad (11)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial k_a} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \frac{\partial \bar{k}}{\partial k_a} = 0 \Rightarrow MU_a^k = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \ell_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial \ell_a} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \frac{\partial \bar{\ell}}{\partial \ell_a} = 0 \Rightarrow MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \quad (13)$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) &+ \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\ &+ \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]\end{aligned}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a) &+ \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b)\right] \\ &+ \lambda_2\left[T - F(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b)\right]\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k_b} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \quad &+ \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\ &+ \quad \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial k_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \frac{\partial \bar{k}}{\partial k_b} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a) \quad &+ \quad \lambda_1 \left[\bar{u}_b - f_b(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b)\right] \\ &+ \quad \lambda_2 \left[T - F(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b)\right]\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial k_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \frac{\partial \bar{k}}{\partial k_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^k = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \tag{14}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \quad &+ \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\ &+ \quad \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial k_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \frac{\partial \bar{k}}{\partial k_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^k = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \tag{14}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \ell_b} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \quad &+ \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\ &+ \quad \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k_b} = 0 \quad &\Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial k_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \frac{\partial \bar{k}}{\partial k_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^k = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \qquad (14) \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \ell_b} = 0 \quad &\Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \ell_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \frac{\partial \bar{\ell}}{\partial \ell_b} = 0\end{aligned}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$
\begin{aligned}
\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \quad &+ \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\
&+ \quad \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]
\end{aligned}
$$

$$
\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1\frac{\partial f_b}{\partial k_b} - \lambda_2\frac{\partial F}{\partial \bar{k}}\frac{\partial \bar{k}}{\partial k_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^k = -\lambda_2\frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \qquad (14)
$$

$$
\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \ell_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1\frac{\partial f_b}{\partial \ell_b} - \lambda_2\frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}}\frac{\partial \bar{\ell}}{\partial \ell_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2\frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \qquad (15)
$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \quad &+ \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\ &+ \quad \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial k_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \frac{\partial \bar{k}}{\partial k_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^k = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \tag{14}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \ell_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \ell_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \frac{\partial \bar{\ell}}{\partial \ell_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \tag{15}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_1} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \quad &+ \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\ &+ \quad \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial k_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \frac{\partial \bar{k}}{\partial k_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^k = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \tag{14}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \ell_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \ell_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \frac{\partial \bar{\ell}}{\partial \ell_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \tag{15}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right) = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a) \quad &+ \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b)\right] \\ &+ \quad \lambda_2\left[T - F(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b)\right]\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial k_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \frac{\partial \bar{k}}{\partial k_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^k = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \qquad (14)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \ell_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \ell_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \frac{\partial \bar{\ell}}{\partial \ell_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^{\ell} = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \qquad (15)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{u}_b - f_b(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b) = 0$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_2} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

$$\begin{aligned}\mathscr{L}(\cdot) = f_a\left(\bar{x}, y_a, k_a, \ell_a\right) \quad &+ \quad \lambda_1\left[\bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right)\right] \\ &+ \quad \lambda_2\left[T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right)\right]\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial k_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial k_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \frac{\partial \bar{k}}{\partial k_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^k = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \tag{14}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \ell_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 \frac{\partial f_b}{\partial \ell_b} - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \frac{\partial \bar{\ell}}{\partial \ell_b} = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \tag{15}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{u}_b - f_b\left(\bar{x}, y_b, k_b, \ell_b\right) = 0$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad T - F\left(\bar{x}, y_a + y_b, k_a + k_b, \ell_a + \ell_b\right) = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Λύνοντας την (10) ως προς λ_2 προκύπτει:

$$MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Λύνοντας την (10) ως προς λ_2 προκύπτει:

$$MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^y}{\partial F / \partial \bar{y}} \tag{16}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Λύνοντας την (10) ως προς λ_2 προκύπτει:

$$MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^y}{\partial F / \partial \bar{y}} \tag{16}$$

Ομοίως από την (11) λύνοντας ως προς λ_1 και αντικαθιστώντας την (16):

$$\lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Λύνοντας την (10) ως προς λ_2 προκύπτει:

$$MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^y}{\partial F / \partial \bar{y}} \tag{16}$$

Ομοίως από την (11) λύνοντας ως προς λ_1 και αντικαθιστώντας την (16):

$$\lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2 \frac{\partial F / \partial \bar{y}}{MU_b^y}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Λύνοντας την (10) ως προς λ_2 προκύπτει:

$$MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^y}{\partial F / \partial \bar{y}} \tag{16}$$

Ομοίως από την (11) λύνοντας ως προς λ_1 και αντικαθιστώντας την (16):

$$\lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2 \frac{\partial F / \partial \bar{y}}{MU_b^y} \Rightarrow \lambda_1 = -\frac{MU_a^y}{MU_b^y} \tag{17}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Λύνοντας την (10) ως προς λ_2 προκύπτει:

$$MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^y}{\partial F / \partial \bar{y}} \tag{16}$$

Ομοίως από την (11) λύνοντας ως προς λ_1 και αντικαθιστώντας την (16):

$$\lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2 \frac{\partial F / \partial \bar{y}}{MU_b^y} \Rightarrow \lambda_1 = -\frac{MU_a^y}{MU_b^y} \tag{17}$$

Με αντικατάσταση των (16) και (17) στην (9) λαμβάνουμε:

$$MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Λύνοντας την (10) ως προς λ_2 προκύπτει:

$$MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^y}{\partial F / \partial \bar{y}} \tag{16}$$

Ομοίως από την (11) λύνοντας ως προς λ_1 και αντικαθιστώντας την (16):

$$\lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2 \frac{\partial F / \partial \bar{y}}{MU_b^y} \Rightarrow \lambda_1 = -\frac{MU_a^y}{MU_b^y} \tag{17}$$

Με αντικατάσταση των (16) και (17) στην (9) λαμβάνουμε:

$$MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x + \frac{MU_a^y}{MU_b^y} MU_b^x - \frac{MU_a^y}{\partial F / \partial \bar{y}} \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Λύνοντας την (10) ως προς λ_2 προκύπτει:

$$MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^y}{\partial F \big/ \partial \bar{y}} \tag{16}$$

Ομοίως από την (11) λύνοντας ως προς λ_1 και αντικαθιστώντας την (16):

$$\lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2 \frac{\partial F \big/ \partial \bar{y}}{MU_b^y} \Rightarrow \lambda_1 = -\frac{MU_a^y}{MU_b^y} \tag{17}$$

Με αντικατάσταση των (16) και (17) στην (9) λαμβάνουμε:

$$MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x + \frac{MU_a^y}{MU_b^y} MU_b^x - \frac{MU_a^y}{\partial F \big/ \partial \bar{y}} \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0$$

Διαιρώντας με MU_a^y προκύπτει

$$\frac{MU_a^x}{MU_a^y} + \frac{MU_b^x}{MU_b^y} - \frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Λύνοντας την (10) ως προς λ_2 προκύπτει:

$$MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^y}{\partial F / \partial \bar{y}} \tag{16}$$

Ομοίως από την (11) λύνοντας ως προς λ_1 και αντικαθιστώντας την (16):

$$\lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_1 = -\lambda_2 \frac{\partial F / \partial \bar{y}}{MU_b^y} \Rightarrow \lambda_1 = -\frac{MU_a^y}{MU_b^y} \tag{17}$$

Με αντικατάσταση των (16) και (17) στην (9) λαμβάνουμε:

$$MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x + \frac{MU_a^y}{MU_b^y} MU_b^x - \frac{MU_a^y}{\partial F / \partial \bar{y}} \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0$$

Διαιρώντας με MU_a^y προκύπτει

$$\frac{MU_a^x}{MU_a^y} + \frac{MU_b^x}{MU_b^y} - \frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} = 0 \Rightarrow \boxed{MRS_a^{y,x} + MRS_b^{y,x} = MRT^{x,y}} \tag{18}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας κατά μέλη τις (12) και (13),

$$\left.\begin{array}{l} MU_a^k = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \\ MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας κατά μέλη τις (12) και (13),

$$\left.\begin{matrix} MU_a^k = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \\ MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{\partial F/\partial \bar{k}}{\partial F/\partial \bar{\ell}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας κατά μέλη τις (12) και (13),

$$\left.\begin{array}{l} MU_a^k = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \\ MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{\partial F / \partial \bar{k}}{\partial F / \partial \bar{\ell}} \Rightarrow \frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{d\ell}{dk}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας κατά μέλη τις (12) και (13),

$$\left.\begin{array}{l} MU_a^k = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \\ MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{\partial F / \partial \bar{k}}{\partial F / \partial \bar{\ell}} \Rightarrow \frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{d\ell}{dk}$$

καθώς και τις (14) και (15),

$$\left.\begin{array}{l} \lambda_1 MU_b^k = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \\ \lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας κατά μέλη τις (12) και (13),

$$\left.\begin{aligned} MU_a^k &= \lambda_2 \tfrac{\partial F}{\partial \bar{k}} \\ MU_a^\ell &= \lambda_2 \tfrac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{\partial F/\partial \bar{k}}{\partial F/\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{d\ell}{dk}$$

καθώς και τις (14) και (15),

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 MU_b^k &= -\lambda_2 \tfrac{\partial F}{\partial \bar{k}} \\ \lambda_1 MU_b^\ell &= -\lambda_2 \tfrac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{MU_b^k}{MU_b^\ell} = \frac{\partial F/\partial \bar{k}}{\partial F/\partial \bar{\ell}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας κατά μέλη τις (12) και (13),

$$\left.\begin{array}{l} MU_a^k = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \\ MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{\partial F/\partial \bar{k}}{\partial F/\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{d\ell}{dk}$$

καθώς και τις (14) και (15),

$$\left.\begin{array}{l} \lambda_1 MU_b^k = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \\ \lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{MU_b^k}{MU_b^\ell} = \frac{\partial F/\partial \bar{k}}{\partial F/\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \frac{MU_b^k}{MU_b^\ell} = \frac{d\ell}{dk}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας κατά μέλη τις (12) και (13),

$$\left.\begin{array}{l} MU_a^k = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \\ MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{\partial F/\partial \bar{k}}{\partial F/\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{d\ell}{dk}$$

καθώς και τις (14) και (15),

$$\left.\begin{array}{l} \lambda_1 MU_b^k = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \\ \lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{MU_b^k}{MU_b^\ell} = \frac{\partial F/\partial \bar{k}}{\partial F/\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \frac{MU_b^k}{MU_b^\ell} = \frac{d\ell}{dk}$$

και θέτοντας τις ίσες λαμβάνουμε:

$$\frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{d\bar{\ell}}{d\bar{k}} = \frac{MU_b^k}{MU_b^\ell}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας κατά μέλη τις (12) και (13),

$$\left.\begin{array}{l} MU_a^k = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \\ MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{\partial F/\partial \bar{k}}{\partial F/\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{d\ell}{dk}$$

καθώς και τις (14) και (15),

$$\left.\begin{array}{l} \lambda_1 MU_b^k = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \\ \lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{MU_b^k}{MU_b^\ell} = \frac{\partial F/\partial \bar{k}}{\partial F/\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \frac{MU_b^k}{MU_b^\ell} = \frac{d\ell}{dk}$$

και θέτοντας τις ίσες λαμβάνουμε:

$$\frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{d\bar{\ell}}{d\bar{k}} = \frac{MU_b^k}{MU_b^\ell} \Rightarrow \boxed{MRS_a^{\ell,k} = MRTS^{\bar{k},\bar{\ell}} = MRS_b^{\ell,k}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας κατά μέλη τις (12) και (13),

$$\left.\begin{array}{l} MU_a^k = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \\ MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{\partial F/\partial \bar{k}}{\partial F/\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{d\ell}{dk}$$

καθώς και τις (14) και (15),

$$\left.\begin{array}{l} \lambda_1 MU_b^k = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{k}} \\ \lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{MU_b^k}{MU_b^\ell} = \frac{\partial F/\partial \bar{k}}{\partial F/\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \frac{MU_b^k}{MU_b^\ell} = \frac{d\ell}{dk}$$

και θέτοντας τις ίσες λαμβάνουμε:

$$\frac{MU_a^k}{MU_a^\ell} = \frac{d\bar{\ell}}{d\bar{k}} = \frac{MU_b^k}{MU_b^\ell} \Rightarrow \boxed{MRS_a^{\ell,k} = MRTS^{\bar{k},\bar{\ell}} = MRS_b^{\ell,k}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας τις (13) και (15) κατά μέλη προκύπτει:

$$\left.\begin{array}{l} MU_a^{\ell} = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \\ \lambda_1 MU_b^{\ell} = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας τις (13) και (15) κατά μέλη προκύπτει:

$$\left.\begin{array}{l} MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \\ \lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda_1 = -\frac{MU_a^\ell}{MU_b^\ell} \tag{19}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας τις (13) και (15) κατά μέλη προκύπτει:

$$\left.\begin{array}{l} MU_a^{\ell} = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \\ \lambda_1 MU_b^{\ell} = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda_1 = -\frac{MU_a^{\ell}}{MU_b^{\ell}} \tag{19}$$

Λύνοντας την (13) ως προς λ_2

$$MU_a^{\ell} = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας τις (13) και (15) κατά μέλη προκύπτει:

$$\left.\begin{array}{l} MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \\ \lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda_1 = -\frac{MU_a^\ell}{MU_b^\ell} \tag{19}$$

Λύνοντας την (13) ως προς λ_2

$$MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^\ell}{\partial F / \partial \bar{\ell}},$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας τις (13) και (15) κατά μέλη προκύπτει:

$$\left.\begin{array}{l} MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \\ \lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda_1 = -\frac{MU_a^\ell}{MU_b^\ell} \tag{19}$$

Λύνοντας την (13) ως προς λ_2

$$MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^\ell}{\partial F / \partial \bar{\ell}},$$

αντικαθιστώντας την μαζί με την (19) στην (9)

$$MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας τις (13) και (15) κατά μέλη προκύπτει:

$$\left.\begin{array}{l} MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \\ \lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda_1 = -\frac{MU_a^\ell}{MU_b^\ell} \tag{19}$$

Λύνοντας την (13) ως προς λ_2

$$MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^\ell}{\partial F / \partial \bar{\ell}},$$

αντικαθιστώντας την μαζί με την (19) στην (9)

$$MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x + MU_b^x \frac{MU_a^\ell}{MU_b^\ell} - MU_a^\ell \frac{\partial F / \partial \bar{x}}{\partial F / \partial \bar{\ell}} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας τις (13) και (15) κατά μέλη προκύπτει:

$$\left.\begin{array}{l} MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \\ \lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda_1 = -\frac{MU_a^\ell}{MU_b^\ell} \tag{19}$$

Λύνοντας την (13) ως προς λ_2

$$MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^\ell}{\partial F / \partial \bar{\ell}},$$

αντικαθιστώντας την μαζί με την (19) στην (9)

$$MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x + MU_b^x \frac{MU_a^\ell}{MU_b^\ell} - MU_a^\ell \frac{\partial F / \partial \bar{x}}{\partial F / \partial \bar{\ell}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{MU_a^x}{MU_a^\ell} + \frac{MU_b^x}{MU_b^\ell} = \frac{\partial F / \partial \bar{x}}{\partial F / \partial \bar{\ell}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας τις (13) και (15) κατά μέλη προκύπτει:

$$\left.\begin{array}{l} MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \\ \lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda_1 = -\frac{MU_a^\ell}{MU_b^\ell} \tag{19}$$

Λύνοντας την (13) ως προς λ_2

$$MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^\ell}{\partial F / \partial \bar{\ell}},$$

αντικαθιστώντας την μαζί με την (19) στην (9)

$$MU_a^x - \lambda_1 MU_b^x - \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow MU_a^x + MU_b^x \frac{MU_a^\ell}{MU_b^\ell} - MU_a^\ell \frac{\partial F / \partial \bar{x}}{\partial F / \partial \bar{\ell}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{MU_a^x}{MU_a^\ell} + \frac{MU_b^x}{MU_b^\ell} = \frac{\partial F / \partial \bar{x}}{\partial F / \partial \bar{\ell}} \Rightarrow \boxed{MRS_a^{\ell,x} + MRS_b^{\ell,x} = \frac{1}{MP_x^\ell}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Με αντίστοιχο τρόπο χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (12), (14) και (9):

$$\frac{MU_a^x}{MU_a^k} + \frac{MU_b^x}{MU_b^k} = \frac{\partial F \big/ \partial \bar{x}}{\partial F \big/ \partial \bar{k}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Με αντίστοιχο τρόπο χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (12), (14) και (9):

$$\frac{MU_a^x}{MU_a^k} + \frac{MU_b^x}{MU_b^k} = \frac{\partial F \big/ \partial \bar{x}}{\partial F \big/ \partial \bar{k}} \Rightarrow \boxed{MRS_a^{k,x} + MRS_a^{k,x} = \frac{1}{MP_x^k}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Με αντίστοιχο τρόπο χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (12), (14) και (9):

$$\frac{MU_a^x}{MU_a^k} + \frac{MU_b^x}{MU_b^k} = \frac{\partial F \big/ \partial \bar{x}}{\partial F \big/ \partial \bar{k}} \Rightarrow \boxed{MRS_a^{k,x} + MRS_a^{k,x} = \frac{1}{MP_x^k}}$$

Λύνοντας την (10) ως προς λ_2

$$MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Με αντίστοιχο τρόπο χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (12), (14) και (9):

$$\frac{MU_a^x}{MU_a^k} + \frac{MU_b^x}{MU_b^k} = \frac{\partial F / \partial \bar{x}}{\partial F / \partial \bar{k}} \Rightarrow \boxed{MRS_a^{k,x} + MRS_a^{k,x} = \frac{1}{MP_x^k}}$$

Λύνοντας την (10) ως προς λ_2

$$MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^y}{\partial F / \partial \bar{y}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Με αντίστοιχο τρόπο χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (12), (14) και (9):

$$\frac{MU_a^x}{MU_a^k} + \frac{MU_b^x}{MU_b^k} = \frac{\partial F \big/ \partial \bar{x}}{\partial F \big/ \partial \bar{k}} \Rightarrow \boxed{MRS_a^{k,x} + MRS_a^{k,x} = \frac{1}{MP_x^k}}$$

Λύνοντας την (10) ως προς λ_2

$$MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^y}{\partial F \big/ \partial \bar{y}}$$

και αντικαθιστώντας την στην (13) προκύπτει:

$$MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Με αντίστοιχο τρόπο χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (12), (14) και (9):

$$\frac{MU_a^x}{MU_a^k} + \frac{MU_b^x}{MU_b^k} = \frac{\partial F / \partial \bar{x}}{\partial F / \partial \bar{k}} \Rightarrow \boxed{MRS_a^{k,x} + MRS_a^{k,x} = \frac{1}{MP_x^k}}$$

Λύνοντας την (10) ως προς λ_2

$$MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^y}{\partial F / \partial \bar{y}}$$

και αντικαθιστώντας την στην (13) προκύπτει:

$$MU_a^\ell = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \Rightarrow MU_a^\ell = MU_a^y \frac{\partial F / \partial \bar{\ell}}{\partial F / \partial \bar{y}} \Rightarrow$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Με αντίστοιχο τρόπο χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (12), (14) και (9):

$$\frac{MU_a^x}{MU_a^k} + \frac{MU_b^x}{MU_b^k} = \frac{\partial F / \partial \bar{x}}{\partial F / \partial \bar{k}} \Rightarrow \boxed{MRS_a^{k,x} + MRS_a^{k,x} = \frac{1}{MP_x^k}}$$

Λύνοντας την (10) ως προς λ_2

$$MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^y}{\partial F / \partial \bar{y}}$$

και αντικαθιστώντας την στην (13) προκύπτει:

$$\begin{aligned} MU_a^\ell &= \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \Rightarrow MU_a^\ell = MU_a^y \frac{\partial F / \partial \bar{\ell}}{\partial F / \partial \bar{y}} \Rightarrow \\ \frac{MU_a^\ell}{MU_a^y} &= \frac{\partial F / \partial \bar{\ell}}{\partial F / \partial \bar{y}} \end{aligned}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Με αντίστοιχο τρόπο χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (12), (14) και (9):

$$\frac{MU_a^x}{MU_a^k} + \frac{MU_b^x}{MU_b^k} = \frac{\partial F / \partial \bar{x}}{\partial F / \partial \bar{k}} \Rightarrow \boxed{MRS_a^{k,x} + MRS_a^{k,x} = \frac{1}{MP_x^k}}$$

Λύνοντας την (10) ως προς λ_2

$$MU_a^y = \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{MU_a^y}{\partial F / \partial \bar{y}}$$

και αντικαθιστώντας την στην (13) προκύπτει:

$$\begin{aligned} MU_a^\ell &= \lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \Rightarrow MU_a^\ell = MU_a^y \frac{\partial F / \partial \bar{\ell}}{\partial F / \partial \bar{y}} \Rightarrow \\ \frac{MU_a^\ell}{MU_a^y} &= \frac{\partial F / \partial \bar{\ell}}{\partial F / \partial \bar{y}} \Rightarrow \boxed{MRS_a^{y,\ell} = MP_y^\ell} \end{aligned} \quad (20)$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Ομοίως λύνοντας την (11) ως προς λ_2,

$$\lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Ομοίως λύνοντας την (11) ως προς λ_2,

$$\lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = -\lambda_1 \frac{MU_b^y}{\partial F/\partial \bar{y}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Ομοίως λύνοντας την (11) ως προς λ_2,

$$\lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = -\lambda_1 \frac{MU_b^y}{\partial F / \partial \bar{y}}$$

και αντικαθιστώντας την στην (15)

$$\lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Ομοίως λύνοντας την (11) ως προς λ_2,

$$\lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = -\lambda_1 \frac{MU_b^y}{\partial F/\partial \bar{y}}$$

και αντικαθιστώντας την στην (15)

$$\lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \lambda_1 MU_b^\ell = \lambda_1 \frac{MU_b^y}{\partial F/\partial \bar{y}} \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Ομοίως λύνοντας την (11) ως προς λ_2,

$$\lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = -\lambda_1 \frac{MU_b^y}{\partial F / \partial \bar{y}}$$

και αντικαθιστώντας την στην (15)

$$\lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \lambda_1 MU_b^\ell = \lambda_1 \frac{MU_b^y}{\partial F / \partial \bar{y}} \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \Rightarrow MRS_b^{y,\ell} = MP_y^\ell \qquad (21)$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Ομοίως λύνοντας την (11) ως προς λ_2,

$$\lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = -\lambda_1 \frac{MU_b^y}{\partial F / \partial \bar{y}}$$

και αντικαθιστώντας την στην (15)

$$\lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \lambda_1 MU_b^\ell = \lambda_1 \frac{MU_b^y}{\partial F / \partial \bar{y}} \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \Rightarrow MRS_b^{y,\ell} = MP_y^\ell \tag{21}$$

Χρησιμοποιώντας τις (20) και (21) παίρνουμε:

$$\boxed{MRS_a^{y,\ell} = MRS_b^{y,\ell} = MP_y^\ell}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Ομοίως λύνοντας την (11) ως προς λ_2,

$$\lambda_1 MU_b^y = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{y}} \Rightarrow \lambda_2 = -\lambda_1 \frac{MU_b^y}{\partial F / \partial \bar{y}}$$

και αντικαθιστώντας την στην (15)

$$\lambda_1 MU_b^\ell = -\lambda_2 \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \Rightarrow \lambda_1 MU_b^\ell = \lambda_1 \frac{MU_b^y}{\partial F / \partial \bar{y}} \frac{\partial F}{\partial \bar{\ell}} \Rightarrow MRS_b^{y,\ell} = MP_y^\ell \qquad (21)$$

Χρησιμοποιώντας τις (20) και (21) παίρνουμε:

$$\boxed{MRS_a^{y,\ell} = MRS_b^{y,\ell} = MP_y^\ell}$$

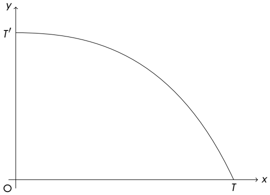
Κατά ανάλογο τρόπο χρησιμοποιώντας τις (12) και (14) μαζί με τις (10) και (11) προκύπτει:

$$\boxed{MRS_a^{y,k} = MRS_b^{y,k} = MP_y^k}$$

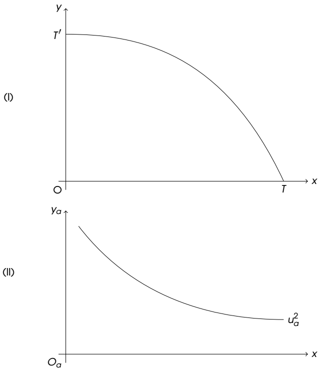
Διαγραμματική Ανάλυση

Διαγραμματική Ανάλυση

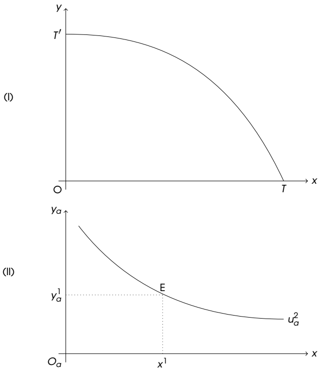
(I)



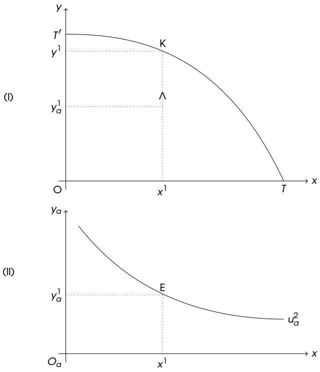
Διαγραμματική Ανάλυση



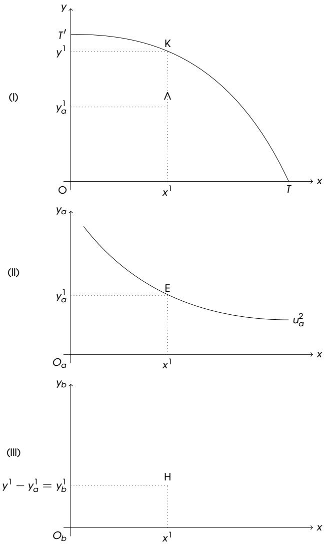
Διαγραμματική Ανάλυση



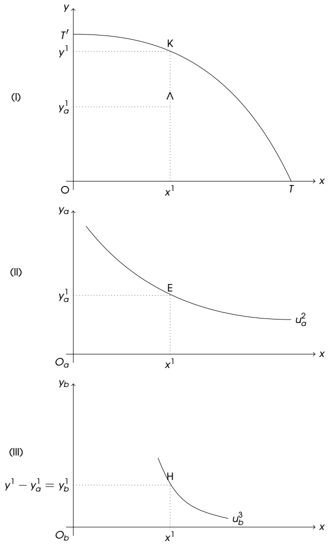
Διαγραμματική Ανάλυση



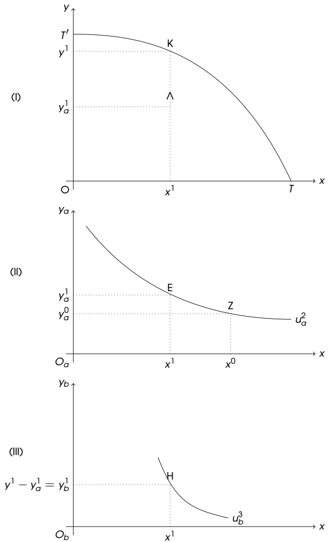
Διαγραμματική Ανάλυση



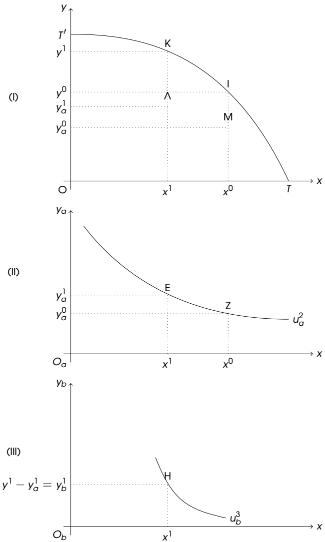
Διαγραμματική Ανάλυση



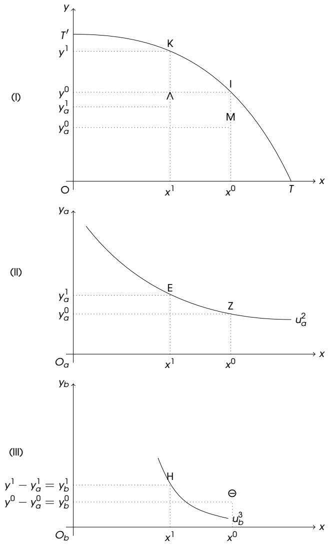
Διαγραμματική Ανάλυση



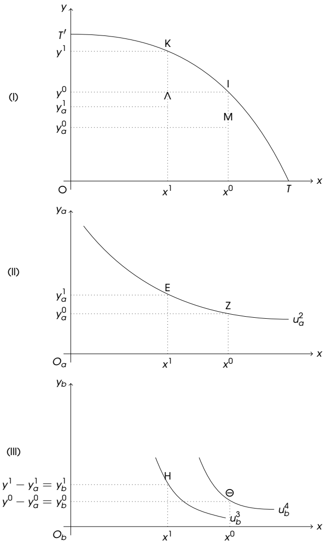
Διαγραμματική Ανάλυση



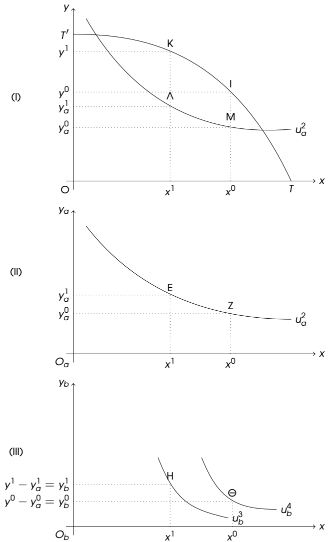
Διαγραμματική Ανάλυση



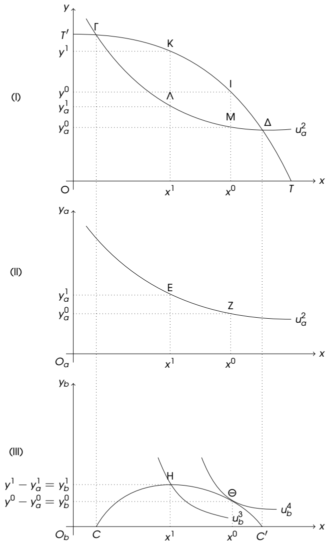
Διαγραμματική Ανάλυση



Διαγραμματική Ανάλυση



Διαγραμματική Ανάλυση



Το Πρόβλημα του Λαθρεπιβάτη

Το Πρόβλημα του Λαθρεπιβάτη

- δυο συγκάτοικοι, A και B

Το Πρόβλημα του Λαθρεπιβάτη

- δυο συγκάτοικοι, A και B
- κόστος δημόσιου αγαθού 10 ευρώ (5 ευρώ ο καθένας)

Το Πρόβλημα του Λαθρεπιβάτη

- δυο συγκάτοικοι, A και B
- κόστος δημόσιου αγαθού 10 ευρώ (5 ευρώ ο καθένας)
- ωφέλεια 10 ευρώ για τον καθένα

Το Πρόβλημα του Λαθρεπιβάτη

- δυο συγκάτοικοι, A και B
- κόστος δημόσιου αγαθού 10 ευρώ (5 ευρώ ο καθένας)
- ωφέλεια 10 ευρώ για τον καθένα

	Ο A	
	συμβάλλει στο κόστος	δεν συμβάλλει στο κόστος
Ο B συμβάλλει	(10-5)=5 ευρώ	-5 ευρώ
Ο B δεν συμβάλλει	10 ευρώ	0 ευρώ
	το x προσφέρεται	το x δεν προσφέρεται

Υποθέσεις Υποδείγματος:

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- δυο καταναλωτές, A και B

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- δυο καταναλωτές, A και B
- ένα ιδιωτικό (y) και ένα δημόσιο αγαθό (x)

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- δυο καταναλωτές, A και B
- ένα ιδιωτικό (y) και ένα δημόσιο αγαθό (x)
- οι συναρτήσεις χρησιμότητας των A και B είναι δεδομένες

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- δυο καταναλωτές, A και B
- ένα ιδιωτικό (y) και ένα δημόσιο αγαθό (x)
- οι συναρτήσεις χρησιμότητας των A και B είναι δεδομένες
- οι οριακές χρησιμότητες των A και B είναι θετικές και φθίνουσες ως προς τα δύο αγαθά

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- δυο καταναλωτές, A και B
- ένα ιδιωτικό (y) και ένα δημόσιο αγαθό (x)
- οι συναρτήσεις χρησιμότητας των A και B είναι δεδομένες
- οι οριακές χρησιμότητες των A και B είναι θετικές και φθίνουσες ως προς τα δύο αγαθά
- το οριακό κόστος παραγωγής του δημόσιου αγαθού είναι ίσο με την μονάδα, $MC_x = 1$

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- δυο καταναλωτές, A και B
- ένα ιδιωτικό (y) και ένα δημόσιο αγαθό (x)
- οι συναρτήσεις χρησιμότητας των A και B είναι δεδομένες
- οι οριακές χρησιμότητες των A και B είναι θετικές και φθίνουσες ως προς τα δύο αγαθά
- το οριακό κόστος παραγωγής του δημόσιου αγαθού είναι ίσο με την μονάδα, $MC_x = 1$
- η αγοραία τιμή του ιδιωτικού αγαθού είναι επίσης ίση με την μονάδα, $p_y = 1$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των A και B:

$$\begin{aligned} u_a &= f_a(y_a, \bar{x}) \\ u_b &= f_b(y_b, \bar{x}) \end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των A και B:

$$\begin{aligned} u_a &= f_a\left(y_a, \bar{x}\right) \\ u_b &= f_b\left(y_b, \bar{x}\right) \end{aligned}$$

Δεδομένου ότι $MC_x = 1$,

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των A και B:

$$\begin{aligned} u_a &= f_a\left(y_a, \bar{x}\right) \\ u_b &= f_b\left(y_b, \bar{x}\right) \end{aligned}$$

Δεδομένου ότι $MC_x = 1$, ισχύει:

$$c_x x = \tau c_x x + \left(1 - \tau\right) c_x x$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των A και B:

$$\begin{aligned} u_a &= f_a\left(y_a, \bar{x}\right) \\ u_b &= f_b\left(y_b, \bar{x}\right) \end{aligned}$$

Δεδομένου ότι $MC_x = 1$, ισχύει:

$$\begin{aligned} c_x x &= \tau c_x x + \left(1 - \tau\right) c_x x \\ x &= \tau x + \left(1 - \tau\right) x \end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των A και B:

$$\begin{aligned} u_a &= f_a\left(y_a, \bar{x}\right) \\ u_b &= f_b\left(y_b, \bar{x}\right) \end{aligned}$$

Δεδομένου ότι $MC_x = 1$, ισχύει:

$$\begin{aligned} c_x x &= \tau c_x x + \left(1-\tau\right) c_x x \\ x &= \tau x + \left(1-\tau\right) x \\ x &= c_a + c_b \end{aligned}$$

όπου c_a και c_b είναι η συμβολή στο κόστος παραγωγής των A και B.

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η άριστη επιλογή του A (το ίδιο ισχύει και για τον B) προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{y_a, c_a} u_a &= f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) \\ \text{s.t. } I_a &= y_a + c_a \end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η άριστη επιλογή του A (το ίδιο ισχύει και για τον B) προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{y_a, c_a} u_a &= f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) \\ \text{s.t. } I_a &= y_a + c_a \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L}\left(\cdot\right) = f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) + \lambda\left[I_a - y_a - c_a\right]$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η άριστη επιλογή του A (το ίδιο ισχύει και για τον B) προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{y_a, c_a} u_a &= f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) \\ \text{s.t. } I_a &= y_a + c_a \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L}\left(\cdot\right) = f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) + \lambda\left[I_a - y_a - c_a\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η άριστη επιλογή του A (το ίδιο ισχύει και για τον B) προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{y_a, c_a} u_a &= f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) \\ \text{s.t. } I_a &= y_a + c_a \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L}\left(\cdot\right) = f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) + \lambda\left[I_a - y_a - c_a\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial c_a} = 0$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η άριστη επιλογή του A (το ίδιο ισχύει και για τον B) προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{y_a, c_a} u_a &= f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) \\ \text{s.t. } I_a &= y_a + c_a \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L}\left(\cdot\right) = f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) + \lambda\left[I_a - y_a - c_a\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial c_a} = 0 \quad \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial c_a} - \lambda = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η άριστη επιλογή του A (το ίδιο ισχύει και για τον B) προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{y_a, c_a} u_a &= f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) \\ \text{s.t. } I_a &= y_a + c_a \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L}\left(\cdot\right) = f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) + \lambda\left[I_a - y_a - c_a\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial c_a} = 0 \quad \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial c_a} - \lambda = 0 \quad \Rightarrow MU_a^x = \lambda$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η άριστη επιλογή του A (το ίδιο ισχύει και για τον B) προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{y_a, c_a} u_a &= f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) \\ \text{s.t. } I_a &= y_a + c_a \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L}\left(\cdot\right) = f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) + \lambda\left[I_a - y_a - c_a\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial c_a} = 0 \quad \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial c_a} - \lambda = 0 \quad \Rightarrow MU_a^x = \lambda$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η άριστη επιλογή του A (το ίδιο ισχύει και για τον B) προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{y_a, c_a} u_a &= f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) \\ \text{s.t. } I_a &= y_a + c_a \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L}\left(\cdot\right) = f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) + \lambda\left[I_a - y_a - c_a\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial c_a} = 0 \quad \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial c_a} - \lambda = 0 \quad \Rightarrow MU_a^x = \lambda \\ &\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda = 0 \end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η άριστη επιλογή του A (το ίδιο ισχύει και για τον B) προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{y_a, c_a} u_a &= f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) \\ \text{s.t. } I_a &= y_a + c_a \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L}\left(\cdot\right) = f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) + \lambda\left[I_a - y_a - c_a\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial c_a} = 0 \quad &\Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial c_a} - \lambda = 0 \quad \Rightarrow MU_a^x = \lambda \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad &\Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda = 0 \qquad\quad \Rightarrow MU_a^y = \lambda \end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η άριστη επιλογή του A (το ίδιο ισχύει και για τον B) προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{y_a, c_a} u_a &= f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) \\ \text{s.t. } I_a &= y_a + c_a \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L}\left(\cdot\right) = f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) + \lambda\left[I_a - y_a - c_a\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\left.\begin{array}{llll} \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial c_a} = 0 & \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial c_a} - \lambda = 0 & \Rightarrow MU_a^x = \lambda \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 & \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda = 0 & \Rightarrow MU_a^y = \lambda \end{array}\right\} \Rightarrow MRS_a^{y,x} = 1$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η άριστη επιλογή του A (το ίδιο ισχύει και για τον B) προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{y_a, c_a} u_a &= f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) \\ \text{s.t. } I_a &= y_a + c_a \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L}\left(\cdot\right) = f_a\left(y_a, c_a + \bar{c}_b\right) + \lambda\left[I_a - y_a - c_a\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\left.\begin{array}{lll} \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial c_a} = 0 & \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial c_a} - \lambda = 0 & \Rightarrow MU_a^x = \lambda \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 & \Rightarrow \frac{\partial f_a}{\partial y_a} - \lambda = 0 & \Rightarrow MU_a^y = \lambda \end{array}\right\} \Rightarrow MRS_a^{y,x} = 1\left(= MC_x\right)$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Από την συνάρτηση χρησιμότητας του A

$$u_a = f_a\left(l_a - c_a, c_a + \bar{c}_b\right)$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Από την συνάρτηση χρησιμότητας του A

$$u_a = f_a\left(l_a - c_a, c_a + \bar{c}_b\right)$$

παίρνοντας το συνολικό διαφορικό προκύπτει:

$$-\frac{\partial f_a}{\partial y_a}dc_a + \frac{\partial f_a}{\partial x}dc_a + \frac{\partial f_a}{\partial x}dc_b = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Από την συνάρτηση χρησιμότητας του A

$$u_a = f_a\left(I_a - c_a, c_a + \bar{c}_b\right)$$

παίρνοντας το συνολικό διαφορικό προκύπτει:

$$-\frac{\partial f_a}{\partial y_a}dc_a + \frac{\partial f_a}{\partial x}dc_a + \frac{\partial f_a}{\partial x}dc_b = 0 \Rightarrow \frac{dc_b}{dc_a} = \frac{MU_a^y}{MU_a^x} - 1$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Από την συνάρτηση χρησιμότητας του A

$$u_a = f_a\left(I_a - c_a, c_a + \bar{c}_b\right)$$

παίρνοντας το συνολικό διαφορικό προκύπτει:

$$-\frac{\partial f_a}{\partial y_a}dc_a + \frac{\partial f_a}{\partial x}dc_a + \frac{\partial f_a}{\partial x}dc_b = 0 \Rightarrow \frac{dc_b}{dc_a} = \frac{MU_a^y}{MU_a^x} - 1 \Rightarrow \boxed{\frac{dc_b}{dc_a} = \frac{1}{MRS_a^{y,x}} - 1}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Από την συνάρτηση χρησιμότητας του A

$$u_a = f_a\left(I_a - c_a, c_a + \bar{c}_b\right)$$

παίρνοντας το συνολικό διαφορικό προκύπτει:

$$-\frac{\partial f_a}{\partial y_a}dc_a + \frac{\partial f_a}{\partial x}dc_a + \frac{\partial f_a}{\partial x}dc_b = 0 \Rightarrow \frac{dc_b}{dc_a} = \frac{MU_a^y}{MU_a^x} - 1 \Rightarrow \boxed{\frac{dc_b}{dc_a} = \frac{1}{MRS_a^{y,x}} - 1}$$

Η παραπάνω μας δίνει την συνάρτηση αντίδρασης (reaction function) του A:

$$R_a = \frac{1}{MRS_a^{y,x}} - 1$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Από την συνάρτηση χρησιμότητας του A

$$u_a = f_a\left(I_a - c_a, c_a + \bar{c}_b\right)$$

παίρνοντας το συνολικό διαφορικό προκύπτει:

$$-\frac{\partial f_a}{\partial y_a}dc_a + \frac{\partial f_a}{\partial x}dc_a + \frac{\partial f_a}{\partial x}dc_b = 0 \Rightarrow \frac{dc_b}{dc_a} = \frac{MU_a^y}{MU_a^x} - 1 \Rightarrow \boxed{\frac{dc_b}{dc_a} = \frac{1}{MRS_a^{y,x}} - 1}$$

Η παραπάνω μας δίνει την συνάρτηση αντίδρασης (reaction function) του A:

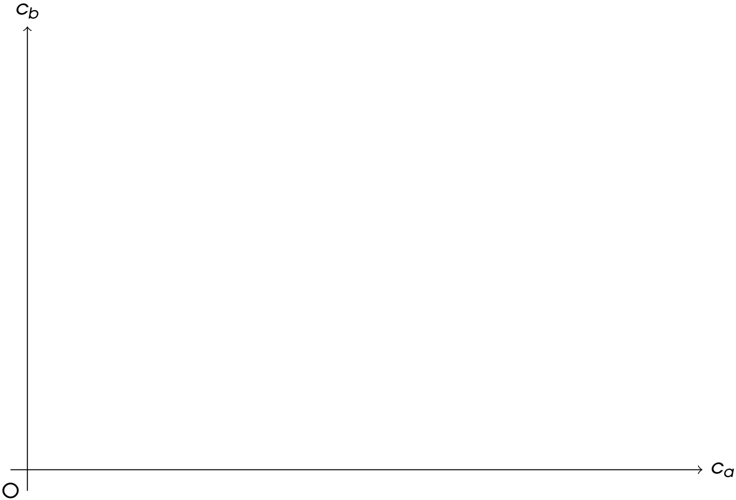
$$R_a = \frac{1}{MRS_a^{y,x}} - 1$$

Με αντίστοιχο τρόπο προκύπτει η συνάρτηση αντίδρασης του B:

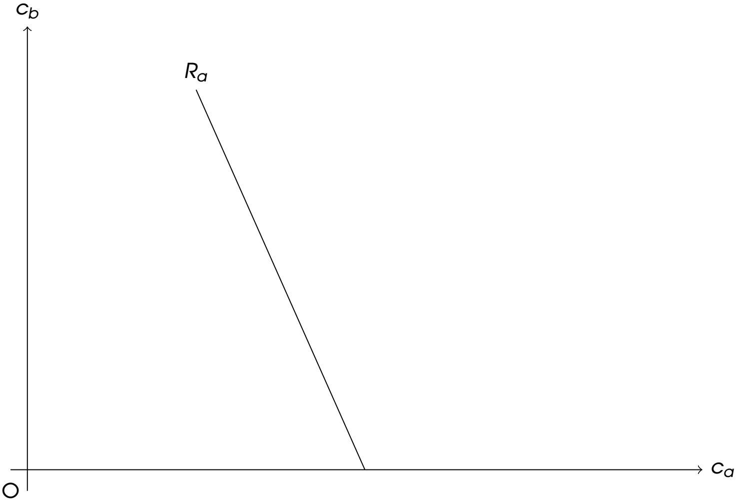
$$R_b = \frac{1}{MRS_b^{y,x}} - 1$$

Διαγραμματική Παρουσίαση

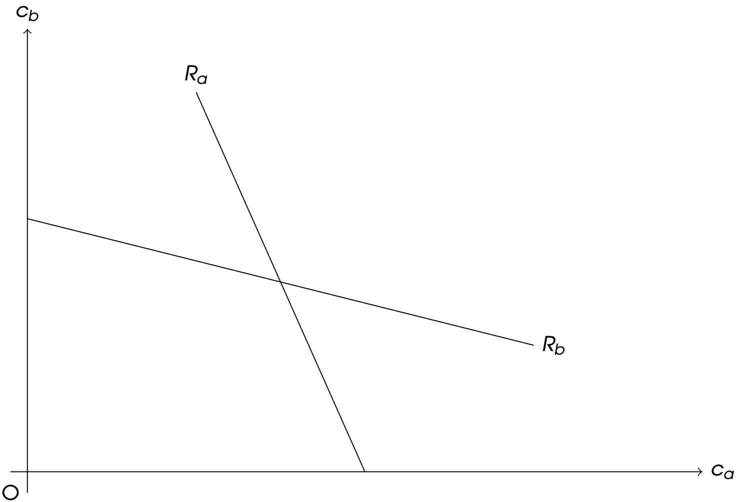
Διαγραμματική Παρουσίαση



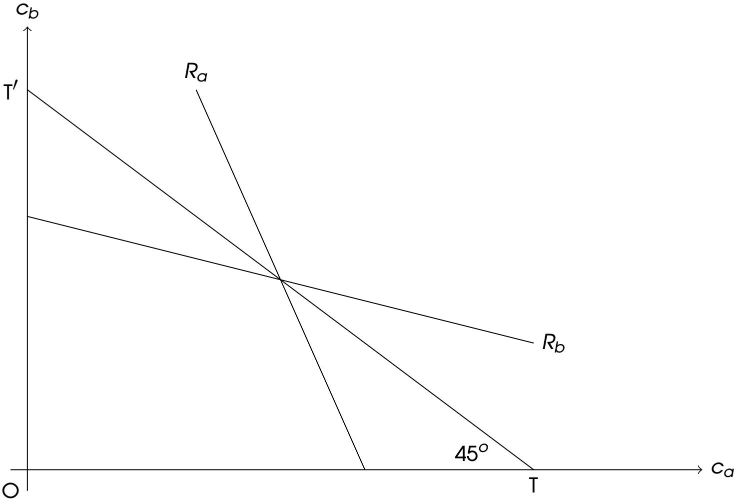
Διαγραμματική Παρουσίαση



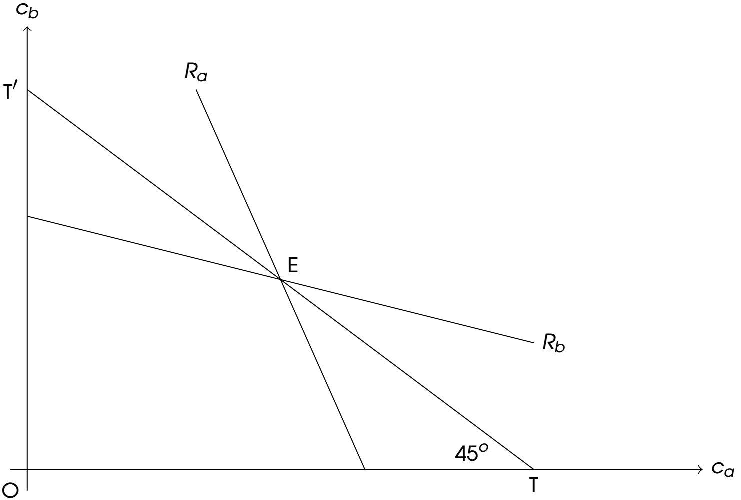
Διαγραμματική Παρουσίαση



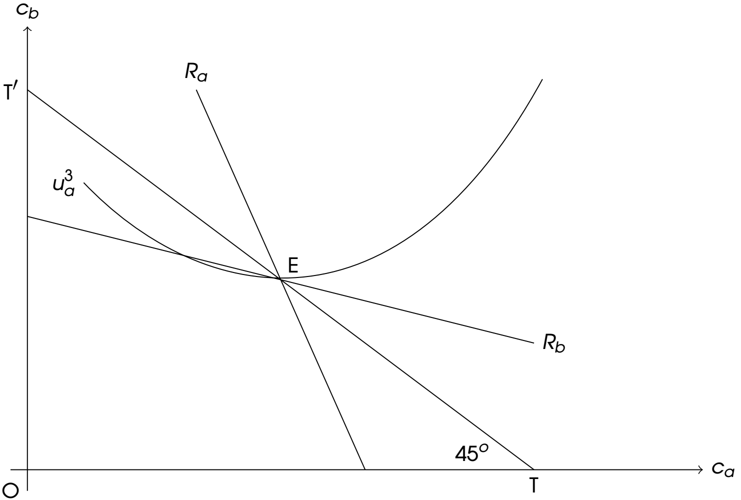
Διαγραμματική Παρουσίαση



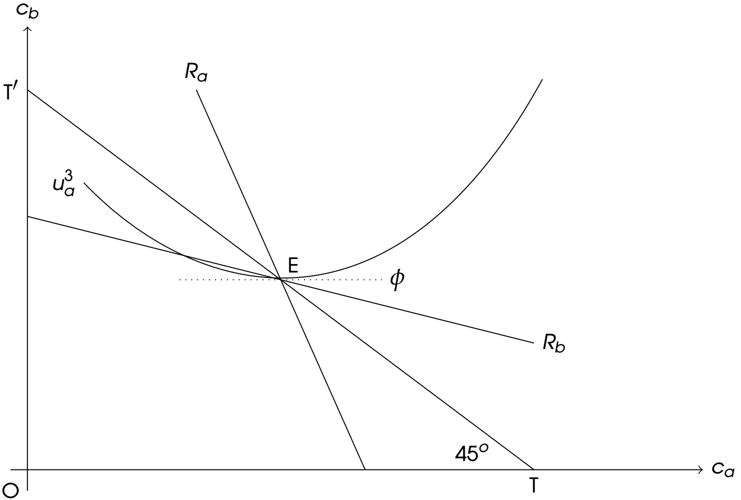
Διαγραμματική Παρουσίαση



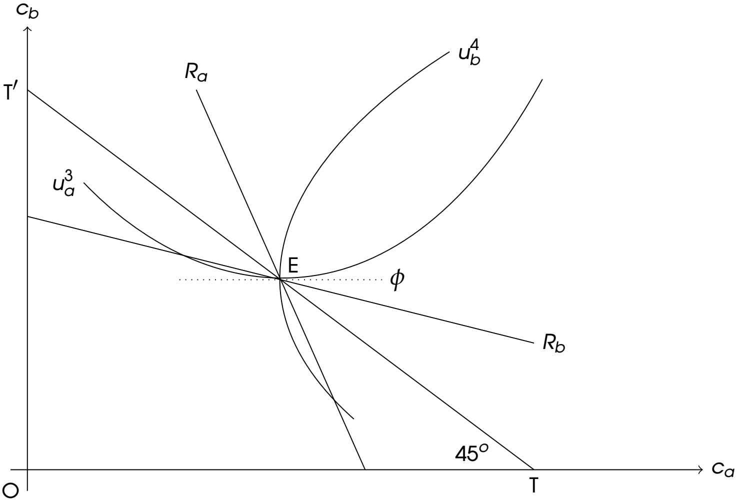
Διαγραμματική Παρουσίαση



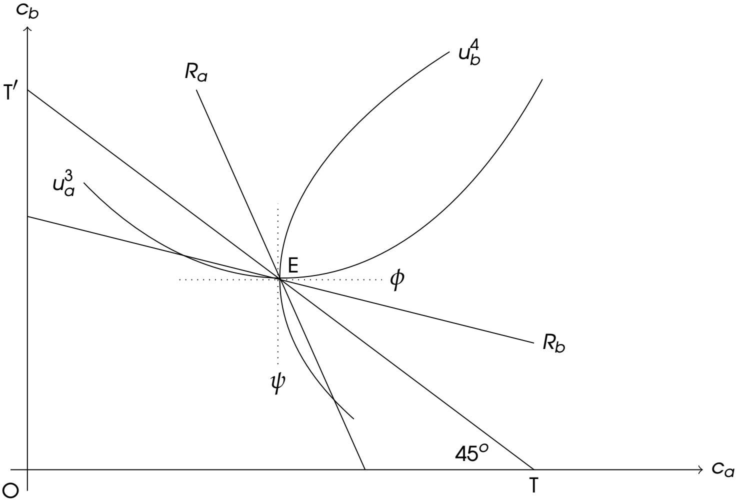
Διαγραμματική Παρουσίαση



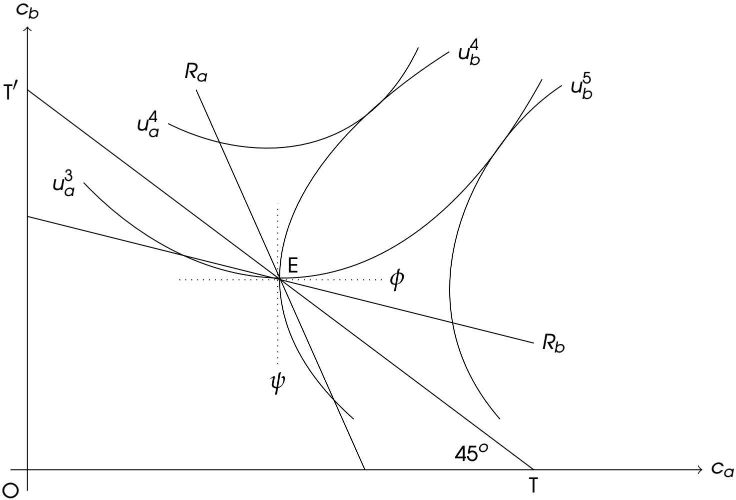
Διαγραμματική Παρουσίαση



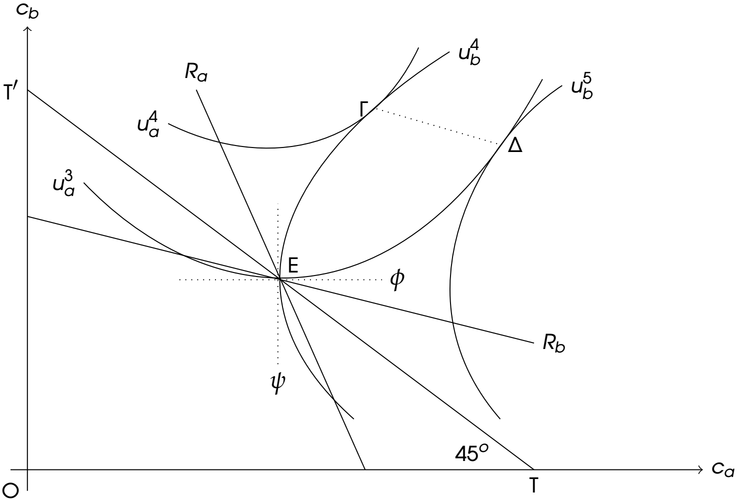
Διαγραμματική Παρουσίαση



Διαγραμματική Παρουσίαση

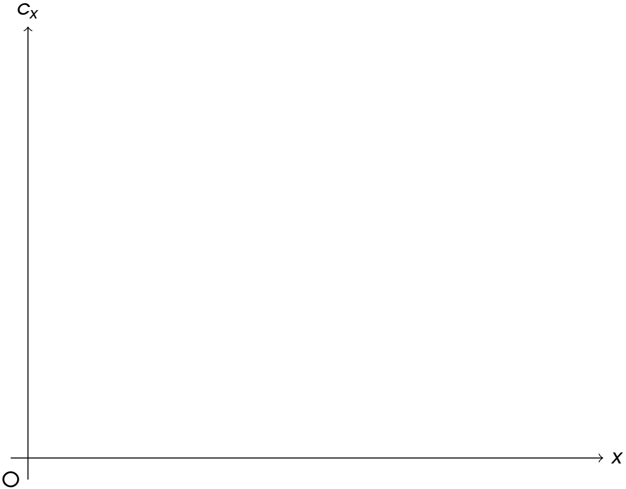


Διαγραμματική Παρουσίαση

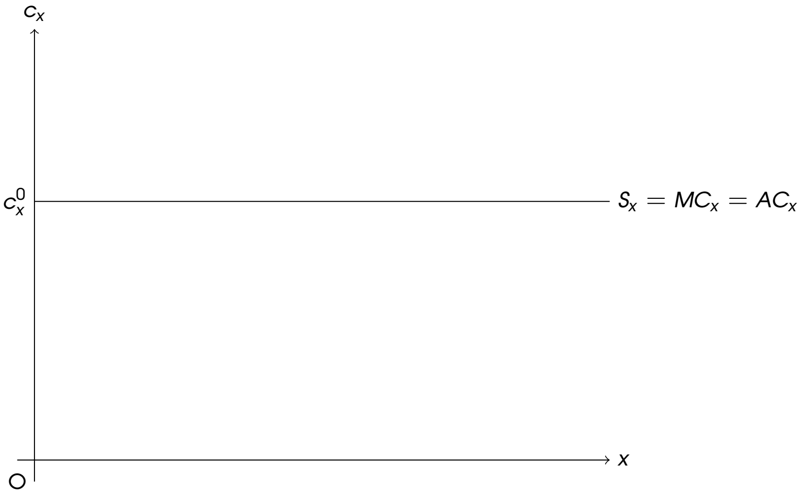


Διαγραμματική Παρουσίαση

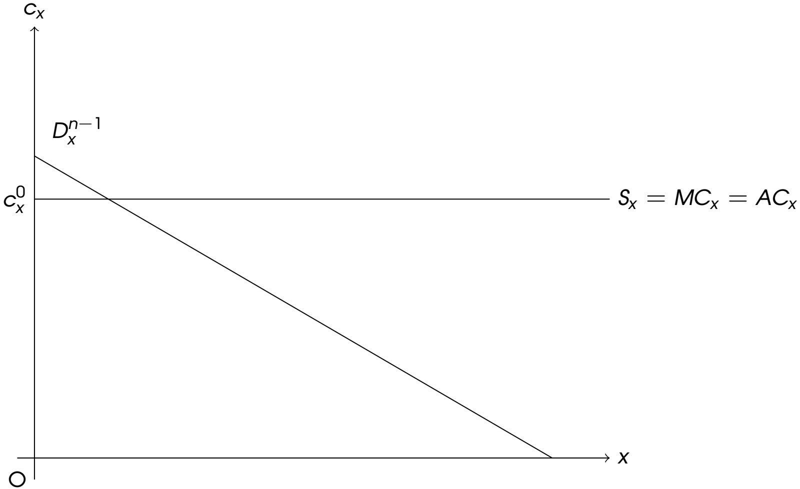
Διαγραμματική Παρουσίαση



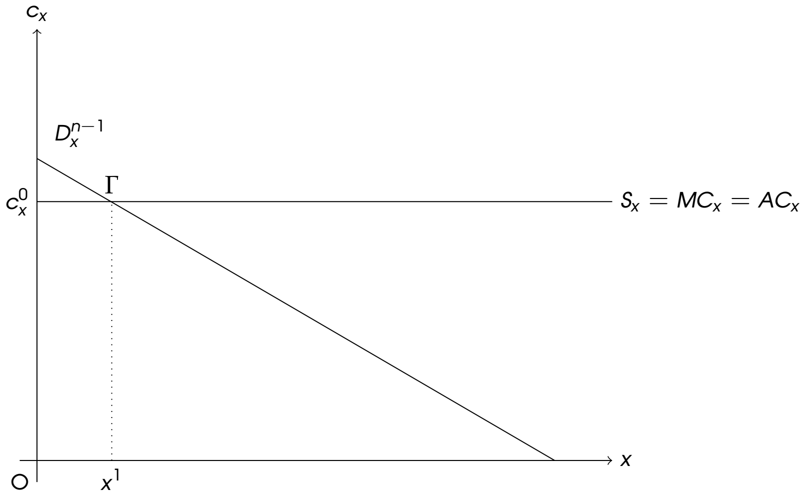
Διαγραμματική Παρουσίαση



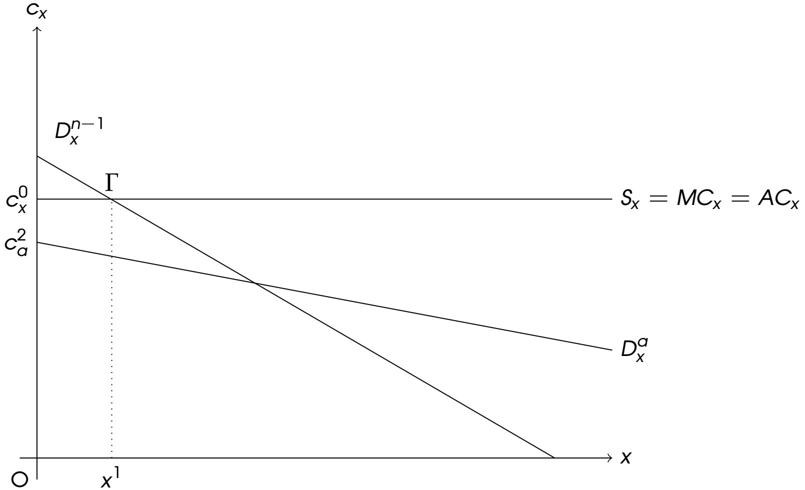
Διαγραμματική Παρουσίαση



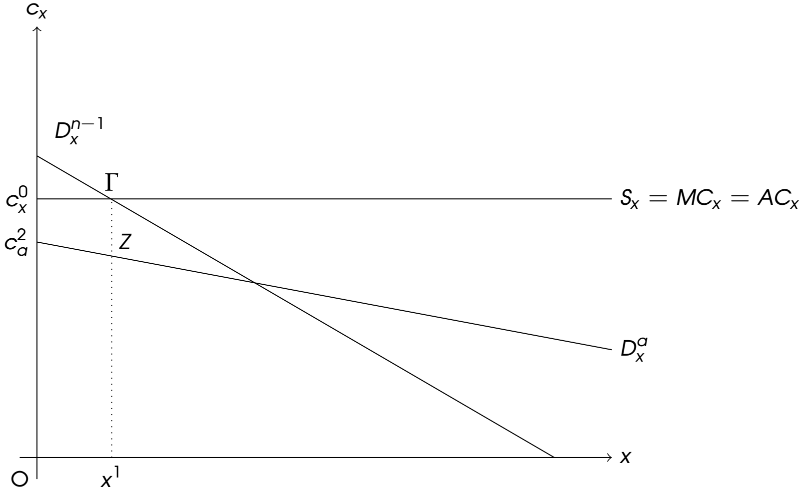
Διαγραμματική Παρουσίαση



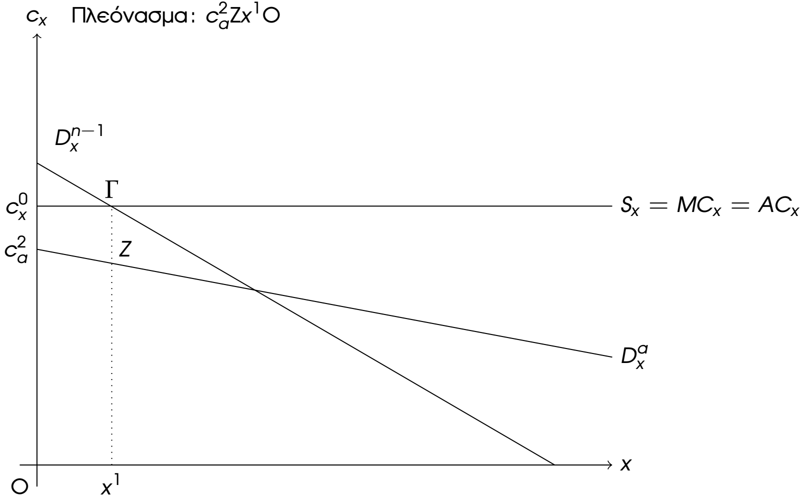
Διαγραμματική Παρουσίαση



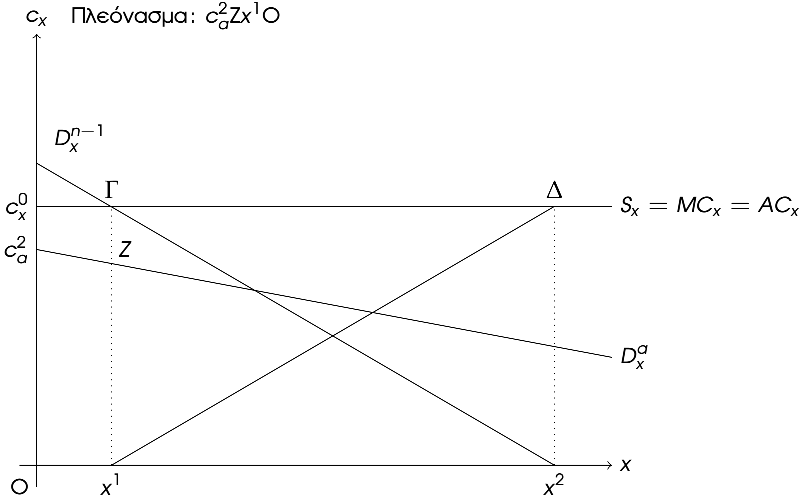
Διαγραμματική Παρουσίαση



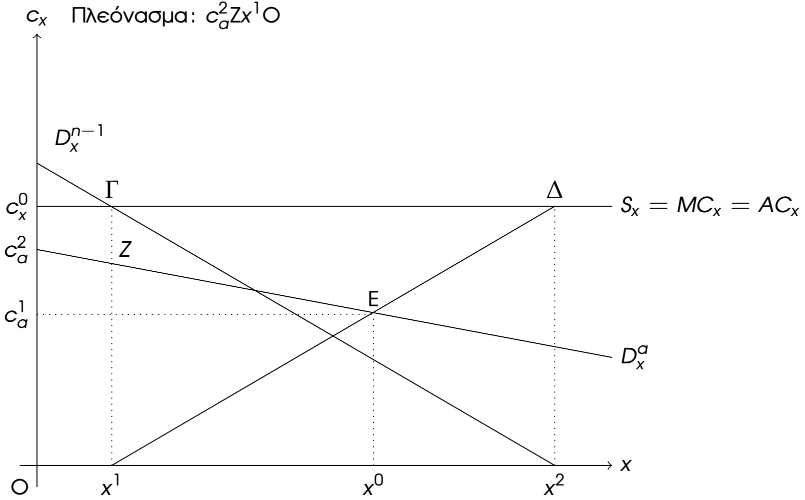
Διαγραμματική Παρουσίαση



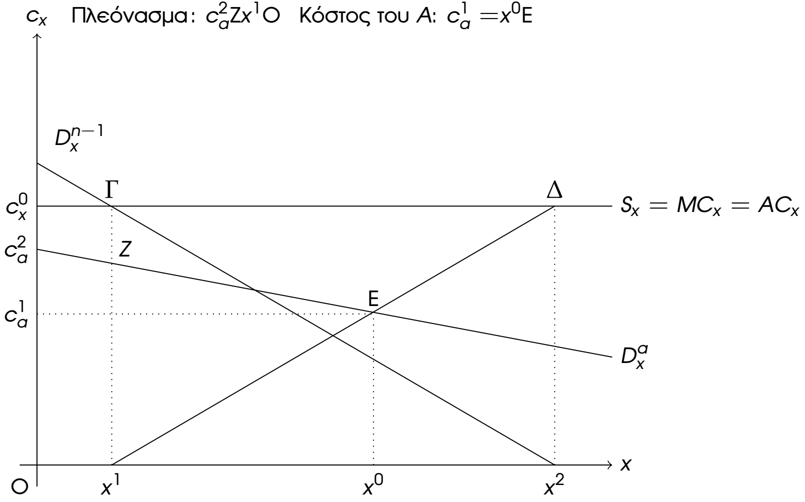
Διαγραμματική Παρουσίαση



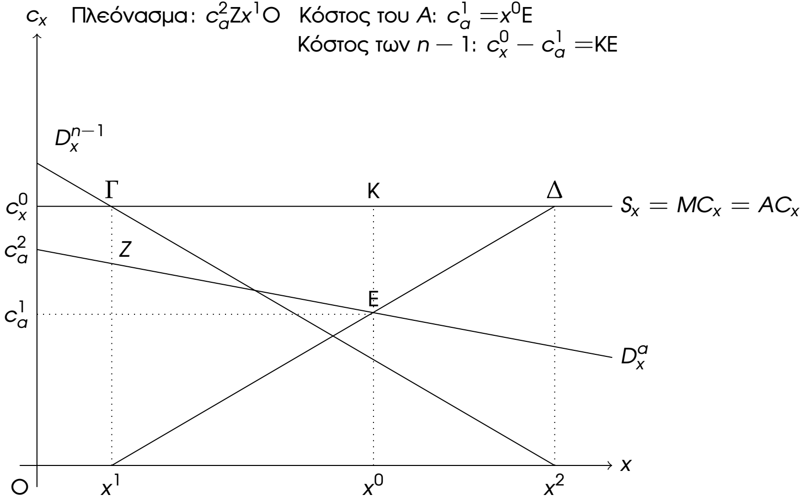
Διαγραμματική Παρουσίαση



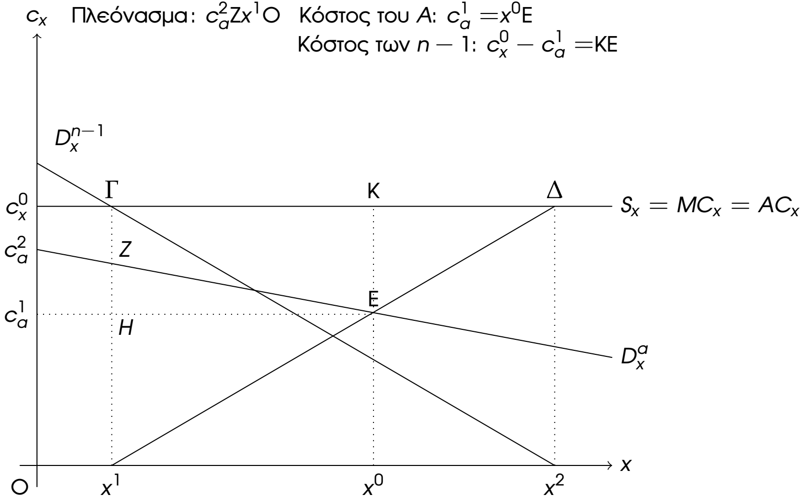
Διαγραμματική Παρουσίαση



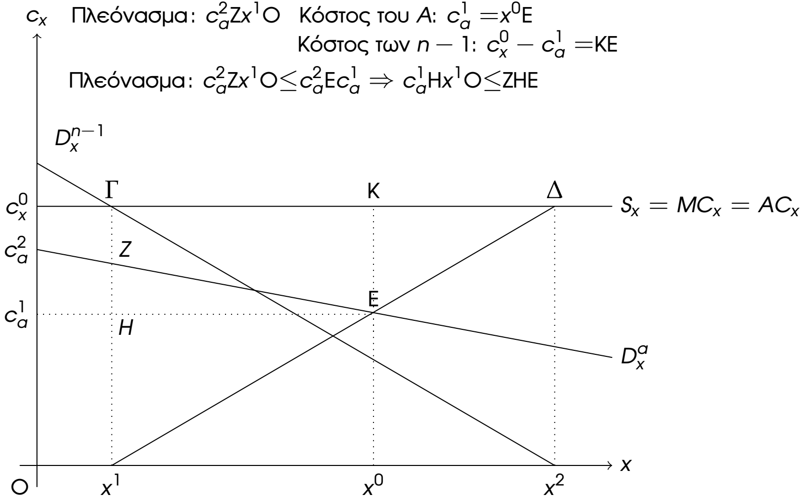
Διαγραμματική Παρουσίαση



Διαγραμματική Παρουσίαση



Διαγραμματική Παρουσίαση



Αλγεβρική Παρουσίαση

Αλγεβρική Παρουσίαση

- Απουσία αγοράς ενοικίασης κινηματογραφικών ταινιών (video club)

Αλγεβρική Παρουσίαση

- Απουσία αγοράς ενοικίασης κινηματογραφικών ταινιών (video club)

  Ο παραγωγός ταινιών αντιμετωπίζει το ακόλουθο πρόβλημα αριστοποίησης:

Αλγεβρική Παρουσίαση

- Απουσία αγοράς ενοικίασης κινηματογραφικών ταινιών (video club)

  Ο παραγωγός ταινιών αντιμετωπίζει το ακόλουθο πρόβλημα αριστοποίησης:

$$\begin{aligned} \max_{y} \pi_y &= p_y y - c_y y - F_y \\ \text{s.t. } p_y &= g_x(y) \end{aligned} \tag{22}$$

  όπου

Αλγεβρική Παρουσίαση

- Απουσία αγοράς ενοικίασης κινηματογραφικών ταινιών (video club)

  Ο παραγωγός ταινιών αντιμετωπίζει το ακόλουθο πρόβλημα αριστοποίησης:

$$\begin{aligned} \max_{y} \pi_y &= p_y y - c_y y - F_y \\ \text{s.t. } p_y &= g_x(y) \end{aligned} \tag{22}$$

  όπου y: ο αριθμός των αντιτύπων της ταινίας,

Αλγεβρική Παρουσίαση

- Απουσία αγοράς ενοικίασης κινηματογραφικών ταινιών (video club)

  Ο παραγωγός ταινιών αντιμετωπίζει το ακόλουθο πρόβλημα αριστοποίησης:

$$\begin{aligned} \max_{y} \pi_y &= p_y y - c_y y - F_y \\ \text{s.t. } p_y &= g_x(y) \end{aligned} \tag{22}$$

  όπου y: ο αριθμός των αντιτύπων της ταινίας,

  p_y: η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης,

Αλγεβρική Παρουσίαση

- Απουσία αγοράς ενοικίασης κινηματογραφικών ταινιών (video club)

  Ο παραγωγός ταινιών αντιμετωπίζει το ακόλουθο πρόβλημα αριστοποίησης:

$$\begin{aligned} \max_{y} \pi_y &= p_y y - c_y y - F_y \\ \text{s.t. } p_y &= g_x(y) \end{aligned} \tag{22}$$

  όπου y: ο αριθμός των αντιτύπων της ταινίας,

  p_y: η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης,

  c_y: το οριακό κόστος παραγωγής της ταινίας ($c_y = AC_y = MC_y$) και

Αλγεβρική Παρουσίαση

- Απουσία αγοράς ενοικίασης κινηματογραφικών ταινιών (video club)

  Ο παραγωγός ταινιών αντιμετωπίζει το ακόλουθο πρόβλημα αριστοποίησης:

$$\begin{aligned} \max_{y} \pi_y &= p_y y - c_y y - F_y \\ \text{s.t. } p_y &= g_x(y) \end{aligned} \tag{22}$$

  όπου y: ο αριθμός των αντιτύπων της ταινίας,

  p_y: η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης,

  c_y: το οριακό κόστος παραγωγής της ταινίας ($c_y = AC_y = MC_y$) και

  F_y: είναι το σταθερό κόστος παραγωγής της ταινίας.

Αλγεβρική Παρουσίαση

- Απουσία αγοράς ενοικίασης κινηματογραφικών ταινιών (video club)

  Ο παραγωγός ταινιών αντιμετωπίζει το ακόλουθο πρόβλημα αριστοποίησης:

$$\max_{y} \pi_y = p_y y - c_y y - F_y \quad (22)$$
$$\text{s.t. } p_y = g_x(y)$$

  όπου y: ο αριθμός των αντιτύπων της ταινίας,

  p_y: η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης,

  c_y: το οριακό κόστος παραγωγής της ταινίας ($c_y = AC_y = MC_y$) και

  F_y: είναι το σταθερό κόστος παραγωγής της ταινίας.

  Η συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$p_y = MC_y \quad (23)$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

- Ύπαρξη αγοράς ενοικίασης κινηματογραφικών ταινιών (video club)

Αλγεβρική Παρουσίαση

- Ύπαρξη αγοράς ενοικίασης κινηματογραφικών ταινιών (video club)

$$x = ky \tag{24}$$

όπου x είναι ο συνολικός αριθμός των θεατών της ταινίας.

Αλγεβρική Παρουσίαση

- Ύπαρξη αγοράς ενοικίασης κινηματογραφικών ταινιών (video club)

$$x = ky \tag{24}$$

όπου x είναι ο συνολικός αριθμός των θεατών της ταινίας.

Η συνάρτηση ζήτησης θα είναι ίση:

$$p_x = p_y(ky) \tag{25}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

- Ύπαρξη αγοράς ενοικίασης κινηματογραφικών ταινιών (video club)

$$x = ky \tag{24}$$

όπου x είναι ο συνολικός αριθμός των θεατών της ταινίας.

Η συνάρτηση ζήτησης θα είναι ίση:

$$p_x = p_y(ky) \tag{25}$$

Αν υποθέσουμε κόστος ενοικίασης c_x,

Αλγεβρική Παρουσίαση

- Ύπαρξη αγοράς ενοικίασης κινηματογραφικών ταινιών (video club)

$$x = ky \tag{24}$$

όπου x είναι ο συνολικός αριθμός των θεατών της ταινίας.

Η συνάρτηση ζήτησης θα είναι ίση:

$$p_x = p_y(ky) \tag{25}$$

Αν υποθέσουμε κόστος ενοικίασης c_x, τότε:

$$\tilde{p}_y = k\left(p_y(ky) - c_x\right)$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Το πρόβλημα αριστοποίησης για τον παραγωγό της ταινίας στην (22) γίνεται:

$$\begin{aligned} \max_{y} \pi_y &= \tilde{p}_y y - c_y y - F_y \\ \text{s.t. } \tilde{p}_y &= k\left(p_y(ky) - c_x\right) \end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Το πρόβλημα αριστοποίησης για τον παραγωγό της ταινίας στην (22) γίνεται:

$$
\begin{aligned}
\max_{y} \pi_y &= \tilde{p}_y y - c_y y - F_y \\
\text{s.t. } \tilde{p}_y &= k\left(p_y(ky) - c_x\right)
\end{aligned}
$$

Αντικαθιστώντας τον περιορισμό στην αντικειμενική συνάρτηση και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (24) και (25), προκύπτει:

$$
\max_{y} \pi_y = k\left(p_y(ky) - c_x\right) y - c_y y - F_y
$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Το πρόβλημα αριστοποίησης για τον παραγωγό της ταινίας στην (22) γίνεται:

$$\begin{aligned} \max_y \pi_y &= \tilde{p}_y y - c_y y - F_y \\ \text{s.t. } \tilde{p}_y &= k\left(p_y(ky) - c_x\right) \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας τον περιορισμό στην αντικειμενική συνάρτηση και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (24) και (25), προκύπτει:

$$\begin{aligned} \max_y \pi_y &= k\left(p_y(ky) - c_x\right) y - c_y y - F_y \\ \max_y \pi_y &= p_y\left(ky\right) ky - \left(\frac{c_y}{k} + c_x\right) ky - F_y \end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Το πρόβλημα αριστοποίησης για τον παραγωγό της ταινίας στην (22) γίνεται:

$$\begin{aligned} \max_y \pi_y &= \tilde{p}_y y - c_y y - F_y \\ \text{s.t. } \tilde{p}_y &= k\left(p_y(ky) - c_x\right) \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας τον περιορισμό στην αντικειμενική συνάρτηση και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (24) και (25), προκύπτει:

$$\begin{aligned} \max_y \pi_y &= k\left(p_y(ky) - c_x\right) y - c_y y - F_y \\ \max_y \pi_y &= p_y\left(ky\right) ky - \left(\frac{c_y}{k} + c_x\right) ky - F_y \\ \max_x \pi_x &= p_x x - \left(\frac{c_y}{k} + c_x\right) x - F_y \end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \pi_x}{\partial x} = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \pi_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow p_x - \left(\frac{c_y}{k} + c_x\right) = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \pi_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow p_x - \left(\frac{c_y}{k} + c_x\right) = 0 \Rightarrow p_x = \frac{c_y}{k} + c_x$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \pi_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow p_x - \left(\frac{c_y}{k} + c_x\right) = 0 \Rightarrow p_x = \frac{c_y}{k} + c_x$$

Συγκρίνοντας με την (23) ($p_y = MC_y$) τα κέρδη θα είναι μεγαλύτερα εάν:

$$\frac{c_y}{k} + c_x < c_y$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \pi_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow p_x - \left(\frac{c_y}{k} + c_x\right) = 0 \Rightarrow p_x = \frac{c_y}{k} + c_x$$

Συγκρίνοντας με την (23) ($p_y = MC_y$) τα κέρδη θα είναι μεγαλύτερα εάν:

$$\frac{c_y}{k} + c_x < c_y$$

Λύνοντας την παραπάνω ανισότητα ως προς το οριακό κόστος παραγωγής:

$$\left(\frac{k}{k+1}\right) c_x < c_y$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \pi_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow p_x - \left(\frac{c_y}{k} + c_x\right) = 0 \Rightarrow p_x = \frac{c_y}{k} + c_x$$

Συγκρίνοντας με την (23) ($p_y = MC_y$) τα κέρδη θα είναι μεγαλύτερα εάν:

$$\frac{c_y}{k} + c_x < c_y$$

Λύνοντας την παραπάνω ανισότητα ως προς το οριακό κόστος παραγωγής:

$$\left(\frac{k}{k+1}\right) c_x < c_y$$

όσο $k \to \infty$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \pi_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow p_x - \left(\frac{c_y}{k} + c_x\right) = 0 \Rightarrow p_x = \frac{c_y}{k} + c_x$$

Συγκρίνοντας με την (23) ($p_y = MC_y$) τα κέρδη θα είναι μεγαλύτερα εάν:

$$\frac{c_y}{k} + c_x < c_y$$

Λύνοντας την παραπάνω ανισότητα ως προς το οριακό κόστος παραγωγής:

$$\left(\frac{k}{k+1}\right) c_x < c_y$$

όσο $k \rightarrow \infty$ τόσο $\frac{k}{k+1} \rightarrow 1$.

Υποθέσεις Υποδείγματος:

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- η λέσχη αποτελείται από n μέλη με ίδιες προτιμήσεις τα οποία καταναλώνουν ένα ιδιωτικό (y) και ένα δημόσιο αγαθό (x)

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- η λέσχη αποτελείται από n μέλη με ίδιες προτιμήσεις τα οποία καταναλώνουν ένα ιδιωτικό (y) και ένα δημόσιο αγαθό (x)
- το δημόσιο αγαθό παράγεται αποκλειστικά από την λέσχη με συγκεκριμένη τεχνολογία παραγωγής

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- η λέσχη αποτελείται από n μέλη με ίδιες προτιμήσεις τα οποία καταναλώνουν ένα ιδιωτικό (y) και ένα δημόσιο αγαθό (x)
- το δημόσιο αγαθό παράγεται αποκλειστικά από την λέσχη με συγκεκριμένη τεχνολογία παραγωγής
- ένας παραγωγικός συντελεστής, κεφάλαιο (k)

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- η λέσχη αποτελείται από n μέλη με ίδιες προτιμήσεις τα οποία καταναλώνουν ένα ιδιωτικό (y) και ένα δημόσιο αγαθό (x)
- το δημόσιο αγαθό παράγεται αποκλειστικά από την λέσχη με συγκεκριμένη τεχνολογία παραγωγής
- ένας παραγωγικός συντελεστής, κεφάλαιο (k)
- η τιμή τόσο του κεφαλαίου όσο και του ιδιωτικού αγαθού είναι ίσες με τη μονάδα ($r = 1$ και $p_y = 1$)

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- η λέσχη αποτελείται από n μέλη με ίδιες προτιμήσεις τα οποία καταναλώνουν ένα ιδιωτικό (y) και ένα δημόσιο αγαθό (x)
- το δημόσιο αγαθό παράγεται αποκλειστικά από την λέσχη με συγκεκριμένη τεχνολογία παραγωγής
- ένας παραγωγικός συντελεστής, κεφάλαιο (k)
- η τιμή τόσο του κεφαλαίου όσο και του ιδιωτικού αγαθού είναι ίσες με τη μονάδα ($r = 1$ και $p_y = 1$)
- τα μέλη της λέσχης πληρώνουν μια ισόποση σταθερή συνδρομή η οποία καλύπτει το κόστος παραγωγής του x

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση παραγωγής του δημόσιου αγαθού: $x = f_x\left(k, n\right)$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση παραγωγής του δημόσιου αγαθού: $x = f_x\left(k, n\right)$

για την οποία ισχύει: $\frac{\partial f_x}{\partial k} > 0$, $\frac{\partial^2 f_x}{\partial k^2} \leq 0$ και $\frac{\partial f_x}{\partial n} \leq 0$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση παραγωγής του δημόσιου αγαθού: $x = f_x\left(k, n\right)$

για την οποία ισχύει: $\frac{\partial f_x}{\partial k} > 0, \frac{\partial^2 f_x}{\partial k^2} \leq 0$ και $\frac{\partial f_x}{\partial n} \leq 0$

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A, μέλους της λέσχης: $u_a = f_a\left(x, y_a\right)$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση παραγωγής του δημόσιου αγαθού: $x = f_x\left(k, n\right)$

για την οποία ισχύει: $\frac{\partial f_x}{\partial k} > 0$, $\frac{\partial^2 f_x}{\partial k^2} \leq 0$ και $\frac{\partial f_x}{\partial n} \leq 0$

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A, μέλους της λέσχης: $u_a = f_a\left(x, y_a\right)$

Ο εισοδηματικός περιορισμός του A: $I_a = y_a + \frac{k}{n}$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση παραγωγής του δημόσιου αγαθού: $x = f_x\left(k, n\right)$

για την οποία ισχύει: $\frac{\partial f_x}{\partial k} > 0$, $\frac{\partial^2 f_x}{\partial k^2} \leq 0$ και $\frac{\partial f_x}{\partial n} \leq 0$

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A, μέλους της λέσχης: $u_a = f_a\left(x, y_a\right)$

Ο εισοδηματικός περιορισμός του A: $I_a = y_a + \frac{k}{n}$

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις:

$$u_a = f_a\left(f_x\left(k, n\right), I_a - \frac{k}{n}\right)$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση παραγωγής του δημόσιου αγαθού: $x = f_x(k, n)$

για την οποία ισχύει: $\frac{\partial f_x}{\partial k} > 0, \frac{\partial^2 f_x}{\partial k^2} \leq 0$ και $\frac{\partial f_x}{\partial n} \leq 0$

Η συνάρτηση χρησιμότητας του A, μέλους της λέσχης: $u_a = f_a(x, y_a)$

Ο εισοδηματικός περιορισμός του A: $I_a = y_a + \frac{k}{n}$

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις:

$$u_a = f_a\left(f_x(k, n), I_a - \frac{k}{n}\right)$$

Για κάθε i καταναλωτή ο οποίος ενδιαφέρεται να συμμετέχει στην λέσχη θα πρέπει να ισχύει:

$$u_i = f_i\left(f_x(k, n), I_i - \frac{k}{n}\right)$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση παραγωγής του δημόσιου αγαθού: $x = f_x(k, n)$

για την οποία ισχύει: $\frac{\partial f_x}{\partial k} > 0$, $\frac{\partial^2 f_x}{\partial k^2} \leq 0$ και $\frac{\partial f_x}{\partial n} \leq 0$

Η συνάρτηση χρησιμότητας του *A*, μέλους της λέσχης: $u_a = f_a(x, y_a)$

Ο εισοδηματικός περιορισμός του *A*: $I_a = y_a + \frac{k}{n}$

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις:

$$u_a = f_a\left(f_x(k, n), I_a - \frac{k}{n}\right)$$

Για κάθε *i* καταναλωτή ο οποίος ενδιαφέρεται να συμμετέχει στην λέσχη θα πρέπει να ισχύει:

$$u_i = f_i\left(f_x(k, n), I_i - \frac{k}{n}\right) \geq u_i = f_i(0, y_i)$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\max_{k,n} u_a = f_a\left(f_x\left(k,n\right), l_a - \frac{k}{n}\right)$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\max_{k,n} u_a = f_a\left(f_x\left(k,n\right), I_a - \frac{k}{n}\right)$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial k} \quad - \quad \frac{1}{n}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \tag{26}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\max_{k,n} u_a = f_a\left(f_x\left(k,n\right), I_a - \frac{k}{n}\right)$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial k} - \frac{1}{n}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \tag{26}$$

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial n} + \frac{k}{n^2}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \tag{27}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\max_{k,n} u_a = f_a \left(f_x \left(k, n \right), l_a - \frac{k}{n} \right)$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial k} - \frac{1}{n}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial n} + \frac{k}{n^2}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \quad (27)$$

από την (26) παίρνουμε:

$$\frac{\partial f_a / \partial x}{\partial f_a / \partial y_a} = \frac{1/n}{\partial f_x / \partial k} \quad (28)$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\max_{k,n} u_a = f_a\left(f_x\left(k,n\right), I_a - \frac{k}{n}\right)$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial k} - \frac{1}{n}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \tag{26}$$

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial n} + \frac{k}{n^2}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \tag{27}$$

από την (26) παίρνουμε:

$$\frac{\partial f_a / \partial x}{\partial f_a / \partial y_a} = \frac{1/n}{\partial f_x / \partial k} \tag{28}$$

η οποία αθροίζοντας για όλα τα μέλη της λέσχης γίνεται:

$$\sum_i \frac{MU_i^x}{MU_i^y} = \frac{1}{MP_x^k}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\max_{k,n} u_a = f_a\left(f_x\left(k,n\right), l_a - \frac{k}{n}\right)$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial k} - \frac{1}{n}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \tag{26}$$

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial n} + \frac{k}{n^2}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \tag{27}$$

από την (26) παίρνουμε:

$$\frac{\partial f_a/\partial x}{\partial f_a/\partial y_a} = \frac{1/n}{\partial f_x/\partial k} \tag{28}$$

η οποία αθροίζοντας για όλα τα μέλη της λέσχης γίνεται:

$$\sum_i \frac{MU_i^x}{MU_i^y} = \frac{1}{MP_x^k} \Rightarrow \sum_i MRS_i^{y,x} = \frac{1}{MP_x^k}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\max_{k,n} u_a = f_a\left(f_x\left(k,n\right), I_a - \frac{k}{n}\right)$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial k} - \frac{1}{n}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \tag{26}$$

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial n} + \frac{k}{n^2}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \tag{27}$$

από την (26) παίρνουμε:

$$\frac{\partial f_a \big/ \partial x}{\partial f_a \big/ \partial y_a} = \frac{1/n}{\partial f_x \big/ \partial k} \tag{28}$$

η οποία αθροίζοντας για όλα τα μέλη της λέσχης γίνεται:

$$\sum_i \frac{MU_i^x}{MU_i^y} = \frac{1}{MP_x^k} \Rightarrow \sum_i MRS_i^{y,x} = \frac{1}{MP_x^k}\left(= MC_x\right)$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Αντίστοιχα χρησιμοποιώντας την (27) παίρνουμε:

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial n} + \frac{k}{n^2}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Αντίστοιχα χρησιμοποιώντας την (27) παίρνουμε:

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial n} + \frac{k}{n^2}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a \big/ \partial x}{\partial f_a \big/ \partial y_a} = -\frac{k \big/ n^2}{\partial f_x \big/ \partial n} \tag{29}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Αντίστοιχα χρησιμοποιώντας την (27) παίρνουμε:

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial n} + \frac{k}{n^2}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a / \partial x}{\partial f_a / \partial y_a} = -\frac{k/n^2}{\partial f_x / \partial n} \quad (29)$$

η οποία αθροίζοντας για όλα τα μέλη της λέσχης γίνεται

$$\sum_i MRS_i^{y,x} = -\frac{k/n}{\partial f_x / \partial n}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Αντίστοιχα χρησιμοποιώντας την (27) παίρνουμε:

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial n} + \frac{k}{n^2}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a / \partial x}{\partial f_a / \partial y_a} = -\frac{k / n^2}{\partial f_x / \partial n} \tag{29}$$

η οποία αθροίζοντας για όλα τα μέλη της λέσχης γίνεται

$$\sum_i MRS_i^{y,x} = -\frac{k / n}{\partial f_x / \partial n}$$

Από την (28) με την (29) προκύπτει:

$$\left.\begin{array}{rcl} \frac{\partial f_a / \partial x}{\partial f_a / \partial y_a} & = & \frac{1 / n}{\partial f_x / \partial k} \\ \frac{\partial f_a / \partial x}{\partial f_a / \partial y_a} & = & -\frac{k / n^2}{\partial f_x / \partial n} \end{array}\right\}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Αντίστοιχα χρησιμοποιώντας την (27) παίρνουμε:

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial n} + \frac{k}{n^2}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a / \partial x}{\partial f_a / \partial y_a} = -\frac{k / n^2}{\partial f_x / \partial n} \tag{29}$$

η οποία αθροίζοντας για όλα τα μέλη της λέσχης γίνεται

$$\sum_i MRS_i^{y,x} = -\frac{k / n}{\partial f_x / \partial n}$$

Από την (28) με την (29) προκύπτει:

$$\left.\begin{array}{rcl} \frac{\partial f_a / \partial x}{\partial f_a / \partial y_a} & = & \frac{1/n}{\partial f_x / \partial k} \\ \frac{\partial f_a / \partial x}{\partial f_a / \partial y_a} & = & -\frac{k / n^2}{\partial f_x / \partial n} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1/n}{\partial f_x / \partial k} = -\frac{k / n^2}{\partial f_x / \partial n}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Αντίστοιχα χρησιμοποιώντας την (27) παίρνουμε:

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial n} + \frac{k}{n^2}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a/\partial x}{\partial f_a/\partial y_a} = -\frac{k/n^2}{\partial f_x/\partial n} \tag{29}$$

η οποία αθροίζοντας για όλα τα μέλη της λέσχης γίνεται

$$\sum_i MRS_i^{y,x} = -\frac{k/n}{\partial f_x/\partial n}$$

Από την (28) με την (29) προκύπτει:

$$\left.\begin{array}{ccc} \frac{\partial f_a/\partial x}{\partial f_a/\partial y_a} & = & \frac{1/n}{\partial f_x/\partial k} \\ \frac{\partial f_a/\partial x}{\partial f_a/\partial y_a} & = & -\frac{k/n^2}{\partial f_x/\partial n} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1/n}{\partial f_x/\partial k} = -\frac{k/n^2}{\partial f_x/\partial n}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\partial f_x/\partial k} = -\frac{k/n}{\partial f_x/\partial n}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Αντίστοιχα χρησιμοποιώντας την (27) παίρνουμε:

$$\frac{\partial f_a}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial n} + \frac{k}{n^2}\frac{\partial f_a}{\partial y_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_a/\partial x}{\partial f_a/\partial y_a} = -\frac{k/n^2}{\partial f_x/\partial n} \tag{29}$$

η οποία αθροίζοντας για όλα τα μέλη της λέσχης γίνεται

$$\sum_i MRS_i^{y,x} = -\frac{k/n}{\partial f_x/\partial n}$$

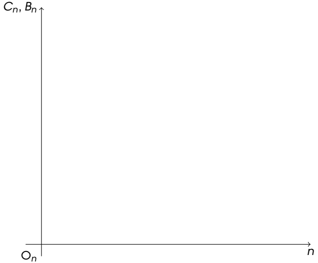
Από την (28) με την (29) προκύπτει:

$$\left.\begin{array}{rcl} \frac{\partial f_a/\partial x}{\partial f_a/\partial y_a} & = & \frac{1/n}{\partial f_x/\partial k} \\ \frac{\partial f_a/\partial x}{\partial f_a/\partial y_a} & = & -\frac{k/n^2}{\partial f_x/\partial n} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1/n}{\partial f_x/\partial k} = -\frac{k/n^2}{\partial f_x/\partial n}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\partial f_x/\partial k} = -\frac{k/n}{\partial f_x/\partial n} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial f_x/\partial n}{\partial f_x/\partial k} = \frac{k}{n}}$$

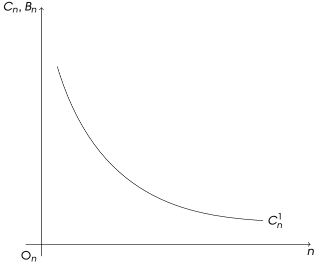
Διαγραμματική Παρουσίαση

Διαγραμματική Παρουσίαση



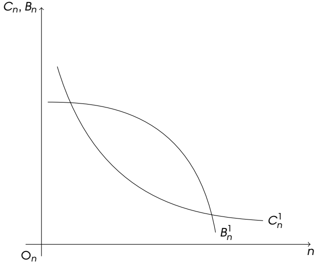
(I)

Διαγραμματική Παρουσίαση



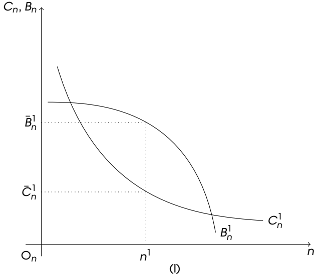
(I)

Διαγραμματική Παρουσίαση

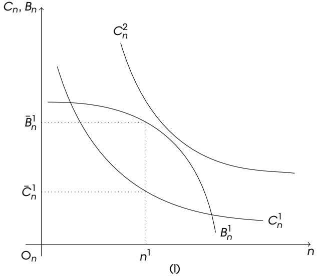


(I)

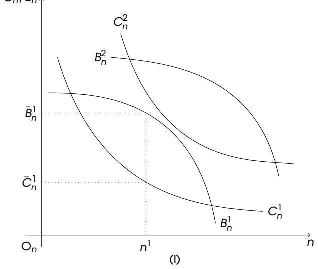
Διαγραμματική Παρουσίαση



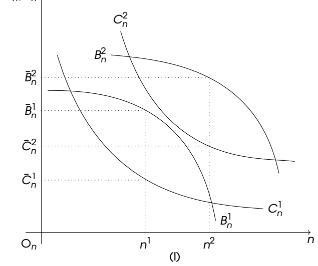
Διαγραμματική Παρουσίαση



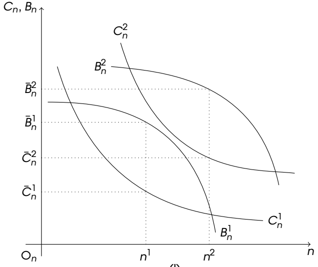
Διαγραμματική Παρουσίαση



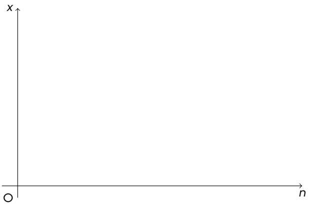
Διαγραμματική Παρουσίαση



Διαγραμματική Παρουσίαση

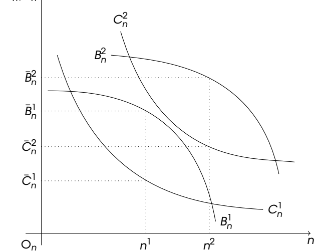


(I)

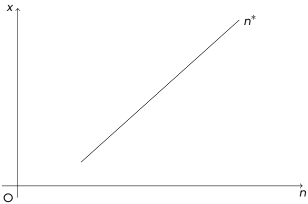


(III)

Διαγραμματική Παρουσίαση

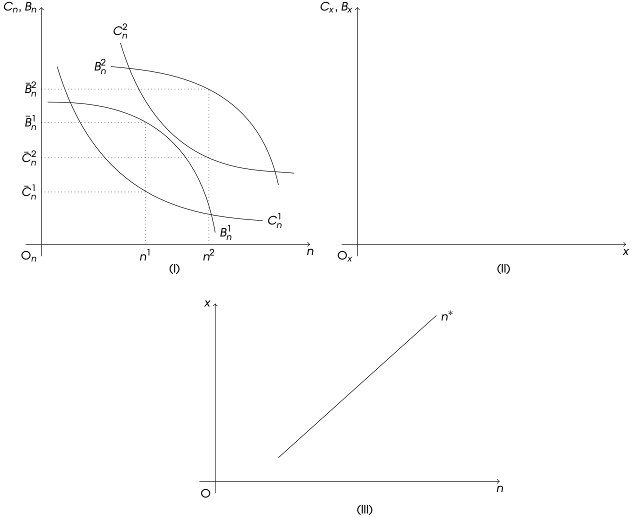


(I)

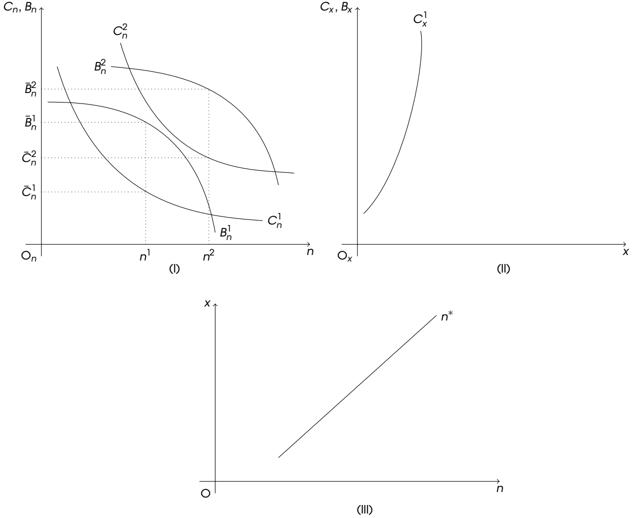


(III)

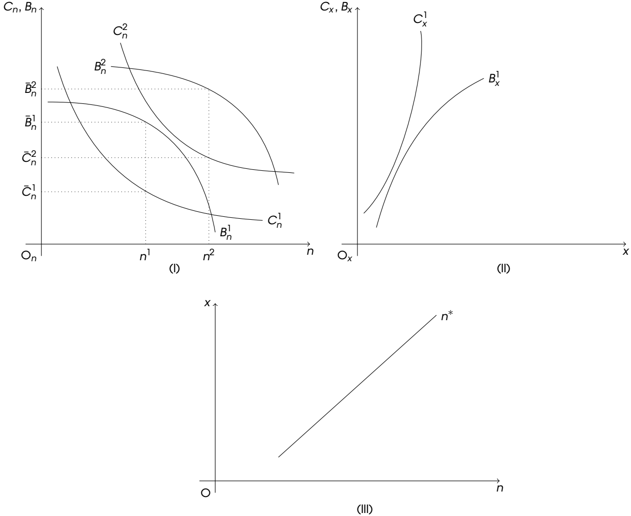
Διαγραμματική Παρουσίαση



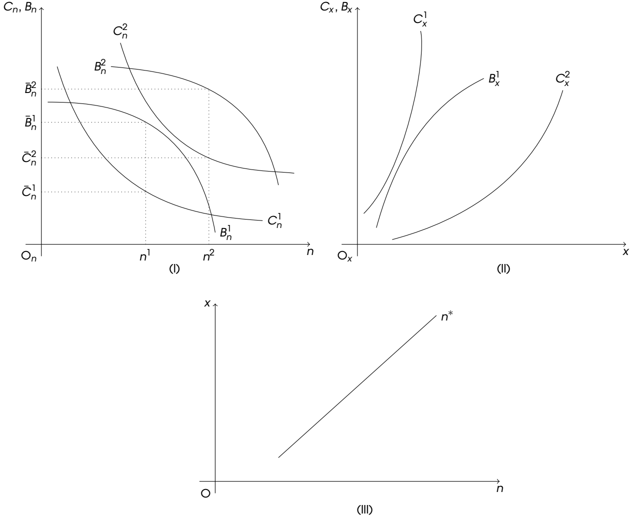
Διαγραμματική Παρουσίαση



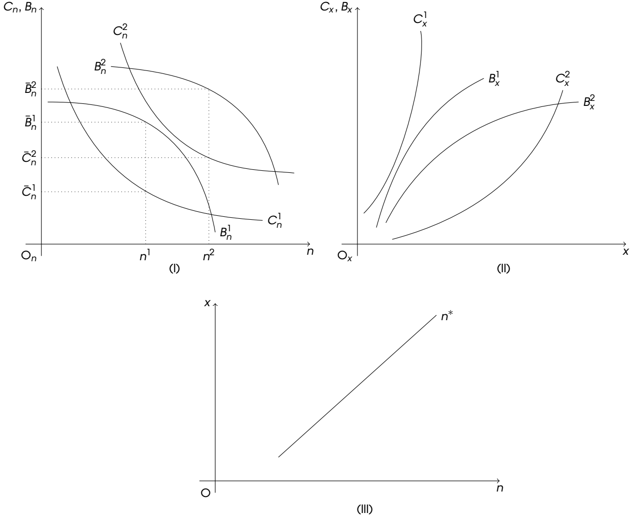
Διαγραμματική Παρουσίαση



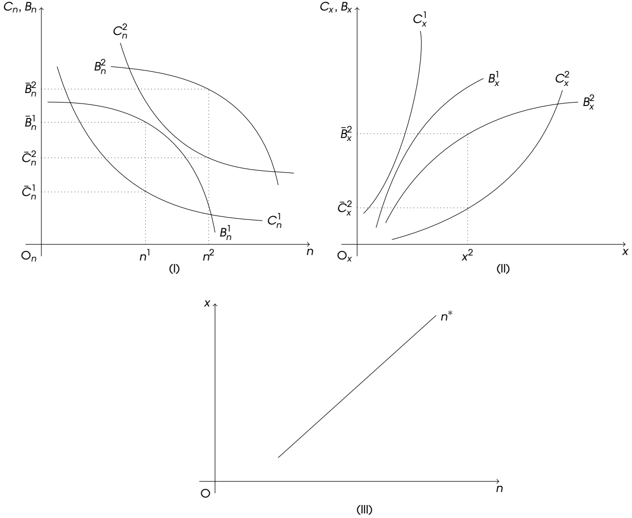
Διαγραμματική Παρουσίαση



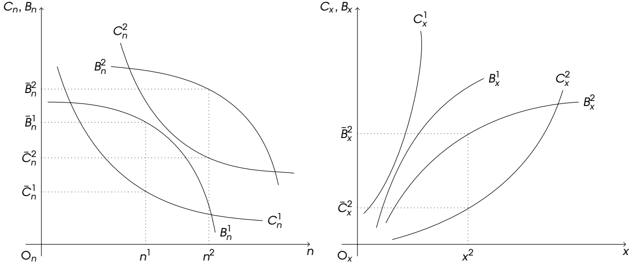
Διαγραμματική Παρουσίαση



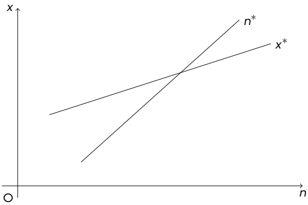
Διαγραμματική Παρουσίαση



Διαγραμματική Παρουσίαση

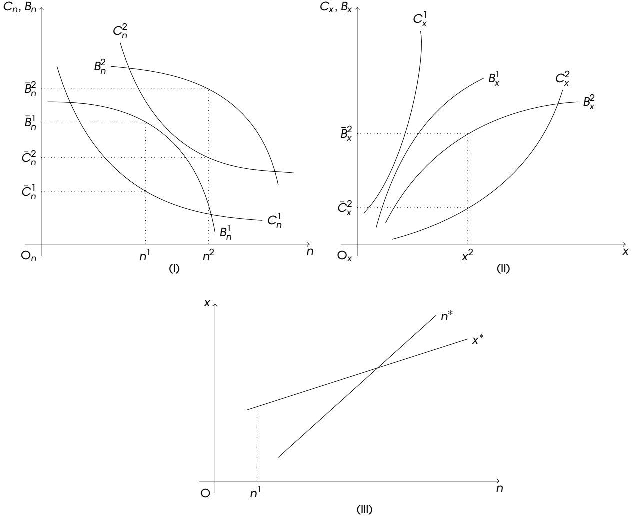


(I) (II)

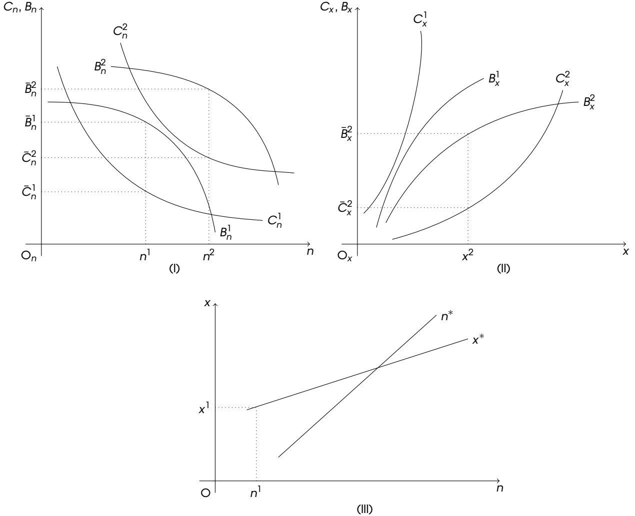


(III)

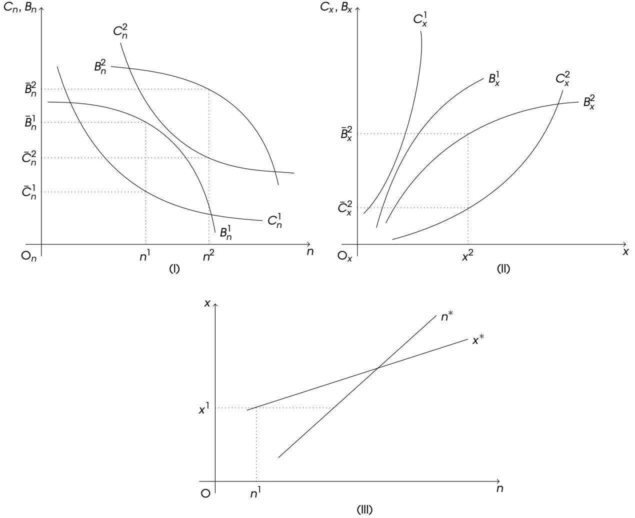
Διαγραμματική Παρουσίαση



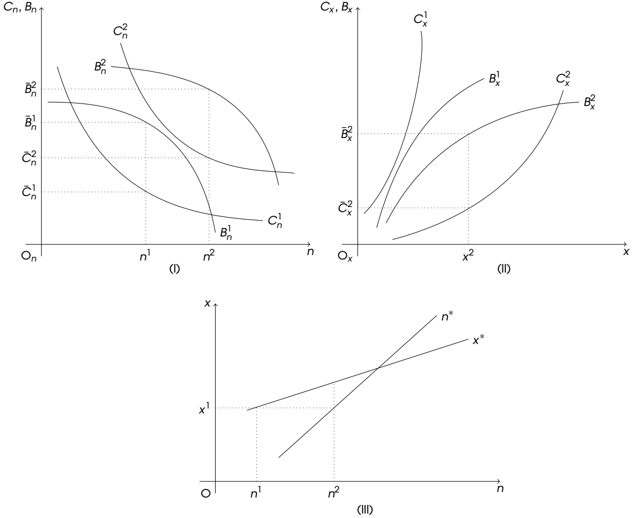
Διαγραμματική Παρουσίαση



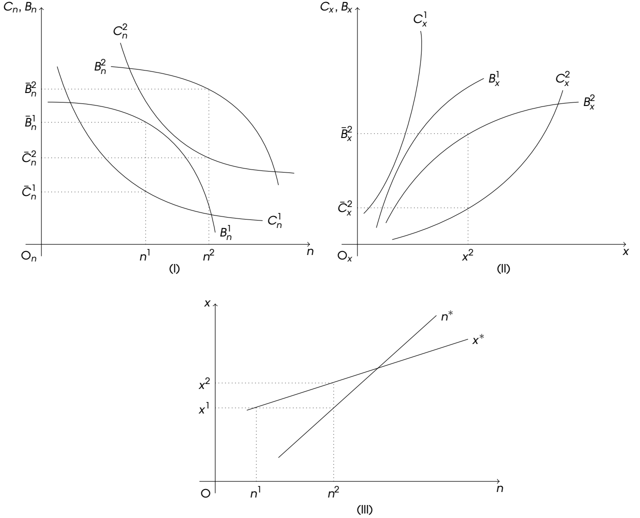
Διαγραμματική Παρουσίαση



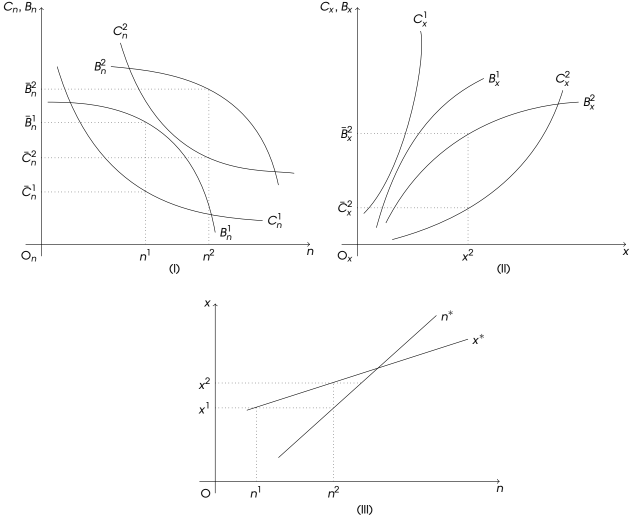
Διαγραμματική Παρουσίαση



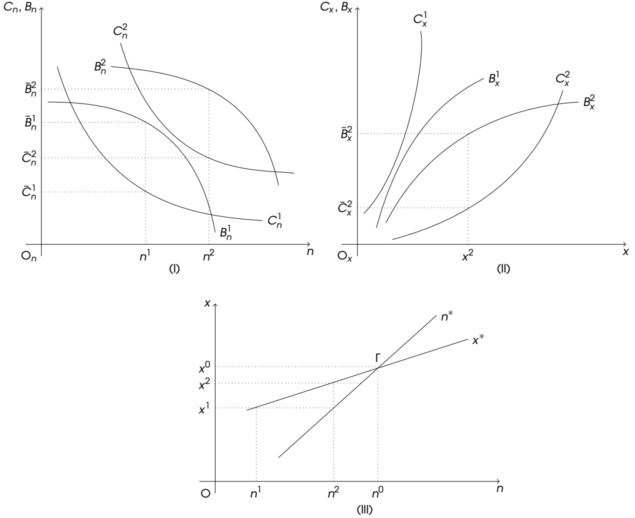
Διαγραμματική Παρουσίαση



Διαγραμματική Παρουσίαση



Διαγραμματική Παρουσίαση



Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο φόρος Clarke βασίζεται στο κόστος που δημιουργεί η απόκρυψη των προτιμήσεων κάθε καταναλωτή

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο φόρος Clarke βασίζεται στο κόστος που δημιουργεί η απόκρυψη των προτιμήσεων κάθε καταναλωτή

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο φόρος Clarke βασίζεται στο κόστος που δημιουργεί η απόκρυψη των προτιμήσεων κάθε καταναλωτή

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
A	40	0

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο φόρος Clarke βασίζεται στο κόστος που δημιουργεί η απόκρυψη των προτιμήσεων κάθε καταναλωτή

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
A	40	0
B	0	50

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο φόρος Clarke βασίζεται στο κόστος που δημιουργεί η απόκρυψη των προτιμήσεων κάθε καταναλωτή

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	40	0
Β	0	50
Γ	20	0

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο φόρος Clarke βασίζεται στο κόστος που δημιουργεί η απόκρυψη των προτιμήσεων κάθε καταναλωτή

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	40	0
Β	0	50
Γ	20	0
Σύνολο	60	50

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο φόρος Clarke βασίζεται στο κόστος που δημιουργεί η απόκρυψη των προτιμήσεων κάθε καταναλωτή

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	40	0
Β	0	50
Γ	20	0
Σύνολο	60	50

- Ο Α πληρώνει 50-20=30, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του επιλέγεται το X_2

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο φόρος Clarke βασίζεται στο κόστος που δημιουργεί η απόκρυψη των προτιμήσεων κάθε καταναλωτή

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	40	0
Β	0	50
Γ	20	0
Σύνολο	60	50

- Ο Α πληρώνει 50-20=30, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του επιλέγεται το X_2
- Ο Β πληρώνει 0, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του δεν αλλάζει το αποτέλεσμα

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο φόρος Clarke βασίζεται στο κόστος που δημιουργεί η απόκρυψη των προτιμήσεων κάθε καταναλωτή

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	40	0
Β	0	50
Γ	20	0
Σύνολο	60	50

- Ο Α πληρώνει 50-20=30, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του επιλέγεται το X_2
- Ο Β πληρώνει 0, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του δεν αλλάζει το αποτέλεσμα
- Ο Γ πληρώνει 50-40=10, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του επιλέγεται το X_2

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υπερεκτιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να διασφαλίσει οτι το X_1 σενάριο θα επιλεγεί:

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υπερεκτιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να διασφαλίσει οτι το X_1 σενάριο θα επιλεγεί:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υπερεκτιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να διασφαλίσει οτι το X_1 σενάριο θα επιλεγεί:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
A	70	0

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υπερεκτιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να διασφαλίσει οτι το X_1 σενάριο θα επιλεγεί:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
A	70	0
B	0	50

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υπερεκτιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να διασφαλίσει οτι το X_1 σενάριο θα επιλεγεί:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	70	0
Β	0	50
Γ	20	0

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υπερεκτιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να διασφαλίσει οτι το X_1 σενάριο θα επιλεγεί:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	70	0
Β	0	50
Γ	20	0
Σύνολο	90	50

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υπερεκτιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να διασφαλίσει οτι το X_1 σενάριο θα επιλεγεί:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	70	0
Β	0	50
Γ	20	0
Σύνολο	90	50

- Ο Α πληρώνει 50-20=30, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του επιλέγεται το X_2

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υπερεκτιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να διασφαλίσει οτι το X_1 σενάριο θα επιλεγεί:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	70	0
Β	0	50
Γ	20	0
Σύνολο	90	50

- Ο Α πληρώνει 50-20=30, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του επιλέγεται το X_2
- Ο Β πληρώνει 0, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του δεν αλλάζει το αποτέλεσμα

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υπερεκτιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να διασφαλίσει οτι το X_1 σενάριο θα επιλεγεί:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	70	0
Β	0	50
Γ	20	0
Σύνολο	90	50

- Ο Α πληρώνει 50-20=30, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του επιλέγεται το X_2
- Ο Β πληρώνει 0, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του δεν αλλάζει το αποτέλεσμα
- Ο Γ πληρώνει 0, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του δεν αλλάζει το αποτέλεσμα

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Β υπερκετιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να εξασφαλίσει το X_2 σενάριο :

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Β υπερκετιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να εξασφαλίσει το X_2 σενάριο :

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Β υπερκετιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να εξασφαλίσει το X_2 σενάριο:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
A	40	0

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Β υπερκετιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να εξασφαλίσει το X_2 σενάριο:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
A	40	0
B	0	70

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Β υπερκετιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να εξασφαλίσει το X_2 σενάριο:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	40	0
Β	0	70
Γ	20	0

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Β υπερκετιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να εξασφαλίσει το X_2 σενάριο:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	40	0
Β	0	70
Γ	20	0
Σύνολο	60	70

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Β υπερκετιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να εξασφαλίσει το X_2 σενάριο:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	40	0
Β	0	70
Γ	20	0
Σύνολο	60	70

- Ο Α πληρώνει 0, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του δεν αλλάζει το αποτέλεσμα

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Β υπερκετιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να εξασφαλίσει το X_2 σενάριο:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	40	0
Β	0	70
Γ	20	0
Σύνολο	60	70

- Ο Α πληρώνει 0, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του δεν αλλάζει το αποτέλεσμα
- Ο Β πληρώνει 70-60=10, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις επιλέγεται το X_1

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο B υπερκετιμάει τις προτιμήσεις του προκειμένου να εξασφαλίσει το X_2 σενάριο:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
A	40	0
B	0	70
Γ	20	0
Σύνολο	60	70

- Ο A πληρώνει 0, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του δεν αλλάζει το αποτέλεσμα
- Ο B πληρώνει 70-60=10, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις επιλέγεται το X_1
- Ο Γ πληρώνει 0, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του δεν αλλάζει το αποτέλεσμα

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	20	0

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
A	20	0
B	0	50

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	20	0
Β	0	50
Γ	20	0

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	20	0
Β	0	50
Γ	20	0
Σύνολο	40	50

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	20	0
Β	0	50
Γ	20	0
Σύνολο	40	50

- Ο Α πληρώνει 0, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του δεν αλλάζει το αποτέλεσμα χωρις όμως να αποκομίσει οφέλεια από το δημόσιο αγαθό

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	20	0
Β	0	50
Γ	20	0
Σύνολο	40	50

- Ο Α πληρώνει 0, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του δεν αλλάζει το αποτέλεσμα χωρις όμως να αποκομίσει οφέλεια από το δημόσιο αγαθό
- Ο Β πληρώνει 50-40=10, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις επιλέγεται το X_1

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	20	0
Β	0	50
Γ	20	0
Σύνολο	40	50

- Ο Α πληρώνει 0, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του δεν αλλάζει το αποτέλεσμα χωρις όμως να αποκομίσει οφέλεια από το δημόσιο αγαθό
- Ο Β πληρώνει 50-40=10, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις επιλέγεται το X_1
- Ο Γ πληρώνει 0, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του δεν αλλάζει το αποτέλεσμα

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
A	35	0

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
A	35	0
B	0	50

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	35	0
Β	0	50
Γ	20	0

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	35	0
Β	0	50
Γ	20	0
Σύνολο	55	50

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	35	0
Β	0	50
Γ	20	0
Σύνολο	55	50

- Ο Α πληρώνει 50-20=30, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του επιλέγεται το X_2

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Ο A υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
A	35	0
B	0	50
Γ	20	0
Σύνολο	55	50

- Ο A πληρώνει 50-20=30, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του επιλέγεται το X_2
- Ο B πληρώνει 0, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του δεν αλλάζει το αποτέλεσμα

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

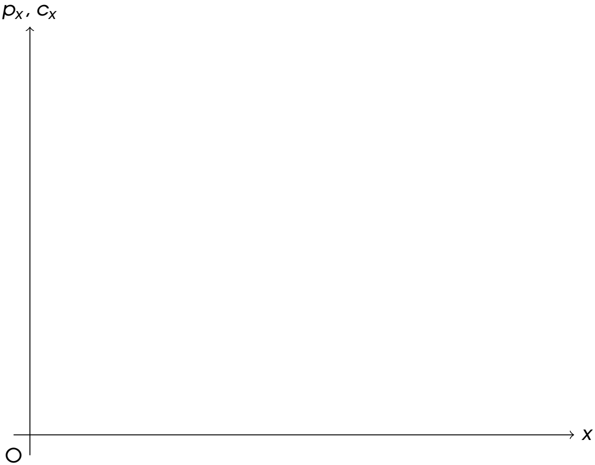
Ο Α υποεκτιμάει τις προτιμήσεις του:

Αντιπροσωπευτικοί Καταναλωτές	Ποσό Φόρου T_i σε ευρώ	
	Επιλογή X_1	Επιλογή X_2
Α	35	0
Β	0	50
Γ	20	0
Σύνολο	55	50

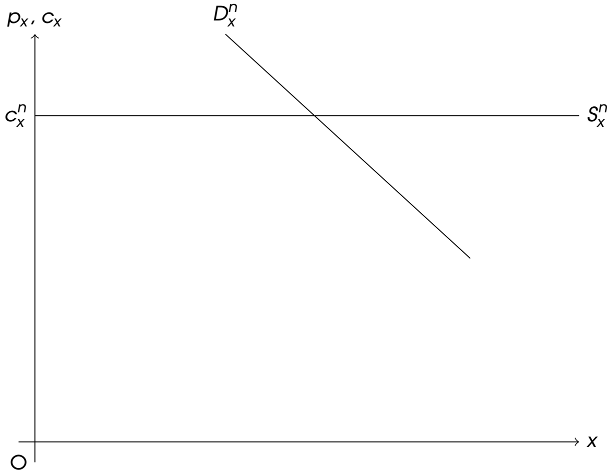
- Ο Α πληρώνει 50-20=30, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του επιλέγεται το X_2
- Ο Β πληρώνει 0, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του δεν αλλάζει το αποτέλεσμα
- Ο Γ πληρώνει 50-35=15, καθώς εάν αποκρύψει τις προτιμήσεις του επιλέγεται το X_2

Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

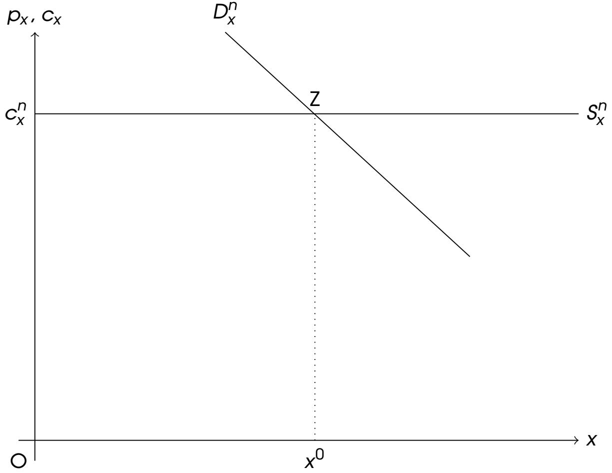
Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke



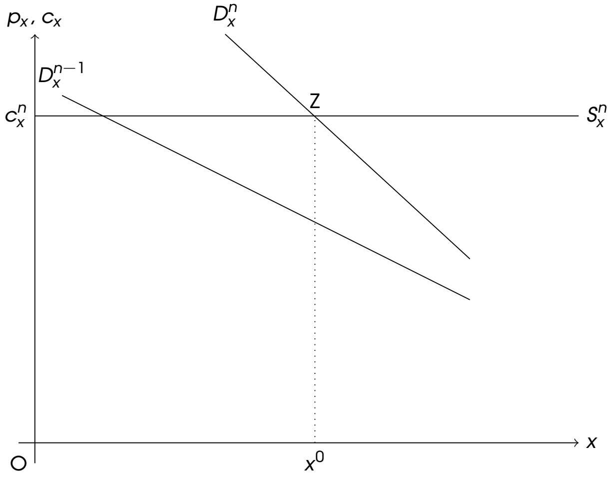
Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke



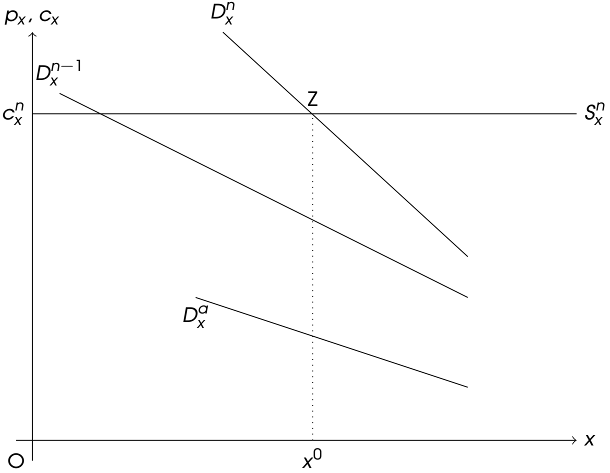
Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke



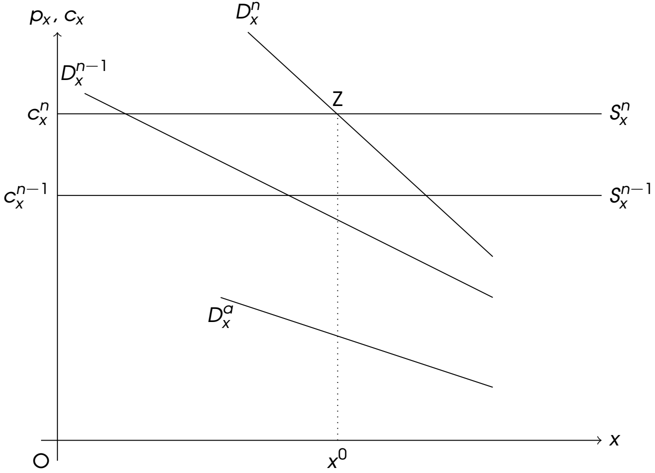
Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke



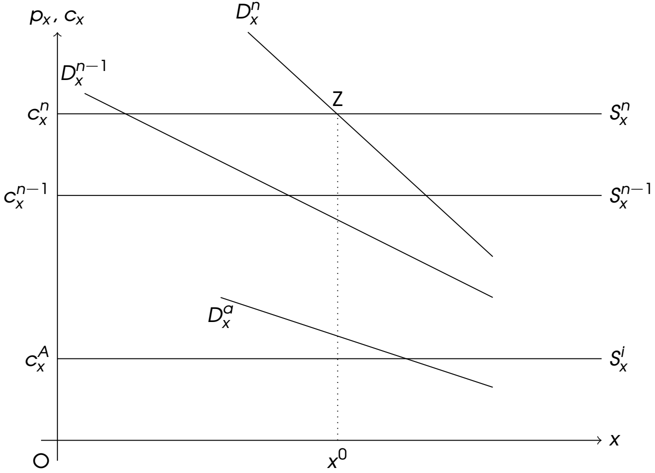
Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke



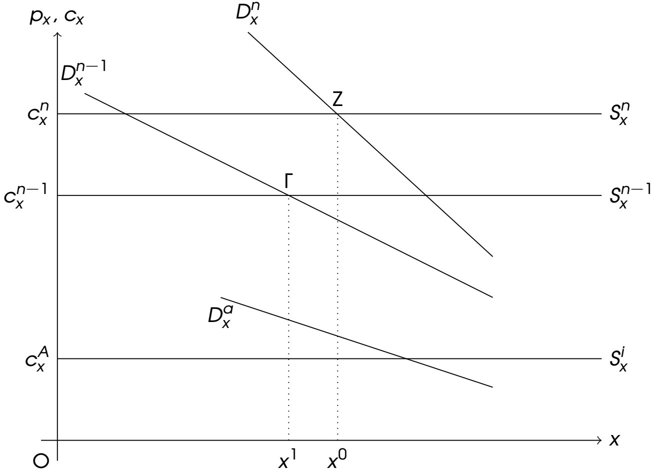
Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke



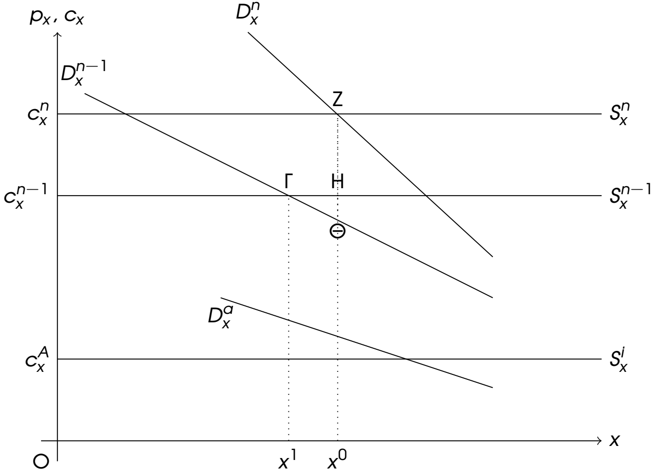
Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke



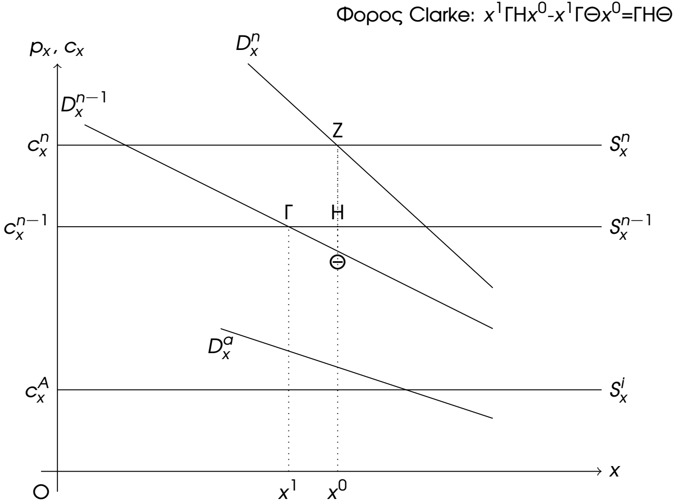
Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke



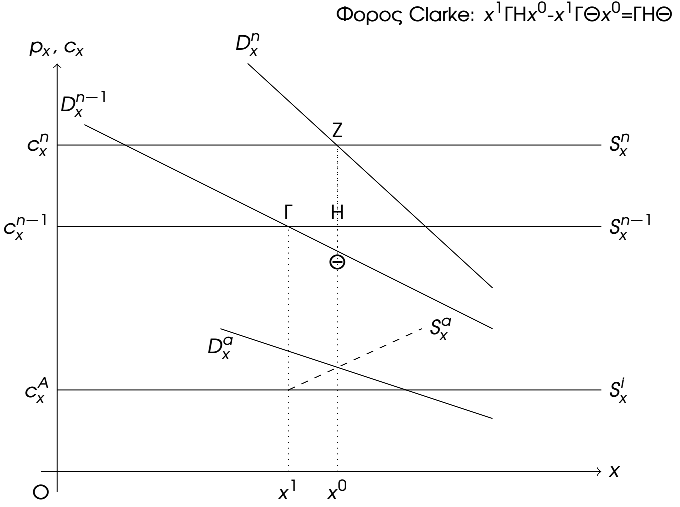
Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke



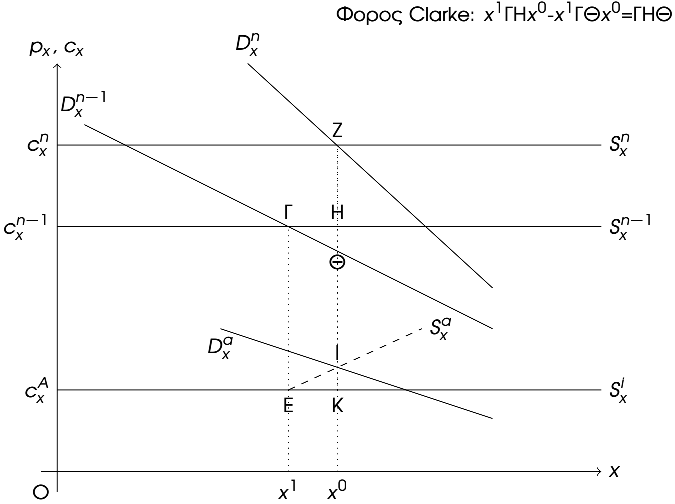
Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke



Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

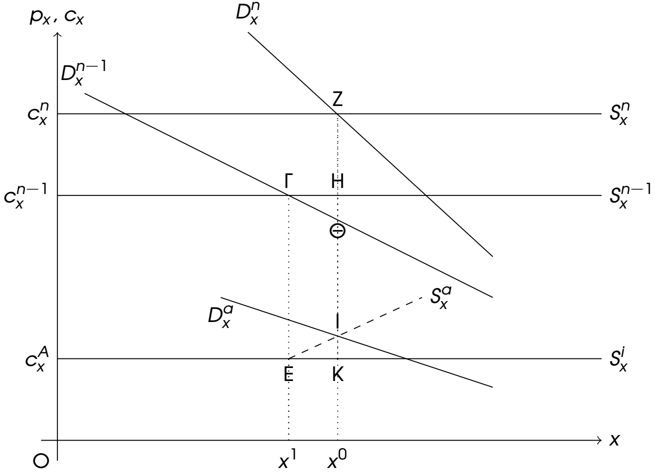


Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke



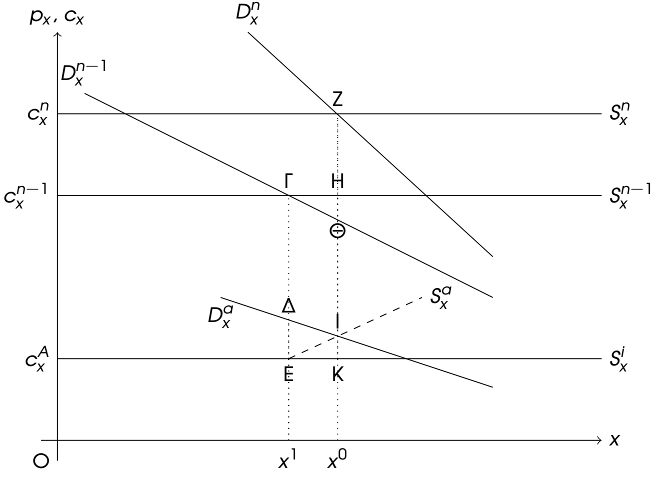
Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Φορος Clarke: $x^1 \Gamma H x^0$-$x^1 \Gamma \Theta x^0$=$\Gamma H \Theta$ =EIK



Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

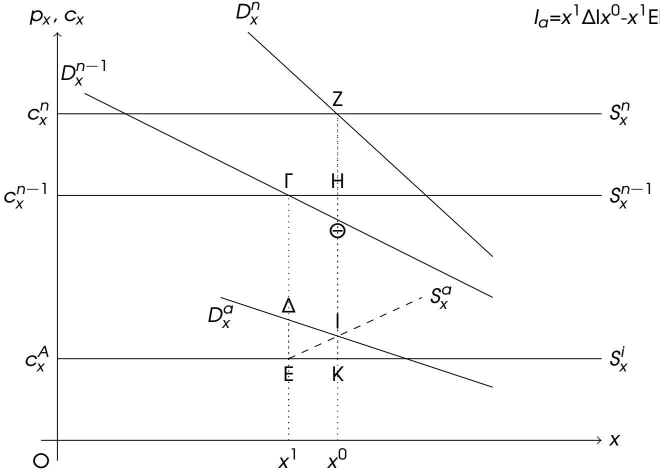
Φορος Clarke: x^1ΓΗx^0-x^1ΓΘx^0=ΓΗΘ =ΕΙΚ



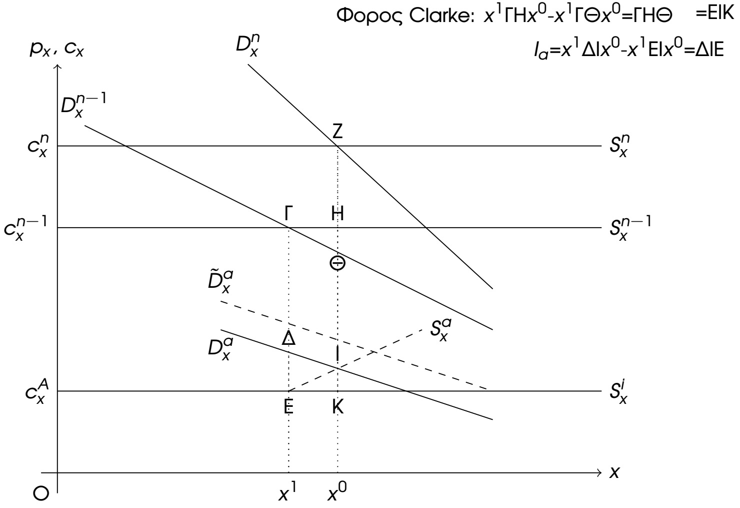
Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Φορος Clarke: $x^1 \Gamma H x^0$-$x^1 \Gamma \Theta x^0$=ΓΗΘ =ΕΙΚ

l_a=$x^1 \Delta I x^0$-$x^1 E I x^0$=ΔΙΕ



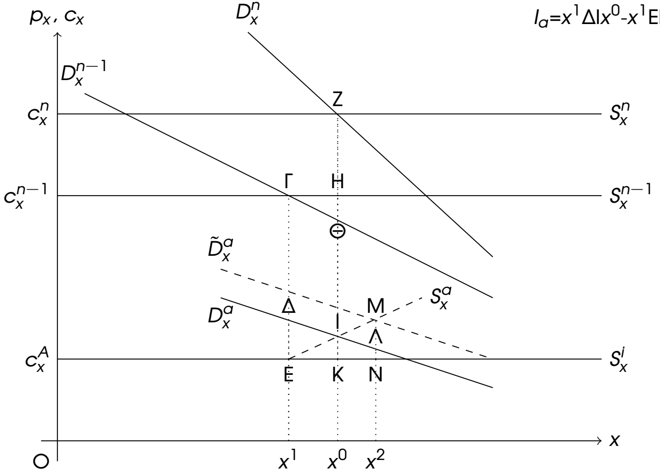
Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke



Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Φορος Clarke: $x^1\Gamma H x^0$-$x^1\Gamma\Theta x^0$=ΓΗΘ =ΕΙΚ

I_a=$x^1\Delta I x^0$-$x^1 E I x^0$=ΔΙΕ

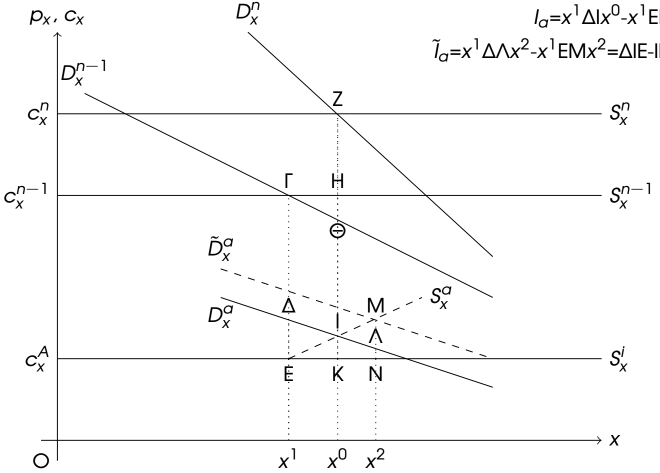


Ο Μηχανισμός του Φόρου Clarke

Φορος Clarke: $x^1\Gamma H x^0$-$x^1\Gamma\Theta x^0$=$\Gamma H\Theta$ =EIK

I_a=$x^1\Delta I x^0$-$x^1 EI x^0$=ΔIE

$\tilde{I}_a$=$x^1\Delta\Lambda x^2$-$x^1 EM x^2$=ΔIE-$IM\Lambda < I_a$



Υποθέσεις Υποδείγματος:

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- μια κοινότητα διοργανώνει μια λοταρία για την κατασκευή ενός πάρκου

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- μια κοινότητα διοργανώνει μια λοταρία για την κατασκευή ενός πάρκου
- το χρηματικό βραβείο της λοταρίας είναι σταθερό και ανεξαρτητο του αριθμού των λαχνών

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- μια κοινότητα διοργανώνει μια λοταρία για την κατασκευή ενός πάρκου
- το χρηματικό βραβείο της λοταρίας είναι σταθερό και ανεξαρτητο του αριθμού των λαχνών
- τα έσοδα της λοταρίας θα πρέπει να καλύπτουν το κόστος παραγωγής του πάρκου και το χρηματικό βραβείο

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- μια κοινότητα διοργανώνει μια λοταρία για την κατασκευή ενός πάρκου
- το χρηματικό βραβείο της λοταρίας είναι σταθερό και ανεξαρτητο του αριθμού των λαχνών
- τα έσοδα της λοταρίας θα πρέπει να καλύπτουν το κόστος παραγωγής του πάρκου και το χρηματικό βραβείο
- όλα τα μέλη της κοινότητας έχουν την ίδια πιθανότητα να κερδίσουν

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- μια κοινότητα διοργανώνει μια λοπαρία για την κατασκευή ενός πάρκου
- το χρηματικό βραβείο της λοπαρίας είναι σταθερό και ανεξαρτητο του αριθμού των λαχνών
- τα έσοδα της λοπαρίας θα πρέπει να καλύπτουν το κόστος παραγωγής του πάρκου και το χρηματικό βραβείο
- όλα τα μέλη της κοινότητας έχουν την ίδια πιθανότητα να κερδίσουν
- η τιμή του λαχνού είναι ίση με την μονάδα, $p_x = 1$

Υποθέσεις Υποδείγματος:

- μια κοινότητα διοργανώνει μια λοτταρία για την κατασκευή ενός πάρκου
- το χρηματικό βραβείο της λοτταρίας είναι σταθερό και ανεξαρτητο του αριθμού των λαχνών
- τα έσοδα της λοτταρίας θα πρέπει να καλύπτουν το κόστος παραγωγής του πάρκου και το χρηματικό βραβείο
- όλα τα μέλη της κοινότητας έχουν την ίδια πιθανότητα να κερδίσουν
- η τιμή του λαχνού είναι ίση με την μονάδα, $p_x = 1$
- εκτός από το πάρκο τα μέλη της κοινότητας καταναλώνουν επίσης ένα ιδιωτικό αγαθό y η τιμή του οποίου είναι επίσης ίση με τη μονάδα, $p_y = 1$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Τα συνολικά τετραγωνικά μέτρα πάρκου που θα κατασκευαστούν:

$$x = f_x\left(z - k\right)$$

όπου z είναι οι λαχνοί και k το χρηματικό βραβείο.

Αλγεβρική Παρουσίαση

Τα συνολικά τετραγωνικά μέτρα πάρκου που θα κατασκευαστούν:

$$x = f_x\left(z - k\right)$$

όπου z είναι οι λαχνοί και k το χρηματικό βραβείο.
Η πιθανότητα να κερδίσει κάποιος είναι ίση:

$$\pi_b = \frac{z_b}{z}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Τα συνολικά τετραγωνικά μέτρα πάρκου που θα κατασκευαστούν:

$$x = f_x\left(z - k\right)$$

όπου z είναι οι λαχνοί και k το χρηματικό βραβείο.
Η πιθανότητα να κερδίσει κάποιος είναι ίση:

$$\pi_b = \frac{z_b}{z}$$

Ο B θεωρεί τον συνολικό αριθμό των λαχνών που αγόρασαν όλοι οι υπόλοιποι κάτοικοι της κοινότητας δεδομένο:

Αλγεβρική Παρουσίαση

Τα συνολικά τετραγωνικά μέτρα πάρκου που θα κατασκευαστούν:

$$x = f_x\left(z - k\right)$$

όπου z είναι οι λαχνοί και k το χρηματικό βραβείο.
Η πιθανότητα να κερδίσει κάποιος είναι ίση:

$$\pi_b = \frac{z_b}{z}$$

Ο B θεωρεί τον συνολικό αριθμό των λαχνών που αγόρασαν όλοι οι υπόλοιποι κάτοικοι της κοινότητας δεδομένο:

$$z = \bar{z} + z_b$$

όπου $\bar{z}$ είναι ο αριθμός των λαχνών που θεωρεί ο B ότι έχουν αγοραστεί από τους υπόλοιπους κατοίκους της κοινότητας.

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του B:

$$u_b = \psi(x) + y_b$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του B:

$$u_b = \psi(x) + y_b$$

και ο εισοδηματικός του περιορισμός:

$$I_b = y_b + z_b$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του B:

$$u_b = \psi(x) + y_b$$

και ο εισοδηματικός του περιορισμός:

$$I_b = y_b + z_b \Rightarrow y_b = I_b - z_b$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του B:

$$u_b = \psi(x) + y_b$$

και ο εισοδηματικός του περιορισμός:

$$I_b = y_b + z_b \Rightarrow y_b = I_b - z_b$$

Ο B μεγιστοποιεί την παρακάτω συνάρτηση αναμενόμενης χρησιμότητας:

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του B:

$$u_b = \psi(x) + y_b$$

και ο εισοδηματικός του περιορισμός:

$$I_b = y_b + z_b \Rightarrow y_b = I_b - z_b$$

Ο B μεγιστοποιεί την παρακάτω συνάρτηση αναμενόμενης χρησιμότητας:

$$\begin{aligned} \max_{z_b} E[u_b] &= \psi(x) + \pi_b k + I_b - z_b \\ \text{s.t. } z &= \bar{z} + z_b \\ x &= f_x(z-k) \\ \pi_b &= \frac{z_b}{z} \end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του B:

$$u_b = \psi(x) + y_b$$

και ο εισοδηματικός του περιορισμός:

$$I_b = y_b + z_b \Rightarrow y_b = I_b - z_b$$

Ο B μεγιστοποιεί την παρακάτω συνάρτηση αναμενόμενης χρησιμότητας:

$$\begin{aligned}
\max_{z_b} E[u_b] &= \psi(x) + \pi_b k + I_b - z_b \\
\text{s.t. } z &= \bar{z} + z_b \\
x &= f_x(z - k) \\
\pi_b &= \frac{z_b}{z} \\
\max_{z_b} E[u_b] &= \psi(f_x(\bar{z} + z_b - k)) + \left(\frac{z_b}{\bar{z} + z_b}\right) k + I_b - z_b
\end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\max_{z_b} E\left[u_b\right] = \psi\left(f_x\left(\bar{z} + z_b - k\right)\right) + \left(\frac{z_b}{\bar{z} + z_b}\right) k + I_b - z_b$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\max_{z_b} E\left[u_b\right] = \psi\left(f_x\left(\bar{z} + z_b - k\right)\right) + \left(\frac{z_b}{\bar{z} + z_b}\right) k + I_b - z_b$$

Οι συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\max_{z_b} E\left[u_b\right] = \psi\left(f_x\left(\bar{z} + z_b - k\right)\right) + \left(\frac{z_b}{\bar{z} + z_b}\right) k + I_b - z_b$$

Οι συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial z_b} + \frac{\bar{z}}{z^2}k - 1 = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\max_{z_b} E\left[u_b\right] = \psi\left(f_x\left(\bar{z} + z_b - k\right)\right) + \left(\frac{z_b}{\bar{z} + z_b}\right) k + I_b - z_b$$

Οι συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial z_b} + \frac{\bar{z}}{z^2}k - 1 = 0 \Rightarrow MU_b^x = \frac{1 - \frac{\bar{z}}{z^2}k}{MP_x^z}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\max_{z_b} E\left[u_b\right] = \psi\left(f_x\left(\bar{z} + z_b - k\right)\right) + \left(\frac{z_b}{\bar{z} + z_b}\right) k + I_b - z_b$$

Οι συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial z_b} + \frac{\bar{z}}{z^2}k - 1 = 0 \Rightarrow MU_b^x = \frac{1 - \frac{\bar{z}}{z^2}k}{MP_x^z}$$

Δεδομένου όμως ότι:

$$1 - \frac{\bar{z}}{z^2}k < 1$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\max_{z_b} E\left[u_b\right] = \psi\left(f_x\left(\bar{z} + z_b - k\right)\right) + \left(\frac{z_b}{\bar{z} + z_b}\right) k + I_b - z_b$$

Οι συνθήκη πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial f_x}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial z_b} + \frac{\bar{z}}{z^2}k - 1 = 0 \Rightarrow MU_b^x = \frac{1 - \frac{\bar{z}}{z^2}k}{MP_x^z}$$

Δεδομένου όμως ότι:

$$1 - \frac{\bar{z}}{z^2}k < 1$$

θα ισχύει:

$$MU_b^x < \frac{1}{MP_x^z} = MC_x^z$$

Τέλος $3^{ης}$ Ενότητας

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης