ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Μικροοικονομική Θεωρία ΙΙΙ (4/4)

Ενότητα # XXX : Μικροοικονομική

Βαγγέλης Τζουβελέκας
Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Ευρωπαϊκή Ένωση
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

΄Αδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται στην άδεια χρήσης **Creative Commons** και ειδικότερα:

Αναφορά Δημιουργού - Μη εμπορική Χρήση - ΄Οχι Παράγωγα Έργα
(Attribution - Non Commercial - Non-derivatives)

Το υλικό είναι ελεύθεροι για Διανομή: για αναπαραγωγή, διανομή, παρουσίαση στο κοινό του Έργου

- Εξαιρείται από την ως άνω άδεια υλικό που περιλαμβάνεται στις διαφάνειες του μαθήματος, και υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης. Η άδεια χρήσης στην οποία υπόκειται το υλικό αυτό αναφέρεται ρητώς.

Περιεχόμενα 4ης Ενότητας

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

1. Ανά μονάδα φόρος στο ένα αγαθό (T_y):

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

1. Ανά μονάδα φόρος στο ένα αγαθό (T_y):

   $\frac{p_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

1. Ανά μονάδα φόρος στο ένα αγαθό (T_y):

   $\frac{p_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

1. Ανά μονάδα φόρος στο ένα αγαθό (T_y):

   $\frac{p_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

1. Ανά μονάδα φόρος στο ένα αγαθό (T_y):

   $\frac{p_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$
2. Ανά μονάδα φόρος και στα δύο αγαθά (T_x, T_y):

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

1. Ανά μονάδα φόρος στο ένα αγαθό (T_y):

   $\frac{p_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

2. Ανά μονάδα φόρος και στα δύο αγαθά (T_x, T_y):

   $\frac{p_x - T_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

1. Ανά μονάδα φόρος στο ένα αγαθό (T_y):

   $\frac{p_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

2. Ανά μονάδα φόρος και στα δύο αγαθά (T_x, T_y):

   $\frac{p_x - T_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

1. Ανά μονάδα φόρος στο ένα αγαθό (T_y):

   $\frac{p_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

2. Ανά μονάδα φόρος και στα δύο αγαθά (T_x, T_y):

   $\frac{p_x - T_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

1. Ανά μονάδα φόρος στο ένα αγαθό (T_y):

   $\frac{p_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

2. Ανά μονάδα φόρος και στα δύο αγαθά (T_x, T_y):

   $\frac{p_x - T_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

3. Κατά αξία φόρος στο ένα αγαθό (t_y):

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

1. Ανά μονάδα φόρος στο ένα αγαθό (T_y):

   $\frac{p_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

2. Ανά μονάδα φόρος και στα δύο αγαθά (T_x, T_y):

   $\frac{p_x - T_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

3. Κατά αξία φόρος στο ένα αγαθό (t_y):

   $\frac{p_x}{p_y(1 - t_y)} = MRT^{x,y}$

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

1. Ανά μονάδα φόρος στο ένα αγαθό (T_y):

   $\frac{p_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

2. Ανά μονάδα φόρος και στα δύο αγαθά (T_x, T_y):

   $\frac{p_x - T_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

3. Κατά αξία φόρος στο ένα αγαθό (t_y):

   $\frac{p_x}{p_y(1 - t_y)} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

1. Ανά μονάδα φόρος στο ένα αγαθό (T_y):

   $\frac{p_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

2. Ανά μονάδα φόρος και στα δύο αγαθά (T_x, T_y):

   $\frac{p_x - T_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

3. Κατά αξία φόρος στο ένα αγαθό (t_y):

   $\frac{p_x}{p_y(1 - t_y)} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

1. Ανά μονάδα φόρος στο ένα αγαθό (T_y):

   $\frac{p_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

2. Ανά μονάδα φόρος και στα δύο αγαθά (T_x, T_y):

   $\frac{p_x - T_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

3. Κατά αξία φόρος στο ένα αγαθό (t_y):

   $\frac{p_x}{p_y(1 - t_y)} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

4. Κατά αξία φόρος και στα δύο αγαθά (t_x, t_y):

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

1. Ανά μονάδα φόρος στο ένα αγαθό (T_y):

   $\frac{p_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

2. Ανά μονάδα φόρος και στα δύο αγαθά (T_x, T_y):

   $\frac{p_x - T_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

3. Κατά αξία φόρος στο ένα αγαθό (t_y):

   $\frac{p_x}{p_y(1 - t_y)} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

4. Κατά αξία φόρος και στα δύο αγαθά (t_x, t_y):

   $\frac{p_x(1 - t_x)}{p_y(1 - t_y)}$

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

1. Ανά μονάδα φόρος στο ένα αγαθό (T_y):

   $\frac{p_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

2. Ανά μονάδα φόρος και στα δύο αγαθά (T_x, T_y):

   $\frac{p_x - T_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

3. Κατά αξία φόρος στο ένα αγαθό (t_y):

   $\frac{p_x}{p_y(1-t_y)} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

4. Κατά αξία φόρος και στα δύο αγαθά (t_x, t_y):

   $\frac{p_x(1-t_x)}{p_y(1-t_y)} = \frac{p_x}{p_y}$

Ανά Μονάδα και κατά Αξία Φόρος

1. Ανά μονάδα φόρος στο ένα αγαθό (T_y):

   $\frac{p_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

2. Ανά μονάδα φόρος και στα δύο αγαθά (T_x, T_y):

   $\frac{p_x - T_x}{p_y - T_y} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

3. Κατά αξία φόρος στο ένα αγαθό (t_y):

   $\frac{p_x}{p_y(1-t_y)} = MRT^{x,y}$ και $\frac{p_x}{p_y} = MRS^{y,x}$ επομένως ισχύει: $MRS^{y,x} \neq MRT^{x,y}$

4. Κατά αξία φόρος και στα δύο αγαθά (t_x, t_y):

   $\frac{p_x(1-t_x)}{p_y(1-t_y)} = \frac{p_x}{p_y} = MRT^{x,y} = MRS_a^{y,x} = MRS_b^{y,x}$

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Το Παράδοξο της Φορολογίας

- δύο αγαθά, x και y

Το Παράδοξο της Φορολογίας

- δύο αγαθά, x και y
- ένας αντιπροσωπευτικός καταναλωτής, A

Το Παράδοξο της Φορολογίας

- δύο αγαθά, x και y
- ένας αντιπροσωπευτικός καταναλωτής, A
- η τεχνολογία παραγωγής χαρακτηρίζεται από σταθερές αποδόσεις

Το Παράδοξο της Φορολογίας

- δύο αγαθά, x και y
- ένας αντιπροσωπευτικός καταναλωτής, A
- η τεχνολογία παραγωγής χαρακτηρίζεται από σταθερές αποδόσεις
- τοσο η παραγωγή όσο και η κατανάλωση γίνονται σε ανταγωνιστικές συνθήκες

Το Παράδοξο της Φορολογίας

- δύο αγαθά, x και y
- ένας αντιπροσωπευτικός καταναλωτής, A
- η τεχνολογία παραγωγής χαρακτηρίζεται από σταθερές αποδόσεις
- τοσο η παραγωγή όσο και η κατανάλωση γίνονται σε ανταγωνιστικές συνθήκες
- για την παραγωγή των αγαθών χρησιμοποιείται μόνο εργασία την οποία προσφέρει αποκλειστικά ο A

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Ο A έχει στη διάθεση του H_a ώρες τις οποίες διαθέτει:

$$H_a = \ell_a^w + \ell_a^r \quad \text{για εργασία ή ανάπαυση}$$

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Ο A έχει στη διάθεση του H_a ώρες τις οποίες διαθέτει:

$$H_a = \ell_a^w + \ell_a^r \quad \text{για εργασία ή ανάπαυση}$$

Ο εισοδηματικός περιορισμός του A δίνεται:

$p_x x + p_y y = w\ell_a^w$

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Ο A έχει στη διάθεση του H_a ώρες τις οποίες διαθέτει:

$$H_a = \ell_a^w + \ell_a^r \quad \text{για εργασία ή ανάπαυση}$$

Ο εισοδηματικός περιορισμός του A δίνεται:

$$p_x x + p_y y = w\ell_a^w \Rightarrow p_x x + p_y y = w\left(H_a - \ell_a^r\right)$$

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Ο A έχει στη διάθεση του H_a ώρες τις οποίες διαθέτει:

$$H_a = \ell_a^w + \ell_a^r \quad \text{για εργασία ή ανάπαυση}$$

Ο εισοδηματικός περιορισμός του A δίνεται:

$$p_x x + p_y y = w\ell_a^w \Rightarrow p_x x + p_y y = w\left(H_a - \ell_a^r\right) \Rightarrow p_x x + p_y y + w\ell_a^r = wH_a$$

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Ο A έχει στη διάθεση του H_a ώρες τις οποίες διαθέτει:

$$H_a = \ell_a^w + \ell_a^r \quad \text{για εργασία ή ανάπαυση}$$

Ο εισοδηματικός περιορισμός του A δίνεται:

$$p_x x + p_y y = w\ell_a^w \Rightarrow p_x x + p_y y = w\left(H_a - \ell_a^r\right) \Rightarrow p_x x + p_y y + w\ell_a^r = wH_a$$

Δεδομένων των υποθέσεων ισχύει: $p_x = c_x w$ και $p_y = c_y w$

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Ο A έχει στη διάθεση του H_a ώρες τις οποίες διαθέτει:

$$H_a = \ell_a^w + \ell_a^r \quad \text{για εργασία ή ανάπαυση}$$

Ο εισοδηματικός περιορισμός του A δίνεται:

$$p_x x + p_y y = w\ell_a^w \Rightarrow p_x x + p_y y = w\left(H_a - \ell_a^r\right) \Rightarrow p_x x + p_y y + w\ell_a^r = wH_a$$

Δεδομένων των υποθέσεων ισχύει: $p_x = c_x w$ και $p_y = c_y w$ (σταθερές αποδόσεις: $AP_i^\ell = c_i$)

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Ο A έχει στη διάθεση του H_a ώρες τις οποίες διαθέτει:

$$H_a = \ell_a^w + \ell_a^r \quad \text{για εργασία ή ανάπαυση}$$

Ο εισοδηματικός περιορισμός του A δίνεται:

$$p_x x + p_y y = w\ell_a^w \Rightarrow p_x x + p_y y = w\left(H_a - \ell_a^r\right) \Rightarrow p_x x + p_y y + w\ell_a^r = wH_a$$

Δεδομένων των υποθέσεων ισχύει: $p_x = c_x w$ και $p_y = c_y w$ (σταθερές αποδόσεις: $AP_i^\ell = c_i$)
Εάν επιβληθεί ένας γενικός κατά αξία φόρος:

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Ο A έχει στη διάθεση του H_a ώρες τις οποίες διαθέτει:

$$H_a = \ell_a^w + \ell_a^r \quad \text{για εργασία ή ανάπαυση}$$

Ο εισοδηματικός περιορισμός του A δίνεται:

$$p_x x + p_y y = w\ell_a^w \Rightarrow p_x x + p_y y = w\left(H_a - \ell_a^r\right) \Rightarrow p_x x + p_y y + w\ell_a^r = wH_a$$

Δεδομένων των υποθέσεων ισχύει: $p_x = c_x w$ και $p_y = c_y w$ (σταθερές αποδόσεις: $AP_i^\ell = c_i$)
Εάν επιβληθεί ένας γενικός κατά αξία φόρος:

$$\left(1+t\right)p_x x + \left(1+t\right)p_y y + \left(1+t\right)w\ell_a^r = wH_a$$

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Ο A έχει στη διάθεση του H_a ώρες τις οποίες διαθέτει:

$$H_a = \ell_a^w + \ell_a^r \quad \text{για εργασία ή ανάπαυση}$$

Ο εισοδηματικός περιορισμός του A δίνεται:

$$p_x x + p_y y = w\ell_a^w \Rightarrow p_x x + p_y y = w\left(H_a - \ell_a^r\right) \Rightarrow p_x x + p_y y + w\ell_a^r = wH_a$$

Δεδομένων των υποθέσεων ισχύει: $p_x = c_x w$ και $p_y = c_y w$ (σταθερές αποδόσεις: $AP_i^\ell = c_i$)
Εάν επιβληθεί ένας γενικός κατά αξία φόρος:

$$\left(1+t\right)p_x x + \left(1+t\right)p_y y + \left(1+t\right)w\ell_a^r = wH_a$$

Εάν διαιρέσουμε με $\left(1+t\right)$ παίρνουμε

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Ο A έχει στη διάθεση του H_a ώρες τις οποίες διαθέτει:

$$H_a = \ell_a^w + \ell_a^r \quad \text{για εργασία ή ανάπαυση}$$

Ο εισοδηματικός περιορισμός του A δίνεται:

$$p_x x + p_y y = w\ell_a^w \Rightarrow p_x x + p_y y = w\left(H_a - \ell_a^r\right) \Rightarrow p_x x + p_y y + w\ell_a^r = wH_a$$

Δεδομένων των υποθέσεων ισχύει: $p_x = c_x w$ και $p_y = c_y w$ (σταθερές αποδόσεις: $AP_i^\ell = c_i$)
Εάν επιβληθεί ένας γενικός κατά αξία φόρος:

$$\left(1+t\right) p_x x + \left(1+t\right) p_y y + \left(1+t\right) w\ell_a^r = wH_a$$

Εάν διαιρέσουμε με $\left(1+t\right)$ παίρνουμε

$$p_x x + p_y y + w\ell_a^r = \frac{wH_a}{\left(1+t\right)} \quad \text{ή} \quad \left(1+t\right) p_x x + \left(1+t\right) p_y y = \left(1+t\right) w\ell_a^w$$

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Ας υποθέσουμε ότι ο A καταναλώνει y_i ($i = 1, ..., n$) αγαθά σε τιμές, $p_i = MC_i$.

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Ας υποθέσουμε ότι ο A καταναλώνει y_i ($i = 1, \ldots, n$) αγαθά σε τιμές, $p_i = MC_i$. Το διαθέσιμο εισόδημα του μετά την φορολογία εισοδήματος:

$$I = \sum_i p_i y_i$$

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Ας υποθέσουμε ότι ο A καταναλώνει y_i ($i = 1, ..., n$) αγαθά σε τιμές, $p_i = MC_i$.
Το διαθέσιμο εισόδημα του μετά την φορολογία εισοδήματος:

$$I = \sum_i p_i y_i$$

$$\sum_i p_i y_i \geq \sum_i p_i y_i' \Rightarrow \sum_i p_i \Delta y_i \leq 0$$

όπου $y' = y + \Delta y$.

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Ας υποθέσουμε ότι ο A καταναλώνει y_i ($i = 1, \ldots, n$) αγαθά σε τιμές, $p_i = MC_i$.
Το διαθέσιμο εισόδημα του μετά την φορολογία εισοδήματος:

$$I = \sum_i p_i y_i$$

$$\sum_i p_i y_i \geq \sum_i p_i y_i' \Rightarrow \sum_i p_i \Delta y_i \leq 0$$

όπου $y' = y + \Delta y$.
Ας υποθέσουμε τώρα ότι επιβάλλονται φόροι σε όλα τα n αγαθά και παράλληλα το εισόδημα του καταναλωτή αυξάνεται έτσι ώστε να έχει τις ίδιες ευκαιρίες για κατανάλωση με προηγουμένως.

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Στην περίπτωση αυτή ο εισοδηματικός του περιορισμός είναι ίσος με:

$$\tilde{I} = \sum_i \tilde{p}_i \tilde{y}_i$$

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Στην περίπτωση αυτή ο εισοδηματικός του περιορισμός είναι ίσος με:

$$\begin{aligned}\tilde{I} &= \sum_i \tilde{p}_i \tilde{y}_i \\ I + \Delta I &= \sum_i \left(p_i + \Delta p_i\right)\left(y_i + \Delta y_i\right)\end{aligned}$$

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Στην περίπτωση αυτή ο εισοδηματικός του περιορισμός είναι ίσος με:

$$
\begin{aligned}
\tilde{I} &= \sum_i \tilde{p}_i \tilde{y}_i \\
I + \Delta I &= \sum_i \left(p_i + \Delta p_i\right)\left(y_i + \Delta y_i\right) \\
&= \sum_i \left(p_i y_i + p_i \Delta y_i + \Delta p_i y_i + \Delta p_i \Delta y_i\right)
\end{aligned}
$$

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Στην περίπτωση αυτή ο εισοδηματικός του περιορισμός είναι ίσος με:

$$\begin{aligned}\tilde{I} &= \sum_i \tilde{p}_i \tilde{y}_i \\ I + \Delta I &= \sum_i \left(p_i + \Delta p_i\right)\left(y_i + \Delta y_i\right) \\ &= \sum_i \left(p_i y_i + p_i \Delta y_i + \Delta p_i y_i + \Delta p_i \Delta y_i\right)\end{aligned}$$

Αφαιρώντας και από τα δύο μέλη $I = \sum_i p_i y_i$, προκύπτει:

$$\Delta I = \sum_i p_i \Delta y_i + \sum_i \Delta p_i \left(y_i + \Delta y_i\right)$$

Το Παράδοξο της Φορολογίας

Στην περίπτωση αυτή ο εισοδηματικός του περιορισμός είναι ίσος με:

$$\begin{aligned} \tilde{I} &= \sum_i \tilde{p}_i \tilde{y}_i \\ I + \Delta I &= \sum_i \left(p_i + \Delta p_i\right)\left(y_i + \Delta y_i\right) \\ &= \sum_i \left(p_i y_i + p_i \Delta y_i + \Delta p_i y_i + \Delta p_i \Delta y_i\right) \end{aligned}$$

Αφαιρώντας και από τα δύο μέλη $I = \sum_i p_i y_i$, προκύπτει:

$$\Delta I = \sum_i p_i \Delta y_i + \sum_i \Delta p_i \left(y_i + \Delta y_i\right)$$

ή

$$\sum_i p_i \Delta y_i = \Delta I - \sum_i \Delta p_i \left(y_i + \Delta y_i\right)$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του μοναδικού καταναλωτή:

$$u = f\left(x, y, z\right)$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του μοναδικού καταναλωτή:

$$u = f\left(x, y, z\right)$$

Η παραγωγική τεχνολογία της οικονομίας:

$$T = F\left(x, y, z\right)$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του μοναδικού καταναλωτή:

$$u = f\left(x, y, z\right)$$

Η παραγωγική τεχνολογία της οικονομίας:

$$T = F\left(x, y, z\right)$$

Η άριστη λύση (first-best) για την οικονομία επιτυγχάνεται με τη μεγιστοποίηση της συνάρτησης χρησιμότητας του μοναδικού καταναλωτή με τον περιορισμό της παραγωγικής τεχνολογίας.

Αλγεβρική Παρουσίαση

Η συνάρτηση χρησιμότητας του μοναδικού καταναλωτή:

$$u = f\left(x, y, z\right)$$

Η παραγωγική τεχνολογία της οικονομίας:

$$T = F\left(x, y, z\right)$$

Η άριστη λύση (first-best) για την οικονομία επιτυγχάνεται με τη μεγιστοποίηση της συνάρτησης χρησιμότητας του μοναδικού καταναλωτή με τον περιορισμό της παραγωγικής τεχνολογίας.
Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος αριστοποίησης δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\mathscr{L}\left(\cdot\right) = f\left(x, y, z\right) + \lambda\left[T - F\left(x, y, z\right)\right]$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\frac{\partial\left(f\left(x, y, z\right) + \lambda\left[T - F\left(x, y, z\right)\right]\right)}{\partial x} = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x}=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0\Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0\Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}$$

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y}=0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0\Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}$$

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0\Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}$$

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0\Rightarrow MU_y=\lambda\frac{\partial F}{\partial y}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x} &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0 \Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y} &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0 \Rightarrow MU_y=\lambda\frac{\partial F}{\partial y}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial z} &= 0
\end{aligned}
$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x} &= 0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0\Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y} &= 0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0\Rightarrow MU_y=\lambda\frac{\partial F}{\partial y}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial z} &= 0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial z}-\lambda\frac{\partial F}{\partial z}=0
\end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x} &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0 \Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y} &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0 \Rightarrow MU_y=\lambda\frac{\partial F}{\partial y}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial z} &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial z}-\lambda\frac{\partial F}{\partial z}=0 \Rightarrow MU_z=\lambda\frac{\partial F}{\partial z}
\end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0\Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}$$

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0\Rightarrow MU_y=\lambda\frac{\partial F}{\partial y}$$

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial z}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial z}-\lambda\frac{\partial F}{\partial z}=0\Rightarrow MU_z=\lambda\frac{\partial F}{\partial z}$$

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial \lambda}=0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0\Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}$$

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0\Rightarrow MU_y=\lambda\frac{\partial F}{\partial y}$$

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial z}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial z}-\lambda\frac{\partial F}{\partial z}=0\Rightarrow MU_z=\lambda\frac{\partial F}{\partial z}$$

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial \lambda}=0 \quad\Rightarrow\quad T-F\left(x,y,z\right)=0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x}=0 &\quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0\Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y}=0 &\quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0\Rightarrow MU_y=\lambda\frac{\partial F}{\partial y}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial z}=0 &\quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial z}-\lambda\frac{\partial F}{\partial z}=0\Rightarrow MU_z=\lambda\frac{\partial F}{\partial z}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial \lambda}=0 &\quad\Rightarrow\quad T-F\left(x,y,z\right)=0
\end{aligned}$$

Από τις τρεις πρώτες συνθήκες διαιρώντας κατά μέλη ανά δυο λαμβάνουμε:

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x}=0 &\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0\Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y}=0 &\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0\Rightarrow MU_y=\lambda\frac{\partial F}{\partial y}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial z}=0 &\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial z}-\lambda\frac{\partial F}{\partial z}=0\Rightarrow MU_z=\lambda\frac{\partial F}{\partial z}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial \lambda}=0 &\Rightarrow T-F\left(x,y,z\right)=0
\end{aligned}$$

Από τις τρεις πρώτες συνθήκες διαιρώντας κατά μέλη ανά δυο λαμβάνουμε:

$$\frac{MU^x}{MU^y} = \frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0\Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}$$
$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0\Rightarrow MU_y=\lambda\frac{\partial F}{\partial y}$$
$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial z}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial z}-\lambda\frac{\partial F}{\partial z}=0\Rightarrow MU_z=\lambda\frac{\partial F}{\partial z}$$
$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial \lambda}=0 \quad\Rightarrow\quad T-F\left(x,y,z\right)=0$$

Από τις τρεις πρώτες συνθήκες διαιρώντας κατά μέλη ανά δυο λαμβάνουμε:

$$\frac{MU^x}{MU^y} = \frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Rightarrow\frac{MU^x}{MU^y}=\frac{dy}{dx}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0\Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}$$

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0\Rightarrow MU_y=\lambda\frac{\partial F}{\partial y}$$

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial z}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial z}-\lambda\frac{\partial F}{\partial z}=0\Rightarrow MU_z=\lambda\frac{\partial F}{\partial z}$$

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial \lambda}=0 \quad\Rightarrow\quad T-F\left(x,y,z\right)=0$$

Από τις τρεις πρώτες συνθήκες διαιρώντας κατά μέλη ανά δυο λαμβάνουμε:

$$\frac{MU^x}{MU^y} \quad = \quad \frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Rightarrow\frac{MU^x}{MU^y}=\frac{dy}{dx}\Rightarrow MRS^{y,x}=MRT^{x,y}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0\Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}$$
$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0\Rightarrow MU_y=\lambda\frac{\partial F}{\partial y}$$
$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial z}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial z}-\lambda\frac{\partial F}{\partial z}=0\Rightarrow MU_z=\lambda\frac{\partial F}{\partial z}$$
$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial \lambda}=0 \quad\Rightarrow\quad T-F\left(x,y,z\right)=0$$

Από τις τρεις πρώτες συνθήκες διαιρώντας κατά μέλη ανά δυο λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned}\frac{MU^x}{MU^y} &= \frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Rightarrow\frac{MU^x}{MU^y}=\frac{dy}{dx}\Rightarrow MRS^{y,x}=MRT^{x,y}\\ \frac{MU^x}{MU^z} &= \frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial z}\end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x} &= 0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0\Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y} &= 0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0\Rightarrow MU_y=\lambda\frac{\partial F}{\partial y}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial z} &= 0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial z}-\lambda\frac{\partial F}{\partial z}=0\Rightarrow MU_z=\lambda\frac{\partial F}{\partial z}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial \lambda} &= 0 \quad\Rightarrow\quad T-F\left(x,y,z\right)=0
\end{aligned}$$

Από τις τρεις πρώτες συνθήκες διαιρώντας κατά μέλη ανά δυο λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned}
\frac{MU^x}{MU^y} &= \frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Rightarrow\frac{MU^x}{MU^y}=\frac{dy}{dx}\Rightarrow MRS^{y,x}=MRT^{x,y}\\
\frac{MU^x}{MU^z} &= \frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial z}\Rightarrow\frac{MU^x}{MU^z}=\frac{dz}{dx}
\end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x} &= 0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0\Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y} &= 0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0\Rightarrow MU_y=\lambda\frac{\partial F}{\partial y}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial z} &= 0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial z}-\lambda\frac{\partial F}{\partial z}=0\Rightarrow MU_z=\lambda\frac{\partial F}{\partial z}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial \lambda} &= 0 \quad\Rightarrow\quad T-F\left(x,y,z\right)=0
\end{aligned}$$

Από τις τρεις πρώτες συνθήκες διαιρώντας κατά μέλη ανά δυο λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned}
\frac{MU^x}{MU^y} &= \frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Rightarrow\frac{MU^x}{MU^y}=\frac{dy}{dx}\Rightarrow MRS^{y,x}=MRT^{x,y}\\
\frac{MU^x}{MU^z} &= \frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial z}\Rightarrow\frac{MU^x}{MU^z}=\frac{dz}{dx}\Rightarrow MRS^{z,x}=MRT^{x,z}
\end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0\Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}$$
$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0\Rightarrow MU_y=\lambda\frac{\partial F}{\partial y}$$
$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial z}=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial f}{\partial z}-\lambda\frac{\partial F}{\partial z}=0\Rightarrow MU_z=\lambda\frac{\partial F}{\partial z}$$
$$\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial \lambda}=0 \quad\Rightarrow\quad T-F\left(x,y,z\right)=0$$

Από τις τρεις πρώτες συνθήκες διαιρώντας κατά μέλη ανά δυο λαμβάνουμε:

$$\frac{MU^x}{MU^y} = \frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Rightarrow\frac{MU^x}{MU^y}=\frac{dy}{dx}\Rightarrow MRS^{y,x}=MRT^{x,y}$$
$$\frac{MU^x}{MU^z} = \frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial z}\Rightarrow\frac{MU^x}{MU^z}=\frac{dz}{dx}\Rightarrow MRS^{z,x}=MRT^{x,z}$$
$$\frac{MU^y}{MU^z} = \frac{\partial F/\partial y}{\partial F/\partial z}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x}=0 \quad &\Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0\Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y}=0 \quad &\Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0\Rightarrow MU_y=\lambda\frac{\partial F}{\partial y}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial z}=0 \quad &\Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial z}-\lambda\frac{\partial F}{\partial z}=0\Rightarrow MU_z=\lambda\frac{\partial F}{\partial z}\\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial \lambda}=0 \quad &\Rightarrow \quad T-F\left(x,y,z\right)=0
\end{aligned}$$

Από τις τρεις πρώτες συνθήκες διαιρώντας κατά μέλη ανά δυο λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned}
\frac{MU^x}{MU^y} &= \frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Rightarrow\frac{MU^x}{MU^y}=\frac{dy}{dx}\Rightarrow MRS^{y,x}=MRT^{x,y}\\
\frac{MU^x}{MU^z} &= \frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial z}\Rightarrow\frac{MU^x}{MU^z}=\frac{dz}{dx}\Rightarrow MRS^{z,x}=MRT^{x,z}\\
\frac{MU^y}{MU^z} &= \frac{\partial F/\partial y}{\partial F/\partial z}\Rightarrow\frac{MU^y}{MU^z}=\frac{dz}{dy}
\end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν όπως:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial x} &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial x}-\lambda\frac{\partial F}{\partial x}=0 \Rightarrow MU_x=\lambda\frac{\partial F}{\partial x} \\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial y} &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial y}-\lambda\frac{\partial F}{\partial y}=0 \Rightarrow MU_y=\lambda\frac{\partial F}{\partial y} \\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial z} &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial z}-\lambda\frac{\partial F}{\partial z}=0 \Rightarrow MU_z=\lambda\frac{\partial F}{\partial z} \\
\frac{\partial\left(f\left(x,y,z\right)+\lambda\left[T-F\left(x,y,z\right)\right]\right)}{\partial \lambda} &= 0 \quad \Rightarrow \quad T-F\left(x,y,z\right)=0
\end{aligned}$$

Από τις τρεις πρώτες συνθήκες διαιρώντας κατά μέλη ανά δυο λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned}
\frac{MU^x}{MU^y} &= \frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y} \Rightarrow \frac{MU^x}{MU^y}=\frac{dy}{dx} \Rightarrow MRS^{y,x}=MRT^{x,y} \\
\frac{MU^x}{MU^z} &= \frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial z} \Rightarrow \frac{MU^x}{MU^z}=\frac{dz}{dx} \Rightarrow MRS^{z,x}=MRT^{x,z} \\
\frac{MU^y}{MU^z} &= \frac{\partial F/\partial y}{\partial F/\partial z} \Rightarrow \frac{MU^y}{MU^z}=\frac{dz}{dy} \Rightarrow MRS^{z,y}=MRT^{y,z}
\end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σχύει:

$$MRS^{y,x} = \theta MRT^{x,y}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σχύει:

$$MRS^{y,x} = \theta MRT^{x,y}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος αριστοποίησης θα γίνει:

$$\tilde{\mathscr{L}}(\cdot) = f\left(x, y, z\right) + \lambda_1 \left[T - F\left(x, y, z\right)\right] + \lambda_2 \left[MRS^{y,x} - \theta MRT^{x,y}\right]$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σχύει:

$$MRS^{y,x} = \theta MRT^{x,y}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος αριστοποίησης θα γίνει:

$$\tilde{\mathscr{L}}(\cdot) = f\left(x, y, z\right) + \lambda_1 \left[T - F\left(x, y, z\right)\right] + \lambda_2 \left[MRS^{y,x} - \theta MRT^{x,y}\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

Αλγεβρική Παρουσίαση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σχύει:

$$MRS^{y,x} = \theta MRT^{x,y}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος αριστοποίησης θα γίνει:

$$\tilde{\mathscr{L}}(\cdot) = f(x, y, z) + \lambda_1 \left[T - F(x, y, z)\right] + \lambda_2 \left[MRS^{y,x} - \theta MRT^{x,y}\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial x} = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σχύει:

$$MRS^{y,x} = \theta MRT^{x,y}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος αριστοποίησης θα γίνει:

$$\tilde{\mathscr{L}}(\cdot) = f\left(x, y, z\right) + \lambda_1 \left[T - F\left(x, y, z\right)\right] + \lambda_2 \left[MRS^{y,x} - \theta MRT^{x,y}\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial x} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial x}\right] =$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σχύει:

$$MRS^{y,x} = \theta MRT^{x,y}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος αριστοποίησης θα γίνει:

$$\tilde{\mathscr{L}}(\cdot) = f(x, y, z) + \lambda_1 \left[T - F(x, y, z)\right] + \lambda_2 \left[MRS^{y,x} - \theta MRT^{x,y}\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial x} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial x}\right] = MU^x - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[Q_x - \theta R_x\right] = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σχύει:

$$MRS^{y,x} = \theta MRT^{x,y}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος αριστοποίησης θα γίνει:

$$\tilde{\mathscr{L}}(\cdot) = f\left(x, y, z\right) + \lambda_1\left[T - F\left(x, y, z\right)\right] + \lambda_2\left[MRS^{y,x} - \theta MRT^{x,y}\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2\left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial x} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial x}\right] = MU^x - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2\left[Q_x - \theta R_x\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial y} = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σχύει:

$$MRS^{y,x} = \theta MRT^{x,y}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος αριστοποίησης θα γίνει:

$$\tilde{\mathscr{L}}(\cdot) = f(x, y, z) + \lambda_1 \left[T - F(x, y, z)\right] + \lambda_2 \left[MRS^{y,x} - \theta MRT^{x,y}\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial x} = 0 \;\; \Rightarrow \;\; \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial x} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial x}\right] = MU^x - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[Q_x - \theta R_x\right] = 0$$
$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial y} = 0 \;\; \Rightarrow \;\; \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial y} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial y}\right] =$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σχύει:

$$MRS^{y,x} = \theta MRT^{x,y}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος αριστοποίησης θα γίνει:

$$\tilde{\mathscr{L}}(\cdot) = f\left(x, y, z\right) + \lambda_1 \left[T - F\left(x, y, z\right)\right] + \lambda_2 \left[MRS^{y,x} - \theta MRT^{x,y}\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial x} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial x}\right] = MU^x - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[Q_x - \theta R_x\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial y} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial y} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial y}\right] = MU^y - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[Q_y - \theta R_y\right] = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σχύει:

$$MRS^{y,x} = \theta MRT^{x,y}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος αριστοποίησης θα γίνει:

$$\tilde{\mathscr{L}}(\cdot) = f\left(x, y, z\right) + \lambda_1 \left[T - F\left(x, y, z\right)\right] + \lambda_2 \left[MRS^{y,x} - \theta MRT^{x,y}\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial x} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial x}\right] = MU^x - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[Q_x - \theta R_x\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial y} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial y} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial y}\right] = MU^y - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[Q_y - \theta R_y\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial z} = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σχύει:

$$MRS^{y,x} = \theta MRT^{x,y}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος αριστοποίησης θα γίνει:

$$\tilde{\mathscr{L}}(\cdot) = f(x,y,z) + \lambda_1 \left[T - F(x,y,z)\right] + \lambda_2 \left[MRS^{y,x} - \theta MRT^{x,y}\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial x} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial x} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial x}\right] = MU^x - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[Q_x - \theta R_x\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial y} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial y} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial y}\right] = MU^y - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[Q_y - \theta R_y\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial z} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial f}{\partial z} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial z} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial z} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial z}\right] =$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σχύει:

$$MRS^{y,x} = \theta MRT^{x,y}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος αριστοποίησης θα γίνει:

$$\tilde{\mathscr{L}}(\cdot) = f(x,y,z) + \lambda_1 \left[T - F(x,y,z)\right] + \lambda_2 \left[MRS^{y,x} - \theta MRT^{x,y}\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial x} = 0 \;\; \Rightarrow \;\; \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial x} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial x}\right] = MU^x - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[Q_x - \theta R_x\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial y} = 0 \;\; \Rightarrow \;\; \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial y} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial y}\right] = MU^y - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[Q_y - \theta R_y\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial z} = 0 \;\; \Rightarrow \;\; \frac{\partial f}{\partial z} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial z} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial z} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial z}\right] = MU^z - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial z} + \lambda_2 \left[Q_z - \theta R_z\right] = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σχύει:

$$MRS^{y,x} = \theta MRT^{x,y}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος αριστοποίησης θα γίνει:

$$\tilde{\mathscr{L}}(\cdot) = f(x,y,z) + \lambda_1 \left[T - F(x,y,z)\right] + \lambda_2 \left[MRS^{y,x} - \theta MRT^{x,y}\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial x} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial x} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial x}\right] = MU^x - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[Q_x - \theta R_x\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial y} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial y} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial y}\right] = MU^y - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[Q_y - \theta R_y\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial z} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial f}{\partial z} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial z} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial z} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial z}\right] = MU^z - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial z} + \lambda_2 \left[Q_z - \theta R_z\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial \lambda_1} = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σχύει:

$$MRS^{y,x} = \theta MRT^{x,y}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος αριστοποίησης θα γίνει:

$$\tilde{\mathscr{L}}(\cdot) = f(x,y,z) + \lambda_1 \left[T - F(x,y,z)\right] + \lambda_2 \left[MRS^{y,x} - \theta MRT^{x,y}\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial x} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial x} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial x}\right] = MU^x - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[Q_x - \theta R_x\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial y} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial y} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial y}\right] = MU^y - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[Q_y - \theta R_y\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial z} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial f}{\partial z} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial z} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial z} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial z}\right] = MU^z - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial z} + \lambda_2 \left[Q_z - \theta R_z\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial \lambda_1} = 0 \;\Rightarrow\; T - F(x,y,z) = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σχύει:

$$MRS^{y,x} = \theta MRT^{x,y}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος αριστοποίησης θα γίνει:

$$\tilde{\mathscr{L}}(\cdot) = f(x, y, z) + \lambda_1 \left[T - F(x, y, z)\right] + \lambda_2 \left[MRS^{y,x} - \theta MRT^{x,y}\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial x} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial x}\right] = MU^x - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[Q_x - \theta R_x\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial y} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial y} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial y}\right] = MU^y - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[Q_y - \theta R_y\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial z} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial z} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial z} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial z} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial z}\right] = MU^z - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial z} + \lambda_2 \left[Q_z - \theta R_z\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad T - F(x, y, z) = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial \lambda_2} = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σχύει:

$$MRS^{y,x} = \theta MRT^{x,y}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος αριστοποίησης θα γίνει:

$$\tilde{\mathscr{L}}(\cdot) = f(x,y,z) + \lambda_1 \left[T - F(x,y,z)\right] + \lambda_2 \left[MRS^{y,x} - \theta MRT^{x,y}\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial x} = 0 \;\; \Rightarrow \;\; \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial x} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial x}\right] = MU^x - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_2 \left[Q_x - \theta R_x\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial y} = 0 \;\; \Rightarrow \;\; \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial y} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial y}\right] = MU^y - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial y} + \lambda_2 \left[Q_y - \theta R_y\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial z} = 0 \;\; \Rightarrow \;\; \frac{\partial f}{\partial z} - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial z} + \lambda_2 \left[\frac{\partial MRS^{y,x}}{\partial z} - \theta \frac{\partial MRT^{x,y}}{\partial z}\right] = MU^z - \lambda_1 \frac{\partial F}{\partial z} + \lambda_2 \left[Q_z - \theta R_z\right] = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial \lambda_1} = 0 \;\; \Rightarrow \;\; T - F(x,y,z) = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathscr{L}}}{\partial \lambda_2} = 0 \;\; \Rightarrow \;\; MRS^{y,x} - \theta MRT^{x,y} = 0$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$MU^x \quad = \quad \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(Q_x - \theta R_x \right) \right]$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$
\begin{aligned}
MU^x &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(Q_x - \theta R_x \right) \right] \\
MU^y &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(Q_y - \theta R_y \right) \right]
\end{aligned}
$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$
\begin{aligned}
MU^x &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(Q_x - \theta R_x \right) \right] \\
MU^y &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(Q_y - \theta R_y \right) \right] \\
MU^z &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(Q_z - \theta R_z \right) \right]
\end{aligned}
$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$
\begin{aligned}
MU^x &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(Q_x - \theta R_x \right) \right] \\
MU^y &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(Q_y - \theta R_y \right) \right] \\
MU^z &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(Q_z - \theta R_z \right) \right]
\end{aligned}
$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις παραπάνω ισότητες παίρνουμε:

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$
\begin{aligned}
MU^{x} &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(Q_x - \theta R_x \right) \right] \\
MU^{y} &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(Q_y - \theta R_y \right) \right] \\
MU^{z} &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(Q_z - \theta R_z \right) \right]
\end{aligned}
$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις παραπάνω ισότητες παίρνουμε:

$$
MRS^{x,y} = \frac{\partial F/\partial x - \lambda_2/\lambda_1 \left(Q_x - \theta R_x \right)}{\partial F/\partial y - \lambda_2/\lambda_1 \left(Q_y - \theta R_y \right)} \neq MRT^{x,y}
$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

$$\begin{aligned}
MU^x &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\left(Q_x - \theta R_x\right)\right] \\
MU^y &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\left(Q_y - \theta R_y\right)\right] \\
MU^z &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\left(Q_z - \theta R_z\right)\right]
\end{aligned}$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις παραπάνω ισότητες παίρνουμε:

$$\begin{aligned}
MRS^{x,y} &= \frac{\partial F/\partial x - \lambda_2/\lambda_1\left(Q_x - \theta R_x\right)}{\partial F/\partial y - \lambda_2/\lambda_1\left(Q_y - \theta R_y\right)} \neq MRT^{x,y} \\
MRS^{x,z} &= \frac{\partial F/\partial x - \lambda_2/\lambda_1\left(Q_x - \theta R_x\right)}{\partial F/\partial z - \lambda_2/\lambda_1\left(Q_z - \theta R_z\right)} \neq MRT^{z,x}
\end{aligned}$$

Αλγεβρική Παρουσίαση

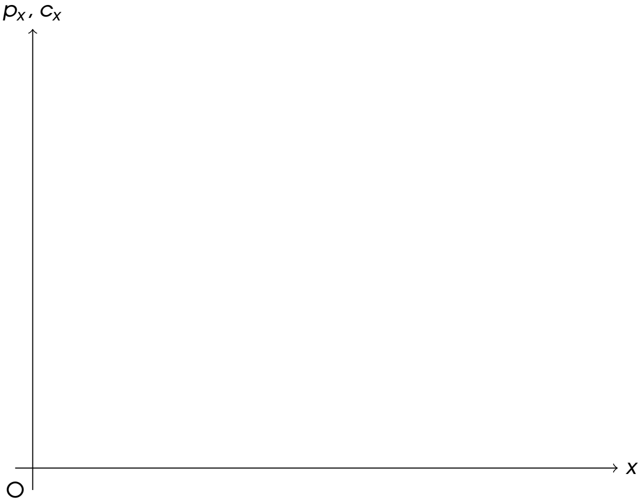
$$
\begin{aligned}
MU^x &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(Q_x - \theta R_x \right) \right] \\
MU^y &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(Q_y - \theta R_y \right) \right] \\
MU^z &= \lambda_1 \left[\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(Q_z - \theta R_z \right) \right]
\end{aligned}
$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις παραπάνω ισότητες παίρνουμε:

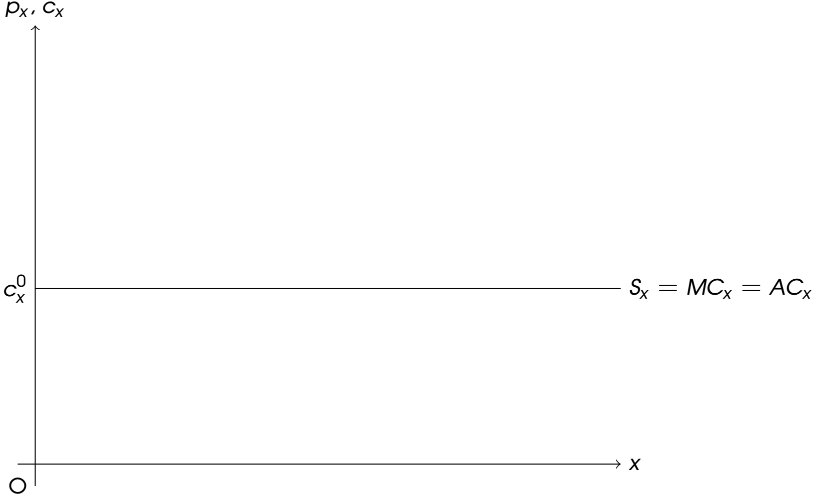
$$
\begin{aligned}
MRS^{x,y} &= \frac{\partial F/\partial x - \lambda_2/\lambda_1 \left(Q_x - \theta R_x \right)}{\partial F/\partial y - \lambda_2/\lambda_1 \left(Q_y - \theta R_y \right)} \neq MRT^{x,y} \\
MRS^{x,z} &= \frac{\partial F/\partial x - \lambda_2/\lambda_1 \left(Q_x - \theta R_x \right)}{\partial F/\partial z - \lambda_2/\lambda_1 \left(Q_z - \theta R_z \right)} \neq MRT^{z,x} \\
MRS^{y,z} &= \frac{\partial F/\partial y - \lambda_2/\lambda_1 \left(Q_y - \theta R_y \right)}{\partial F/\partial z - \lambda_2/\lambda_1 \left(Q_z - \theta R_z \right)} \neq MRT^{z,y}
\end{aligned}
$$

Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από την Γέφυρα

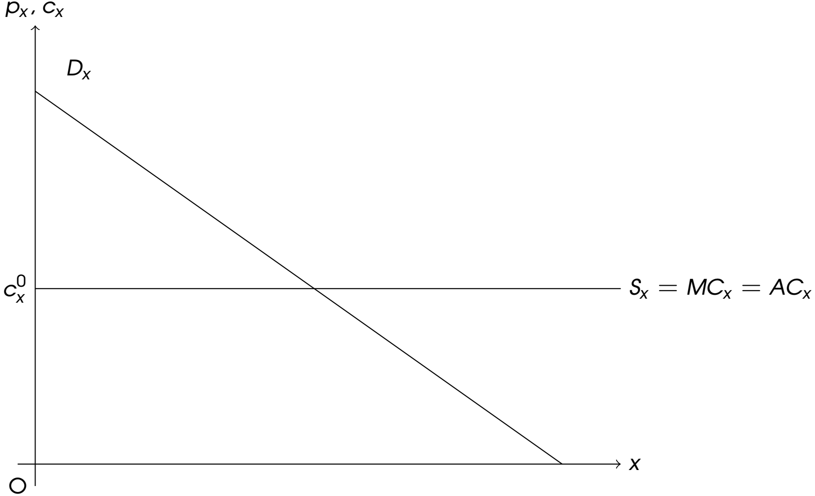
Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από την Γέφυρα



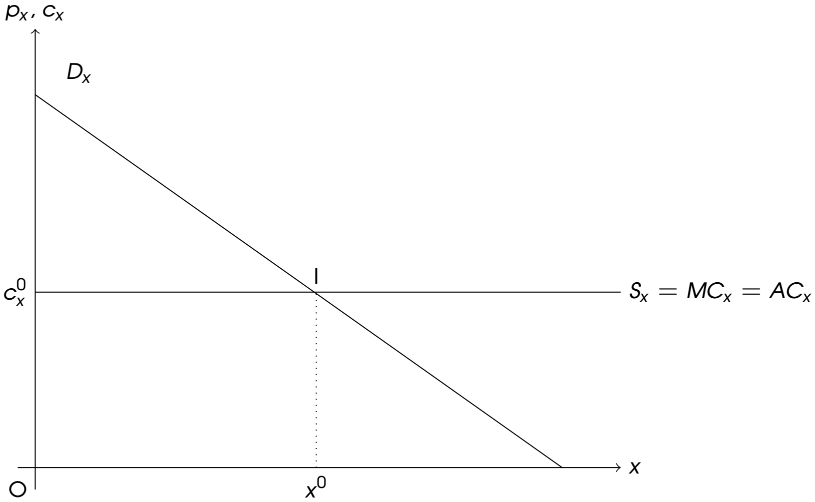
Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από την Γέφυρα



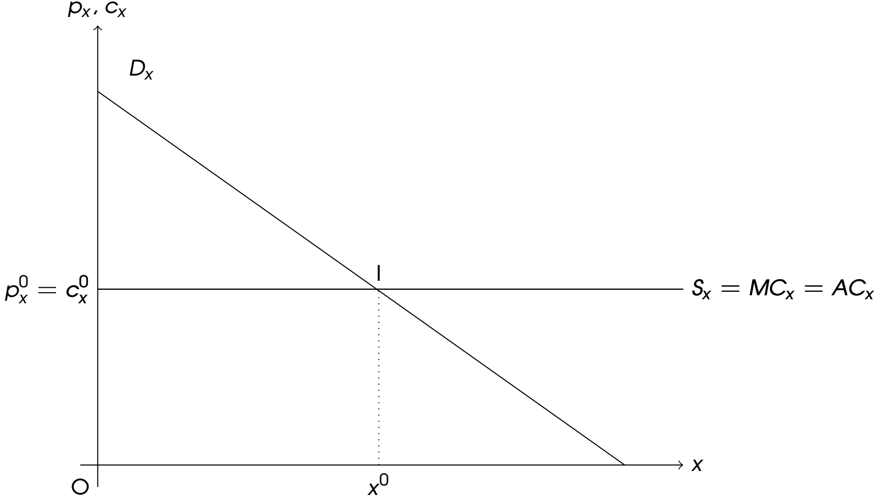
Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από την Γέφυρα



Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από την Γέφυρα

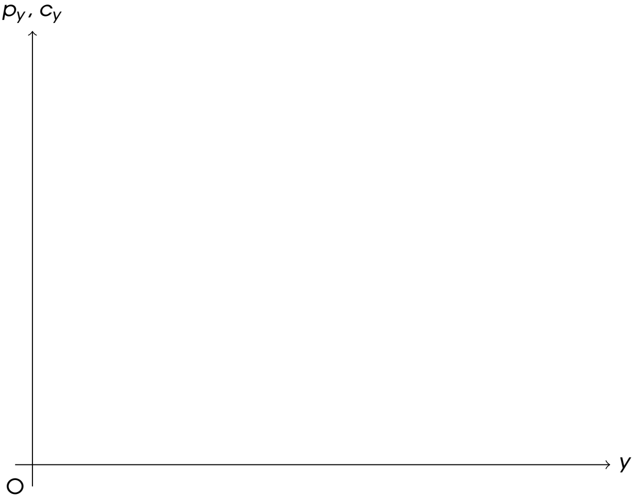


΄Αριστος Αριθμός Διελεύσεων από την Γέφυρα

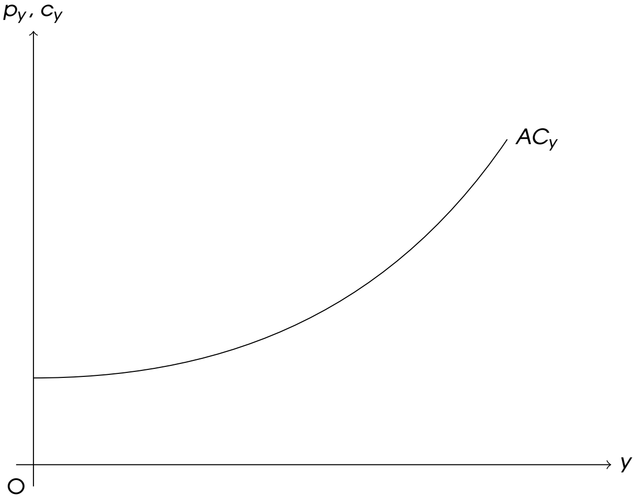


΄Αριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο

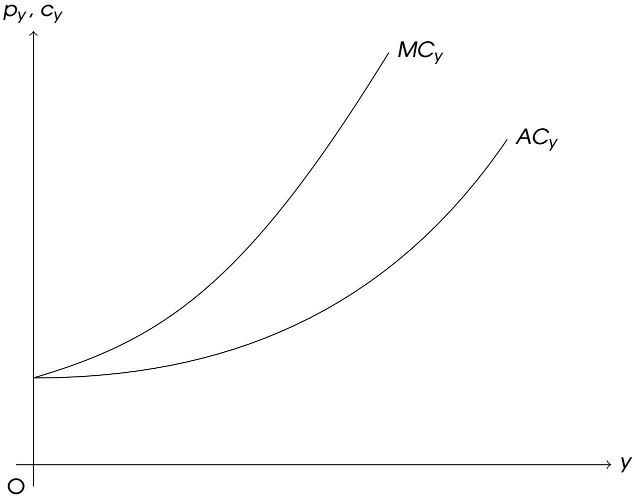
'Αριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο



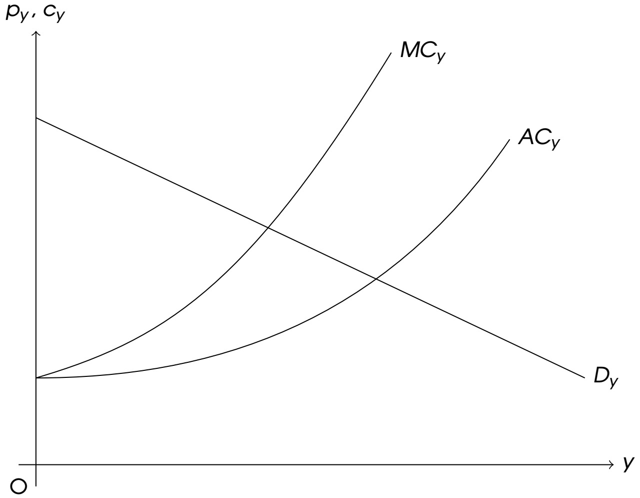
Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο



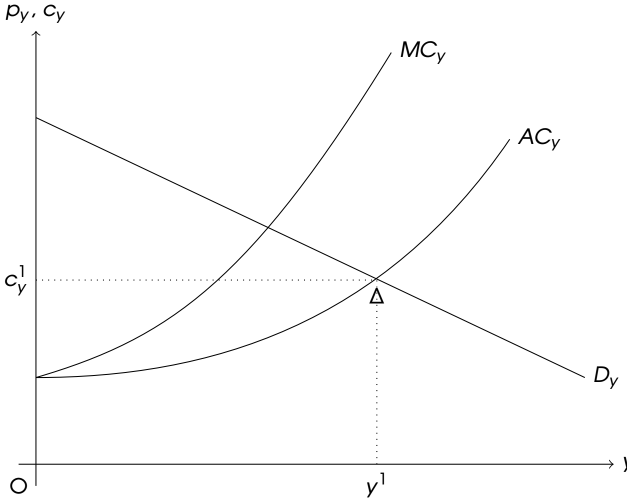
΄Αριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο



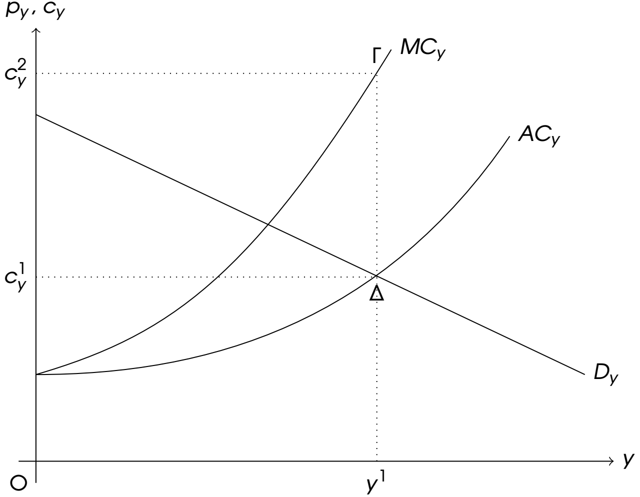
Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο



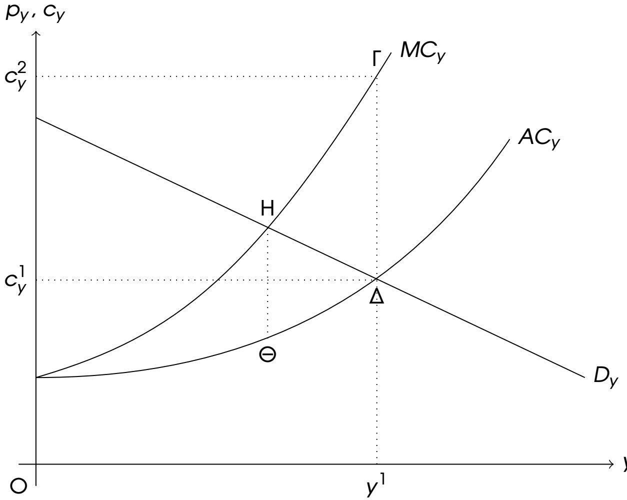
΄Αριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο



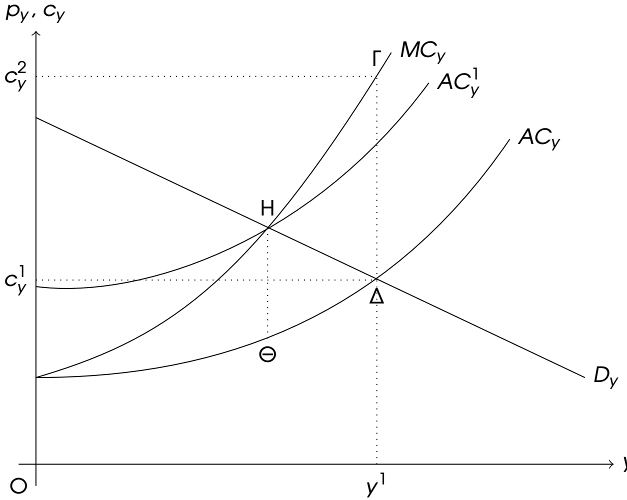
Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο



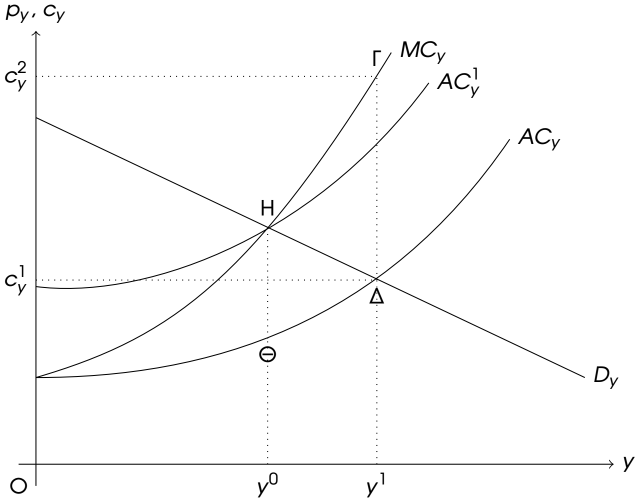
Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο



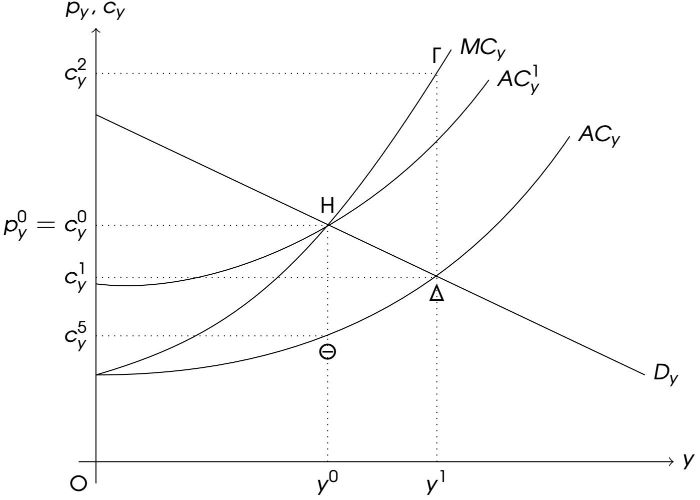
΄Αριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο



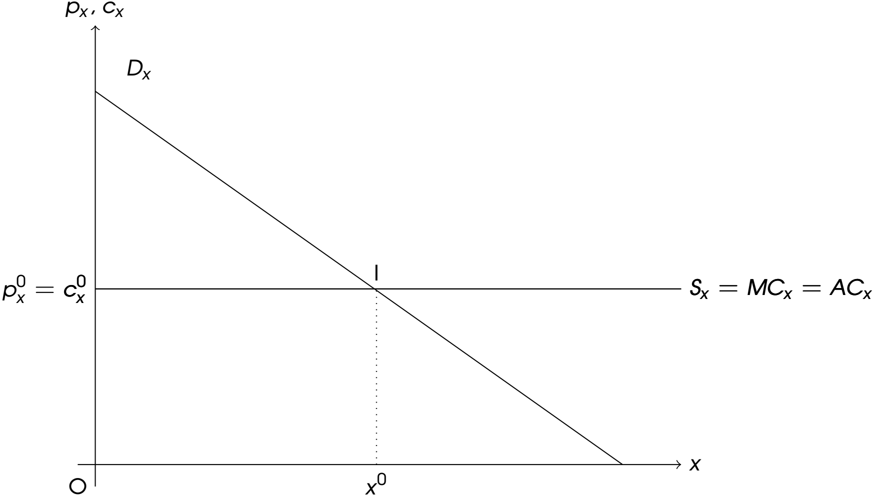
Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο



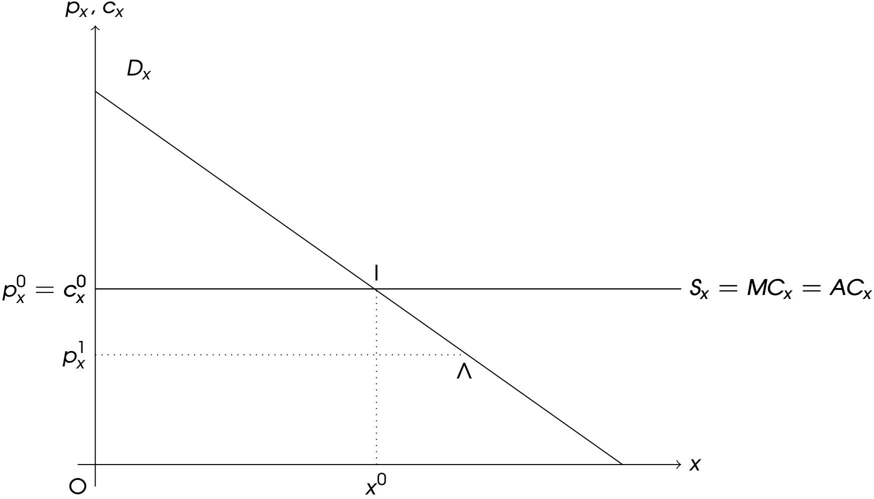
Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο



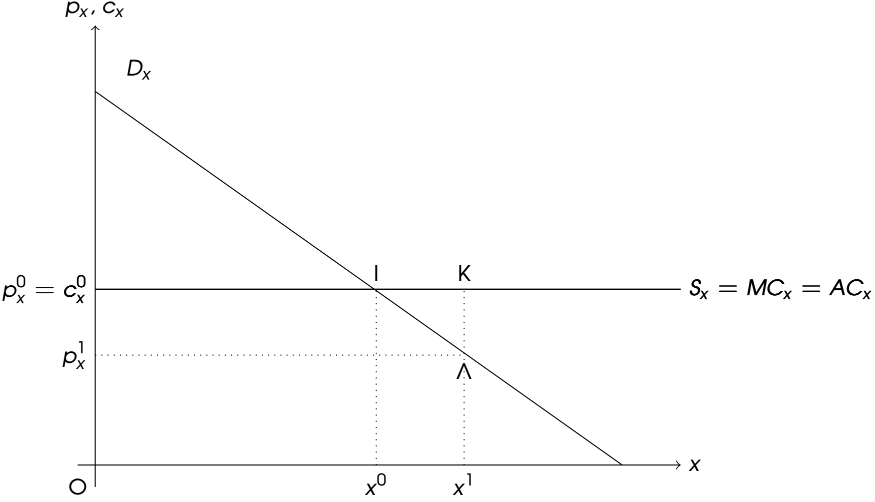
Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από την Γέφυρα με Μειωμένα Διόδια



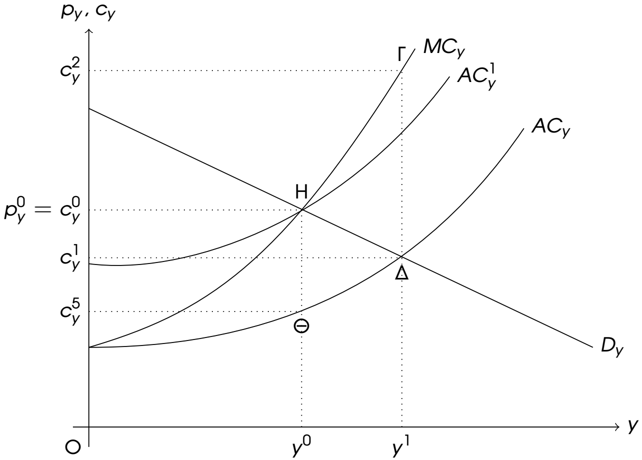
Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από την Γέφυρα με Μειωμένα Διόδια



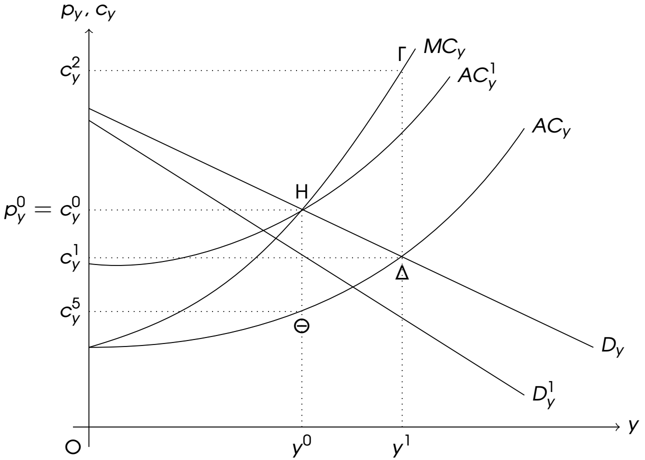
Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από την Γέφυρα με Μειωμένα Διόδια



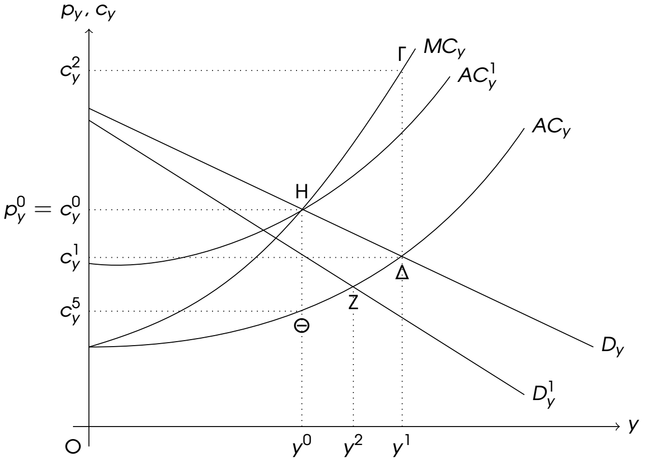
Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο με Μειωμένη Ζήτηση



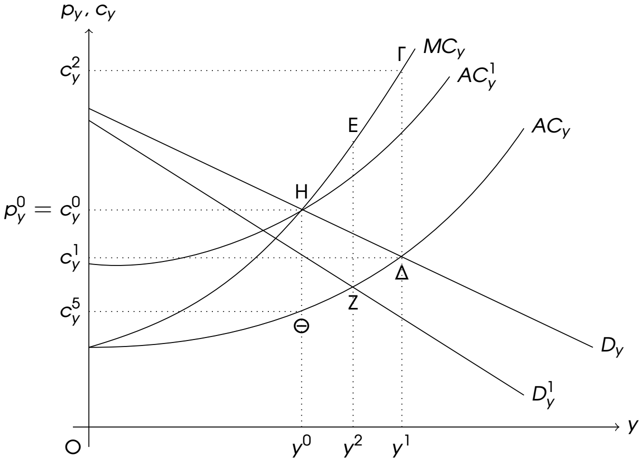
΄Αριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο με Μειωμένη Ζήτηση



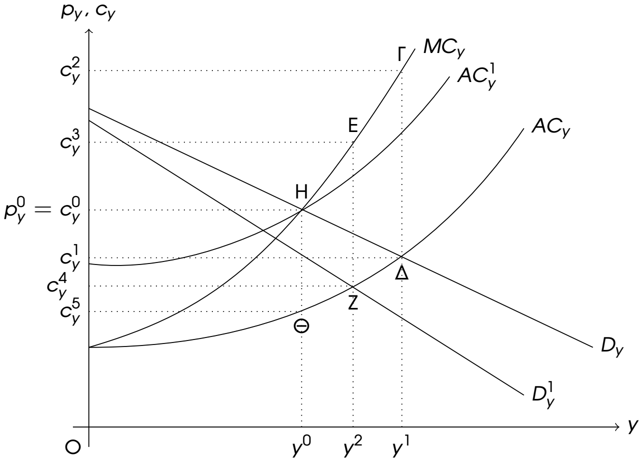
΄Αριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο με Μειωμένη Ζήτηση



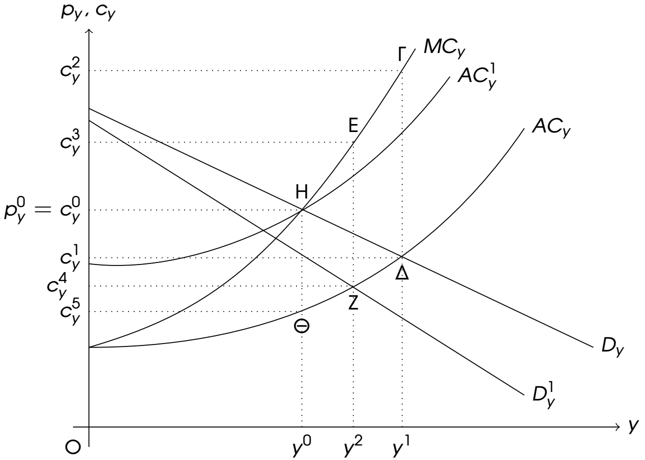
Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο με Μειωμένη Ζήτηση



Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο με Μειωμένη Ζήτηση



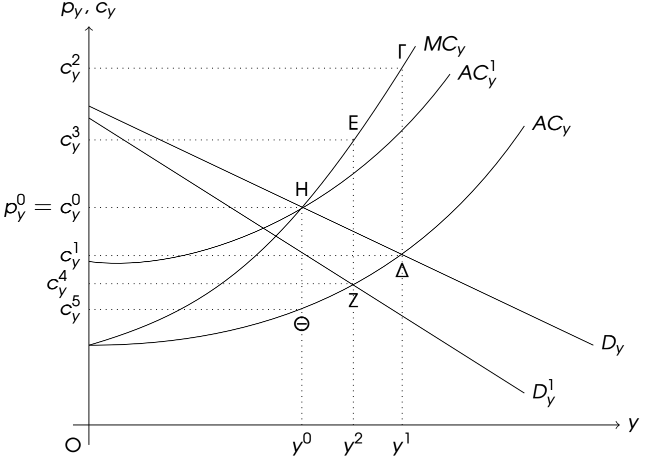
Άριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο με Μειωμένη Ζήτηση



ΕΖ<ΓΔ

΄Αριστος Αριθμός Διελεύσεων από τον Αυτοκινητόδρομο με Μειωμένη Ζήτηση

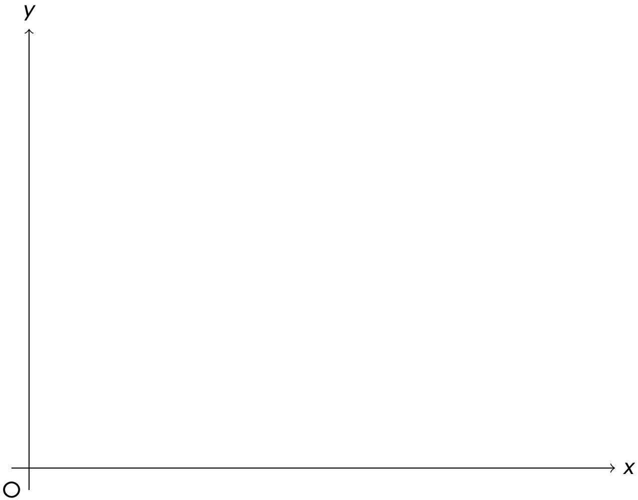
$$\left(p_x^0 - p_x^1\right)\frac{\partial x}{\partial p_x} = -\left[\left(MC_y - D_y\right)\frac{\partial y}{\partial p_x}\right]$$



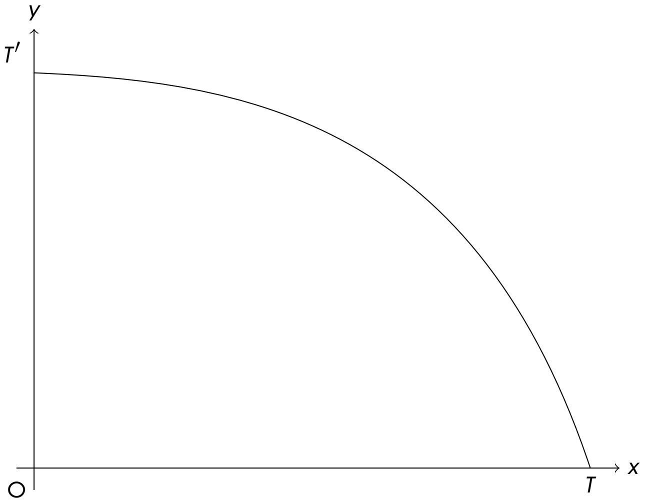
ΕΖ<ΓΔ

Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών

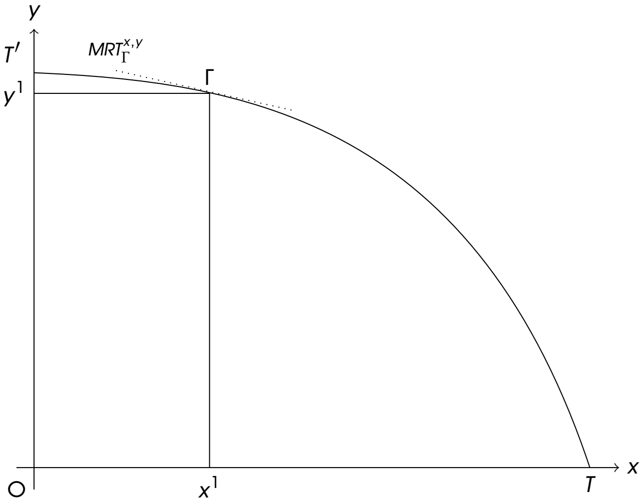
Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών



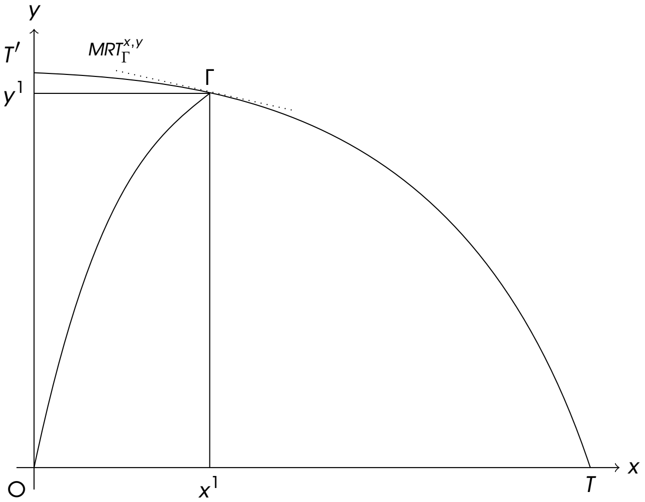
Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών



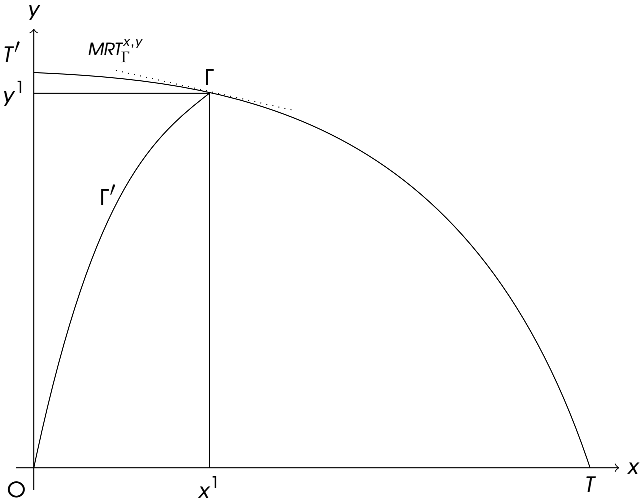
Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών



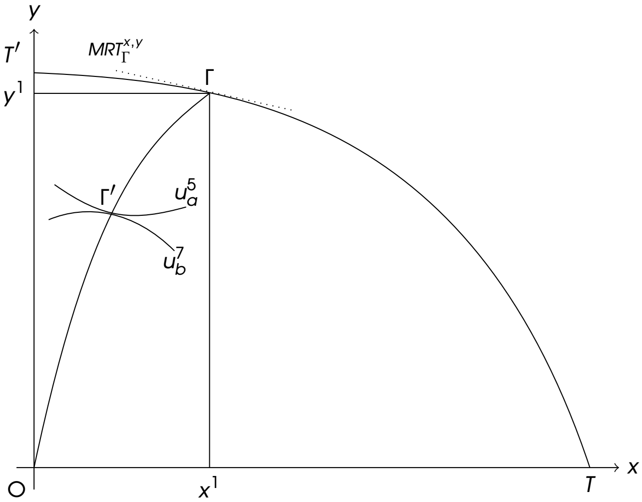
Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών



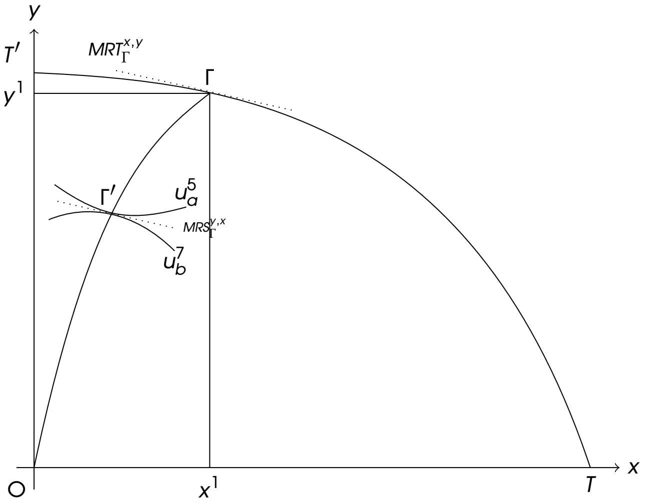
Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών



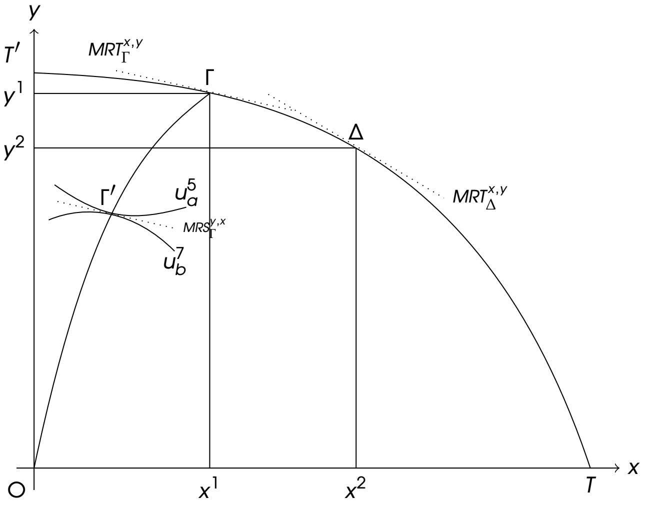
Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών



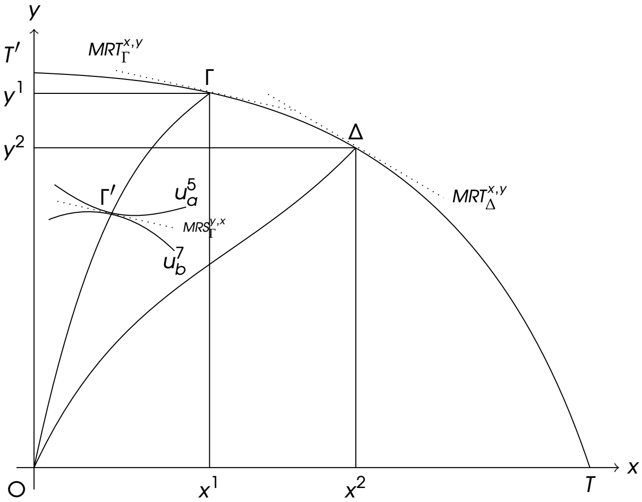
Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών



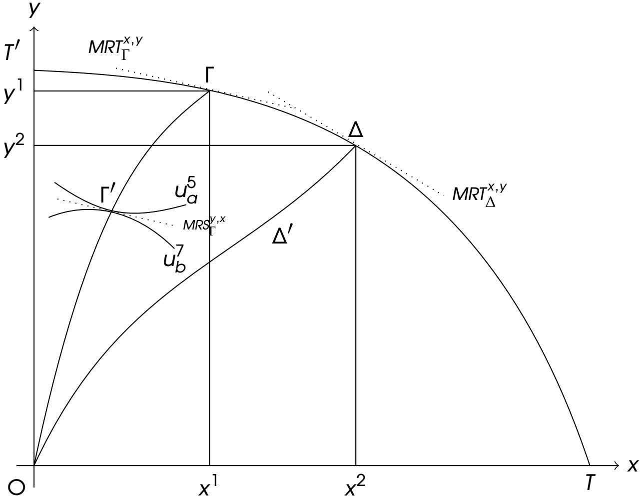
Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών



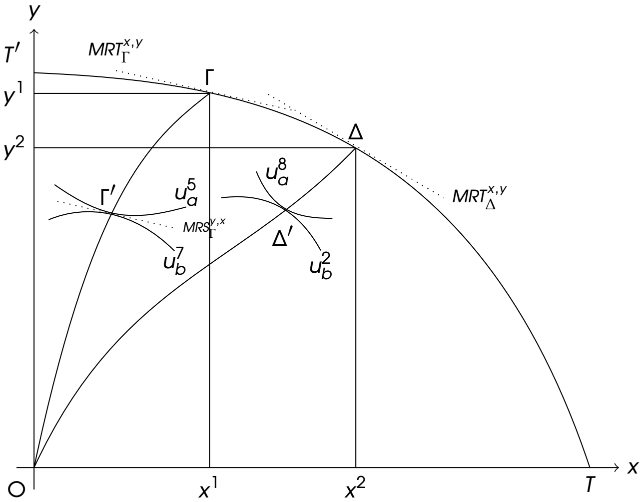
Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών



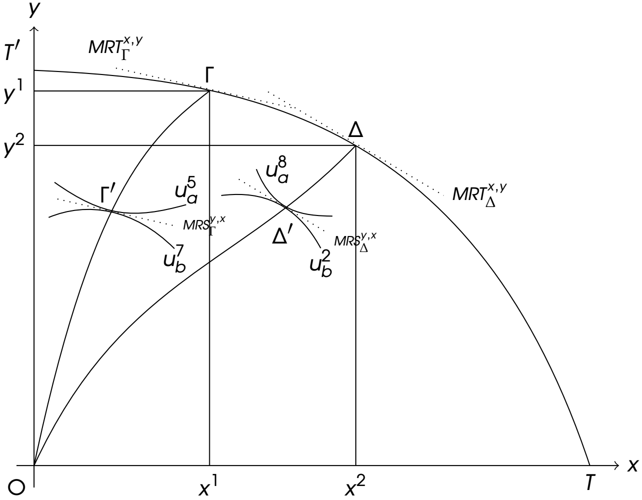
Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών



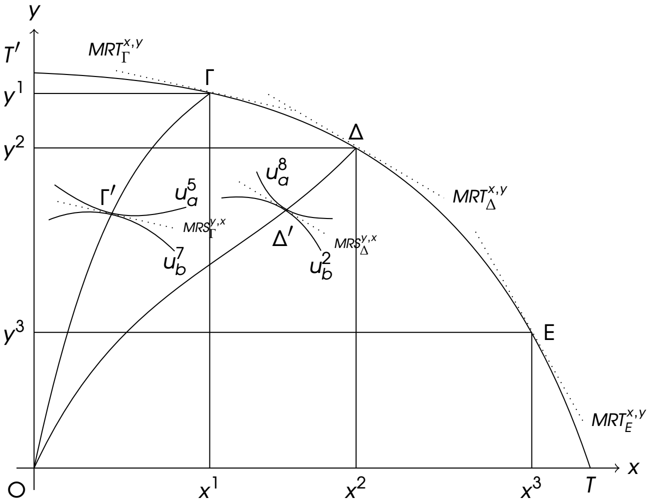
Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών



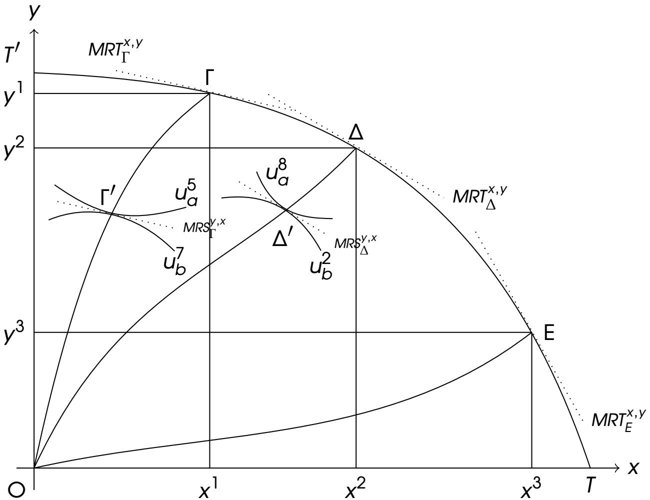
Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών



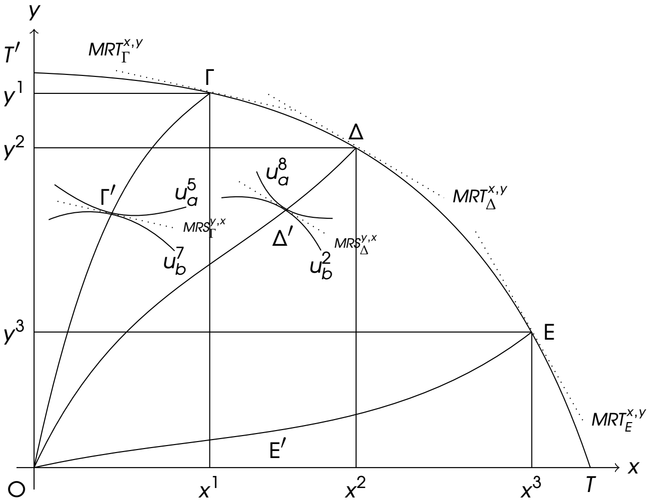
Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών



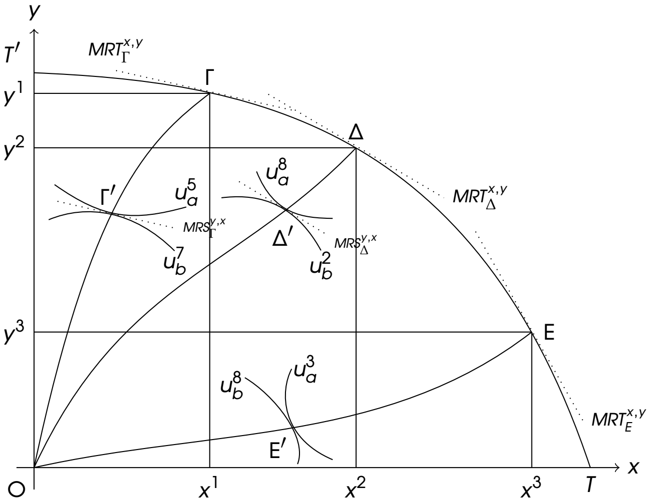
Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών



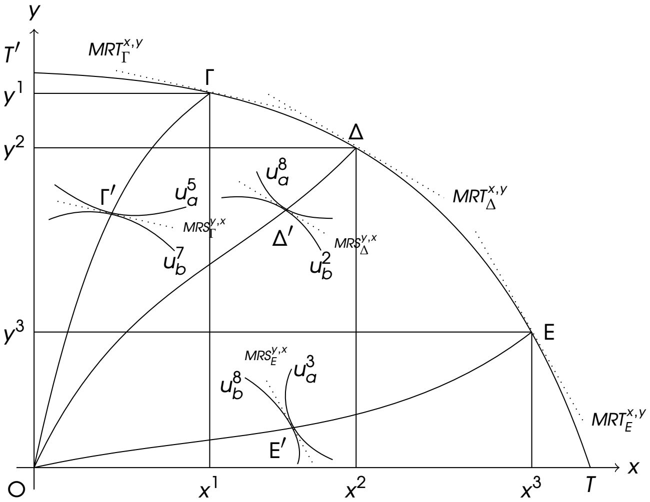
Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών



Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών

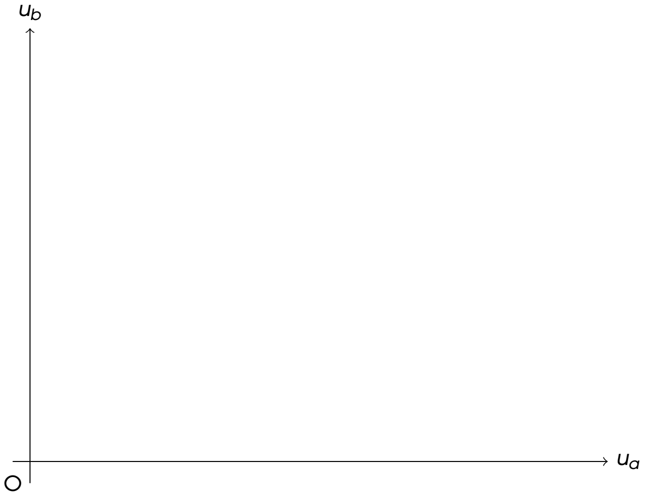


Γενική Ισορροπία στην Παραγωγή και Διανομή των Αγαθών

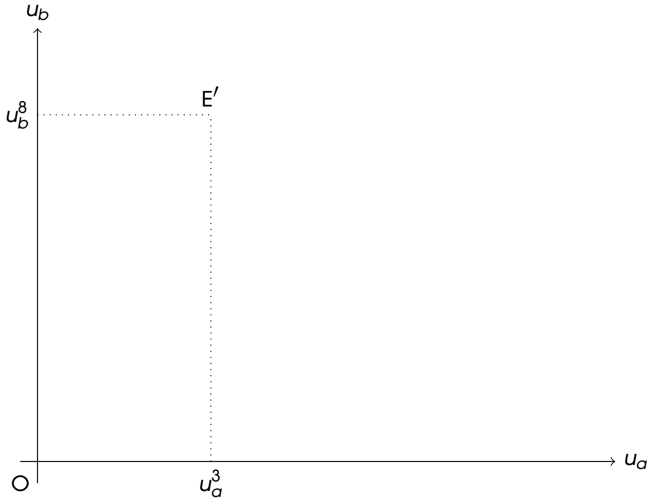


Καμπύλη Δυνατοτήτων Χρησιμότητας (Utility Possibility Frontier)

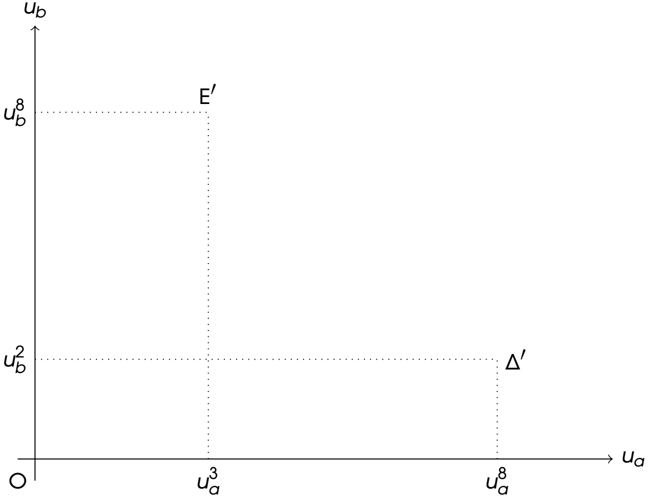
Καμπύλη Δυνατοτήτων Χρησιμότητας (Utility Possibility Frontier)



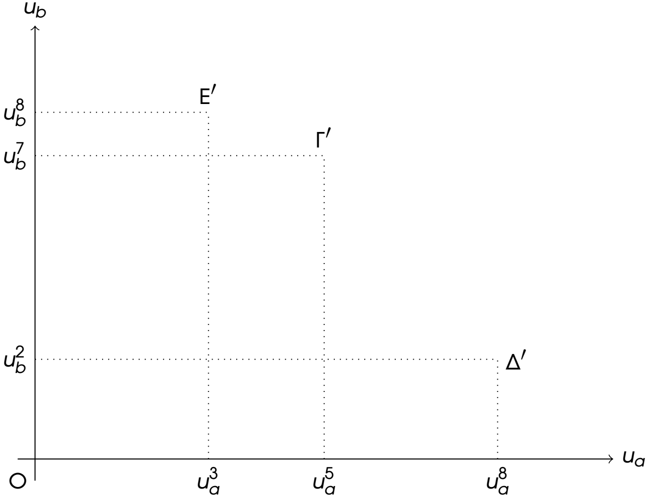
Καμπύλη Δυνατοτήτων Χρησιμότητας (Utility Possibility Frontier)



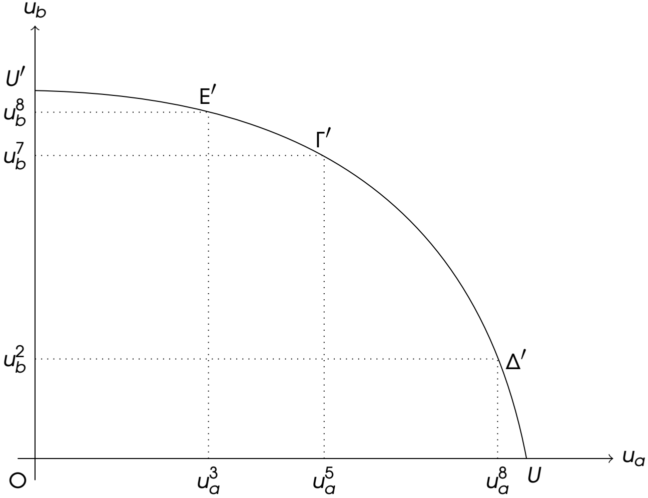
Καμπύλη Δυνατοτήτων Χρησιμότητας (Utility Possibility Frontier)



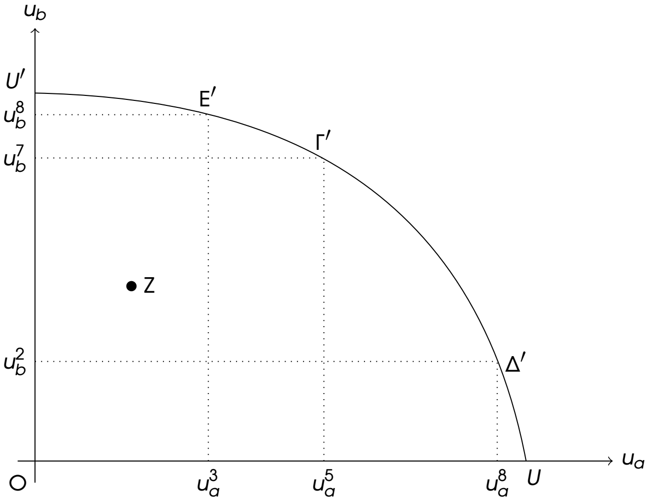
Καμπύλη Δυνατοτήτων Χρησιμότητας (Utility Possibility Frontier)



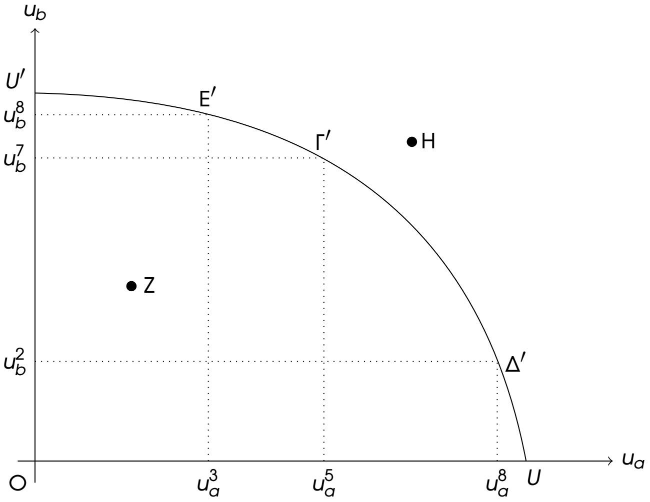
Καμπύλη Δυνατοτήτων Χρησιμότητας (Utility Possibility Frontier)



Καμπύλη Δυνατοτήτων Χρησιμότητας (Utility Possibility Frontier)



Καμπύλη Δυνατοτήτων Χρησιμότητας (Utility Possibility Frontier)



Το Παράδοξο της Ψηφοφορίας

- Επιλογή Διαμέσου Ψηφοφορίας

Το Παράδοξο της Ψηφοφορίας

- Επιλογή Διαμέσου Ψηφοφορίας

Καταναλωτής Α	Καταναλωτής Β	Καταναλωτής Γ

Το Παράδοξο της Ψηφοφορίας

- Επιλογή Διαμέσου Ψηφοφορίας

Καταναλωτής Α	Καταναλωτής Β	Καταναλωτής Γ
X	Y	Z

Το Παράδοξο της Ψηφοφορίας

- Επιλογή Διαμέσου Ψηφοφορίας

Καταναλωτής Α	Καταναλωτής Β	Καταναλωτής Γ
X	Y	Z
Y	Z	X

Το Παράδοξο της Ψηφοφορίας

- Επιλογή Διαμέσου Ψηφοφορίας

Καταναλωτής Α	Καταναλωτής Β	Καταναλωτής Γ
X	Y	Z
Y	Z	X
Z	X	Y

Το Παράδοξο της Ψηφοφορίας

- Επιλογή Διαμέσου Ψηφοφορίας

Καταναλωτής Α	Καταναλωτής Β	Καταναλωτής Γ
X	Y	Z
Y	Z	X
Z	X	Y

- Ιεράρχηση Εναλλακτικών Επιλογών

Το Παράδοξο της Ψηφοφορίας

- Επιλογή Διαμέσου Ψηφοφορίας

Καταναλωτής Α	Καταναλωτής Β	Καταναλωτής Γ
X	Y	Z
Y	Z	X
Z	X	Y

- Ιεράρχηση Εναλλακτικών Επιλογών

Ατομική Κατάταξη	Καταναλωτής Α	Καταναλωτής Β

Το Παράδοξο της Ψηφοφορίας

- Επιλογή Διαμέσου Ψηφοφορίας

Καταναλωτής Α	Καταναλωτής Β	Καταναλωτής Γ
X	Y	Z
Y	Z	X
Z	X	Y

- Ιεράρχηση Εναλλακτικών Επιλογών

Ατομική Κατάταξη	Καταναλωτής Α	Καταναλωτής Β
1η	X	Y

Το Παράδοξο της Ψηφοφορίας

- Επιλογή Διαμέσου Ψηφοφορίας

Καταναλωτής Α	Καταναλωτής Β	Καταναλωτής Γ
X	Y	Z
Y	Z	X
Z	X	Y

- Ιεράρχηση Εναλλακτικών Επιλογών

Ατομική Κατάταξη	Καταναλωτής Α	Καταναλωτής Β
1η	X	Y
2η	Y	Z

Το Παράδοξο της Ψηφοφορίας

- Επιλογή Διαμέσου Ψηφοφορίας

Καταναλωτής Α	Καταναλωτής Β	Καταναλωτής Γ
X	Y	Z
Y	Z	X
Z	X	Y

- Ιεράρχηση Εναλλακτικών Επιλογών

Ατομική Κατάταξη	Καταναλωτής Α	Καταναλωτής Β
1η	X	Y
2η	Y	Z
3η	Z	X

Συνεπής Συλλογική Ταξινόμηση

Συνεπής Συλλογική Ταξινόμηση

Ιδιότητες:

Συνεπής Συλλογική Ταξινόμηση

Ιδιότητες :

1. Πληρότητα (Completeness): $X \succ Y$ ή $X \prec Y$ ή $X \backsim Y$.

Συνεπής Συλλογική Ταξινόμηση

Ιδιότητες:

1. Πληρότητα (Completeness): $X \succ Y$ ή $X \prec Y$ ή $X \backsim Y$.
2. Μεταβατικότητα (Transitivity): εάν $X \succ Y$ και $Y \succ Z$ τότε $X \succ Z$.

Συνεπής Συλλογική Ταξινόμηση

Ιδιότητες:

1. Πληρότητα (Completeness): $X \succ Y$ ή $X \prec Y$ ή $X \backsim Y$.
2. Μεταβατικότητα (Transitivity): εάν $X \succ Y$ και $Y \succ Z$ τότε $X \succ Z$.
3. Αυτοπάθεια (Reflexivity): κάθε κοινωνική επιλογή είναι εξίσου επιθυμητή με τον εαυτό της.

Συνεπής Συλλογική Ταξινόμηση

Ιδιότητες:

1. Πληρότητα (Completeness): $X \succ Y$ ή $X \prec Y$ ή $X \backsim Y$.
2. Μεταβατικότητα (Transitivity): εάν $X \succ Y$ και $Y \succ Z$ τότε $X \succ Z$.
3. Αυτοπάθεια (Reflexivity): κάθε κοινωνική επιλογή είναι εξίσου επιθυμητή με τον εαυτό της.

Συνθήκες:

Συνεπής Συλλογική Ταξινόμηση

Ιδιότητες:

1. Πληρότητα (Completeness): $X \succ Y$ ή $X \prec Y$ ή $X \backsim Y$.
2. Μεταβατικότητα (Transitivity): εάν $X \succ Y$ και $Y \succ Z$ τότε $X \succ Z$.
3. Αυτοπάθεια (Reflexivity): κάθε κοινωνική επιλογή είναι εξίσου επιθυμητή με τον εαυτό της.

Συνθήκες:

1. Καθολικότητα (Universality)

Συνεπής Συλλογική Ταξινόμηση

Ιδιότητες:

1. Πληρότητα (Completeness): $X \succ Y$ ή $X \prec Y$ ή $X \backsim Y$.
2. Μεταβατικότητα (Transitivity): εάν $X \succ Y$ και $Y \succ Z$ τότε $X \succ Z$.
3. Αυτοπάθεια (Reflexivity): κάθε κοινωνική επιλογή είναι εξίσου επιθυμητή με τον εαυτό της.

Συνθήκες:

1. Καθολικότητα (Universality)
2. Ανταποκριτικότητα (Responsiveness)

Συνεπής Συλλογική Ταξινόμηση

Ιδιότητες:

1. Πληρότητα (Completeness): $X \succ Y$ ή $X \prec Y$ ή $X \backsim Y$.
2. Μεταβατικότητα (Transitivity): εάν $X \succ Y$ και $Y \succ Z$ τότε $X \succ Z$.
3. Αυτοπάθεια (Reflexivity): κάθε κοινωνική επιλογή είναι εξίσου επιθυμητή με τον εαυτό της.

Συνθήκες:

1. Καθολικότητα (Universality)
2. Ανταποκριτικότητα (Responsiveness)
3. Ανεξαρτησία (Independence)

Συνεπής Συλλογική Ταξινόμηση

Ιδιότητες:

1. Πληρότητα (Completeness): $X \succ Y$ ή $X \prec Y$ ή $X \backsim Y$.
2. Μεταβατικότητα (Transitivity): εάν $X \succ Y$ και $Y \succ Z$ τότε $X \succ Z$.
3. Αυτοπάθεια (Reflexivity): κάθε κοινωνική επιλογή είναι εξίσου επιθυμητή με τον εαυτό της.

Συνθήκες:

1. Καθολικότητα (Universality)
2. Ανταποκριτικότητα (Responsiveness)
3. Ανεξαρτησία (Independence)
4. Μη-Επιβολή (Non-Imposition)

Συνεπής Συλλογική Ταξινόμηση

Ιδιότητες:

1. Πληρότητα (Completeness): $X \succ Y$ ή $X \prec Y$ ή $X \backsim Y$.
2. Μεταβατικότητα (Transitivity): εάν $X \succ Y$ και $Y \succ Z$ τότε $X \succ Z$.
3. Αυτοπάθεια (Reflexivity): κάθε κοινωνική επιλογή είναι εξίσου επιθυμητή με τον εαυτό της.

Συνθήκες:

1. Καθολικότητα (Universality)
2. Ανταποκριτικότητα (Responsiveness)
3. Ανεξαρτησία (Independence)
4. Μη-Επιβολή (Non-Imposition)
5. Απουσία Δικτατορίας (Non-Dictatorship)

Συνεπής Συλλογική Ταξινόμηση

Ιδιότητες:

1. Πληρότητα (Completeness): $X \succ Y$ ή $X \prec Y$ ή $X \backsim Y$.
2. Μεταβατικότητα (Transitivity): εάν $X \succ Y$ και $Y \succ Z$ τότε $X \succ Z$.
3. Αυτοπάθεια (Reflexivity): κάθε κοινωνική επιλογή είναι εξίσου επιθυμητή με τον εαυτό της.

Συνθήκες:

1. Καθολικότητα (Universality)
2. Ανταποκριτικότητα (Responsiveness)
3. Ανεξαρτησία (Independence)
4. Μη-Επιβολή (Non-Imposition)
5. Απουσία Δικτατορίας (Non-Dictatorship)

Arrow's Impossibility Theorem: *Εάν ο μηχανισμός κοινωνικής επιλογής ικανοποιεί τις ιδιότητες της πληρότητας, μεταβατικότητας και αυτοπάθειας, τότε θα πρέπει να είναι δικτατορικός, δηλαδή, η κοινωνική κατάταξη είναι η ατομική κατάταξη ενός μέλους της κοινωνίας.*

Εισαγωγικά

Σύμφωνα με τον Samuelson η συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας θα πρέπει να περιλαμβάνει όλες εκείνες τις οικονομικές μεταβλητές οι οποίες επηρεάζουν την κοινωνική ευημερία.

Εισαγωγικά

Σύμφωνα με τον Samuelson η συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας θα πρέπει να περιλαμβάνει όλες εκείνες τις οικονομικές μεταβλητές οι οποίες επηρεάζουν την κοινωνική ευημερία. Δηλαδή,

$$W = f_w\left(z_1, z_2, \ldots, z_m\right)$$

Εισαγωγικά

Σύμφωνα με τον Samuelson η συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας θα πρέπει να περιλαμβάνει όλες εκείνες τις οικονομικές μεταβλητές οι οποίες επηρεάζουν την κοινωνική ευημερία. Δηλαδή,

$$W = f_w\left(z_1, z_2, \ldots, z_m\right)$$

Σύμφωνα με τον Bergson η συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας ορίζεται σε σχέση με τα ατομικά επίπεδα χρησιμότητας των n καταναλωτών που συνθέτουν το κοινωνικό σύνολο.

Εισαγωγικά

Σύμφωνα με τον Samuelson η συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας θα πρέπει να περιλαμβάνει όλες εκείνες τις οικονομικές μεταβλητές οι οποίες επηρεάζουν την κοινωνική ευημερία. Δηλαδή,

$$W = f_w\left(z_1, z_2, \ldots, z_m\right)$$

Σύμφωνα με τον Bergson η συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας ορίζεται σε σχέση με τα ατομικά επίπεδα χρησιμότητας των n καταναλωτών που συνθέτουν το κοινωνικό σύνολο. Δηλαδή,

$$W = f_w\left(u_1, u_2, \ldots, u_n\right)$$

Εισαγωγικά

Σύμφωνα με τον Samuelson η συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας θα πρέπει να περιλαμβάνει όλες εκείνες τις οικονομικές μεταβλητές οι οποίες επηρεάζουν την κοινωνική ευημερία. Δηλαδή,

$$W = f_w\left(z_1, z_2, \ldots, z_m\right)$$

Σύμφωνα με τον Bergson η συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας ορίζεται σε σχέση με τα ατομικά επίπεδα χρησιμότητας των n καταναλωτών που συνθέτουν το κοινωνικό σύνολο. Δηλαδή,

$$W = f_w\left(u_1, u_2, \ldots, u_n\right)$$

Η παραπάνω συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας των Bergson-Samuelson βασίζεται στο κριτήριο του Pareto

Εισαγωγικά

Σύμφωνα με τον Samuelson η συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας θα πρέπει να περιλαμβάνει όλες εκείνες τις οικονομικές μεταβλητές οι οποίες επηρεάζουν την κοινωνική ευημερία. Δηλαδή,

$$W = f_w\left(z_1, z_2, \ldots, z_m\right)$$

Σύμφωνα με τον Bergson η συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας ορίζεται σε σχέση με τα ατομικά επίπεδα χρησιμότητας των n καταναλωτών που συνθέτουν το κοινωνικό σύνολο. Δηλαδή,

$$W = f_w\left(u_1, u_2, \ldots, u_n\right)$$

Η παραπάνω συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας των Bergson-Samuelson βασίζεται στο κριτήριο του Pareto, δηλαδή, θα ισχύει:

$$\frac{\partial f_w}{\partial u_i} > 0 \quad \forall i = 1, 2, \ldots, n$$

Εισαγωγικά

Εάν οι καταναλωτές της οικονομίας αποκομίζουν χρησιμότητα από δύο μόνο αγαθά, το x και το y

Εισαγωγικά

Εάν οι καταναλωτές της οικονομίας αποκομίζουν χρησιμότητα από δύο μόνο αγαθά, το x και το y , τότε:

$$W = f_w\left(f_1\left(x, y\right), f_2\left(x, y\right), \ldots, f_n\left(x, y\right)\right)$$

Εισαγωγικά

Εάν οι καταναλωτές της οικονομίας αποκομίζουν χρησιμότητα από δύο μόνο αγαθά, το x και το y , τότε:

$$W = f_w\left(f_1\left(x, y\right), f_2\left(x, y\right), \ldots, f_n\left(x, y\right)\right)$$

Επομένως, θα ισχύει

$$\frac{\partial f_w}{\partial z} = \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial z} = 0 \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

Εισαγωγικά

Εάν οι καταναλωτές της οικονομίας αποκομίζουν χρησιμότητα από δύο μόνο αγαθά, το x και το y , τότε:

$$W = f_w\left(f_1\left(x, y\right), f_2\left(x, y\right), \ldots, f_n\left(x, y\right)\right)$$

Επομένως, θα ισχύει

$$\frac{\partial f_w}{\partial z} = \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial z} = 0 \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

Εάν όμως:

$$W = f_w\left(u_a, z\right) \quad \text{και} \quad u_a = f_a\left(x, z\right)$$

Εισαγωγικά

Εάν οι καταναλωτές της οικονομίας αποκομίζουν χρησιμότητα από δύο μόνο αγαθά, το x και το y , τότε:

$$W = f_w\left(f_1\left(x,y\right), f_2\left(x,y\right), \ldots, f_n\left(x,y\right)\right)$$

Επομένως, θα ισχύει

$$\frac{\partial f_w}{\partial z} = \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial z} = 0 \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

Εάν όμως:

$$W = f_w\left(u_a, z\right) \quad \text{και} \quad u_a = f_a\left(x, z\right)$$

Το συνολικό διαφορικό της παραπάνω συνάρτησης:

$$dW = 0$$

Εισαγωγικά

Εάν οι καταναλωτές της οικονομίας αποκομίζουν χρησιμότητα από δύο μόνο αγαθά, το x και το y , τότε:

$$W = f_w\left(f_1\left(x, y\right), f_2\left(x, y\right), \ldots, f_n\left(x, y\right)\right)$$

Επομένως, θα ισχύει

$$\frac{\partial f_w}{\partial z} = \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial z} = 0 \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

Εάν όμως:

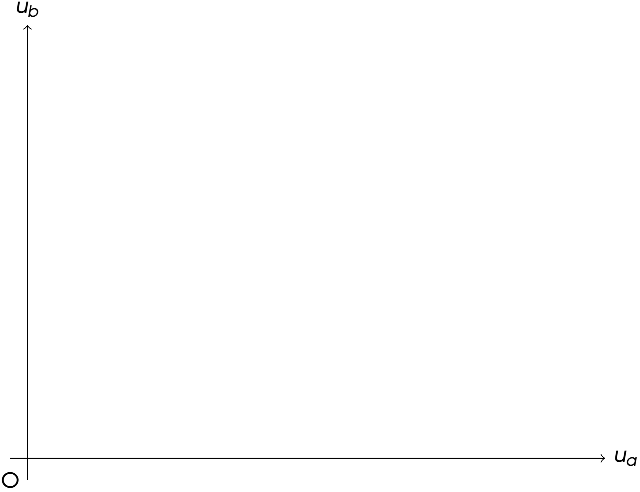
$$W = f_w\left(u_a, z\right) \quad \text{και} \quad u_a = f_a\left(x, z\right)$$

Το συνολικό διαφορικό της παραπάνω συνάρτησης:

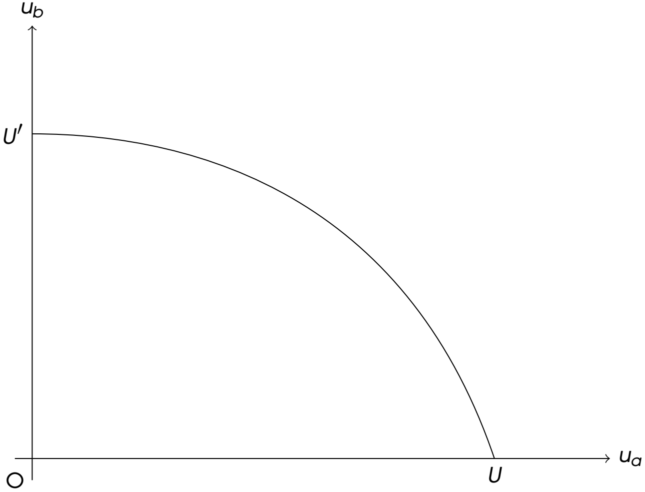
$$dW = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial z}dz + \frac{\partial f_w}{\partial u_a}du_a = \frac{\partial f_w}{\partial z}dz + \frac{\partial f_w}{\partial u_a}\left(\frac{\partial f_a}{\partial x}dx + \frac{\partial f_a}{\partial z}dz\right) = 0$$

Διαγραμματική Ανάλυση

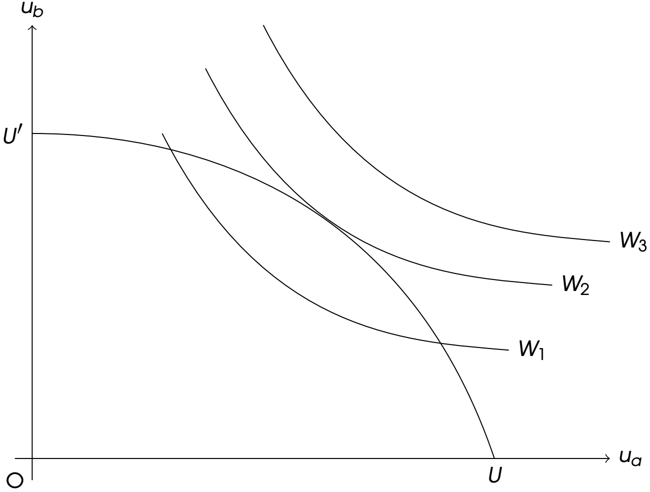
Διαγραμματική Ανάλυση



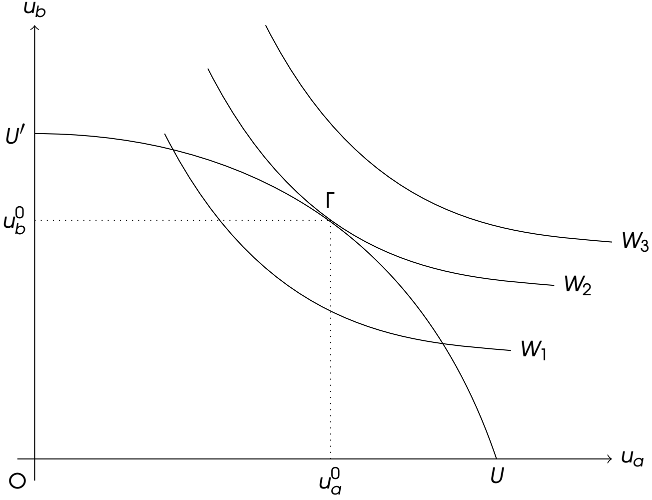
Διαγραμματική Ανάλυση



Διαγραμματική Ανάλυση



Διαγραμματική Ανάλυση



Αλγεβρική Ανάλυση

Αλγεβρική Ανάλυση

Εάν υποθέσουμε δύο καταναλωτές, το πρόβλημα συνίσταται:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W &= f_w(u_a, u_b) \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u(u_a, u_b) \end{aligned}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Εάν υποθέσουμε δύο καταναλωτές, το πρόβλημα συνίσταται:

$$\begin{aligned}\max_{u_a, u_b} W &= f_w(u_a, u_b) \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u(u_a, u_b)\end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w(u_a, u_b) + \lambda\left[\bar{U} - f_u(u_a, u_b)\right]$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Εάν υποθέσουμε δύο καταναλωτές, το πρόβλημα συνίσταται:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W &= f_w\left(u_a, u_b\right) \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w\left(u_a, u_b\right) + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

Αλγεβρική Ανάλυση

Εάν υποθέσουμε δύο καταναλωτές, το πρόβλημα συνίσταται:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W &= f_w\left(u_a, u_b\right) \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w\left(u_a, u_b\right) + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Εάν υποθέσουμε δύο καταναλωτές, το πρόβλημα συνίσταται:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W &= f_w(u_a, u_b) \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u(u_a, u_b) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w(u_a, u_b) + \lambda\left[\bar{U} - f_u(u_a, u_b)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_w}{\partial u_a} - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Εάν υποθέσουμε δύο καταναλωτές, το πρόβλημα συνίσταται:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W &= f_w\left(u_a, u_b\right) \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w\left(u_a, u_b\right) + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_w}{\partial u_a} - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial u_a} = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} \tag{1}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Εάν υποθέσουμε δύο καταναλωτές, το πρόβλημα συνίσταται:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W &= f_w(u_a, u_b) \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u(u_a, u_b) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w(u_a, u_b) + \lambda \left[\bar{U} - f_u(u_a, u_b)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 \quad &\Rightarrow \quad \frac{\partial f_w}{\partial u_a} - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial u_a} = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} \qquad (1) \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_b} = 0 \end{aligned}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Εάν υποθέσουμε δύο καταναλωτές, το πρόβλημα συνίσταται:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W &= f_w\left(u_a, u_b\right) \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w\left(u_a, u_b\right) + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 \quad &\Rightarrow \quad \frac{\partial f_w}{\partial u_a} - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial u_a} = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} \qquad (1) \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_b} = 0 \quad &\Rightarrow \quad \frac{\partial f_w}{\partial u_b} - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_b} = 0 \end{aligned}$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Εάν υποθέσουμε δύο καταναλωτές, το πρόβλημα συνίσταται:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W &= f_w\left(u_a, u_b\right) \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w\left(u_a, u_b\right) + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_w}{\partial u_a} - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial u_a} = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_w}{\partial u_b} - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_b} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial u_b} = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_b} \qquad (2)$$

Αλγεβρική Ανάλυση

Εάν υποθέσουμε δύο καταναλωτές, το πρόβλημα συνίσταται:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W &= f_w(u_a, u_b) \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u(u_a, u_b) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w(u_a, u_b) + \lambda \left[\bar{U} - f_u(u_a, u_b) \right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial f_w}{\partial u_a} - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial u_a} = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_b} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial f_w}{\partial u_b} - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_b} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial u_b} = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_b} \tag{2}$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2):

$$\frac{\partial f_w / \partial u_a}{\partial f_w / \partial u_b} = \frac{\partial f_u / \partial u_a}{\partial f_u / \partial u_b}$$

Η Ατομιστική (Utilitarian) Συνάρτηση Κοινωνικής Ευημερίας

Η Ατομιστική (Utilitarian) Συνάρτηση Κοινωνικής Ευημερίας

Στην πιο απλή της μορφή:

$$W_u = \sum_{i}^{n} u_i$$

Η Ατομιστική (Utilitarian) Συνάρτηση Κοινωνικής Ευημερίας

Στην πιο απλή της μορφή:

$$W_u = \sum_{i}^{n} u_i$$

Το συνολικό διαφορικό της παραπάνω συνάρτησης:

$$dW_u = \frac{\partial \left(u_a + u_b\right)}{\partial u_a} du_a + \frac{\partial \left(u_a + u_b\right)}{\partial u_b} du_b = 0 \Rightarrow \frac{du_a}{du_b} = -1$$

Η Ατομιστική (Utilitarian) Συνάρτηση Κοινωνικής Ευημερίας

Στην πιο απλή της μορφή:

$$W_u = \sum_{i}^{n} u_i$$

Το συνολικό διαφορικό της παραπάνω συνάρτησης:

$$dW_u = \frac{\partial \left(u_a + u_b\right)}{\partial u_a} du_a + \frac{\partial \left(u_a + u_b\right)}{\partial u_b} du_b = 0 \Rightarrow \frac{du_a}{du_b} = -1$$

Η παραπάνω συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας αντανακλά την ατομιστική (utilitarian) προσέγγιση του Bentham όπου η ατομική ευημερία και χρησιμότητα είναι μετρήσιμη.

Η Ατομιστική (Utilitarian) Συνάρτηση Κοινωνικής Ευημερίας

Στην πιο απλή της μορφή:

$$W_u = \sum_{i}^{n} u_i$$

Το συνολικό διαφορικό της παραπάνω συνάρτησης:

$$dW_u = \frac{\partial\left(u_a + u_b\right)}{\partial u_a} du_a + \frac{\partial\left(u_a + u_b\right)}{\partial u_b} du_b = 0 \Rightarrow \frac{du_a}{du_b} = -1$$

Η παραπάνω συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας αντανακλά την ατομιστική (utilitarian) προσέγγιση του Bentham όπου η ατομική ευημερία και χρησιμότητα είναι μετρήσιμη.
Μεταξύ δύο εναλλακτικών κοινωνικο-οικονομικών καταστάσεων, x και y ισχύει

$$\sum_{i}^{n} u_i^x > \sum_{i}^{n} u_i^y$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W_u &= u_a + u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W_u &= u_a + u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = u_a + u_b + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W_u &= u_a + u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u(u_a, u_b) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = u_a + u_b + \lambda\left[\bar{U} - f_u(u_a, u_b)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W_u &= u_a + u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = u_a + u_b + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W_u &= u_a + u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = u_a + u_b + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W_u &= u_a + u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = u_a + u_b + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0 \Rightarrow 1 = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} \tag{3}$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W_u &= u_a + u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = u_a + u_b + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0 \Rightarrow 1 = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} \tag{3}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_b} = 0$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W_u &= u_a + u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = u_a + u_b + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 &\Rightarrow 1 - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0 \Rightarrow 1 = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_b} = 0 &\Rightarrow 1 - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_b} = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W_u &= u_a + u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = u_a + u_b + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda\frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0 \Rightarrow 1 = \lambda\frac{\partial f_u}{\partial u_a} \tag{3}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda\frac{\partial f_u}{\partial u_b} = 0 \Rightarrow 1 = \lambda\frac{\partial f_u}{\partial u_b} \tag{4}$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\max_{u_a, u_b} W_u = u_a + u_b$$
$$s.t.\ \bar{U} = f_u(u_a, u_b)$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = u_a + u_b + \lambda \left[\bar{U} - f_u(u_a, u_b)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

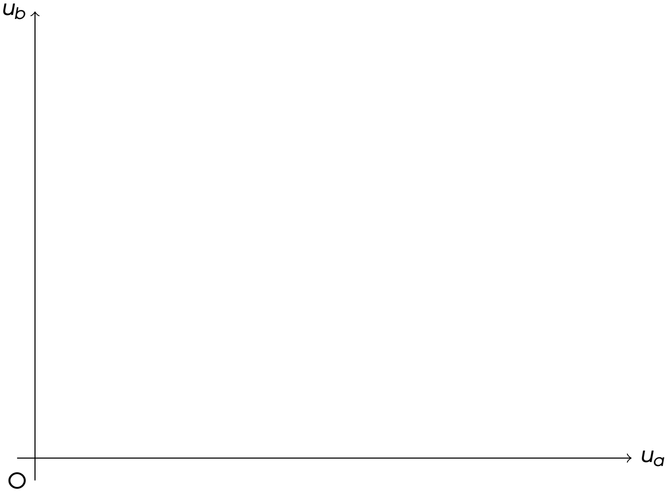
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 \Rightarrow 1 - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0 \Rightarrow 1 = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} \quad (3)$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_b} = 0 \Rightarrow 1 - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_b} = 0 \Rightarrow 1 = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_b} \quad (4)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (3) και (4):

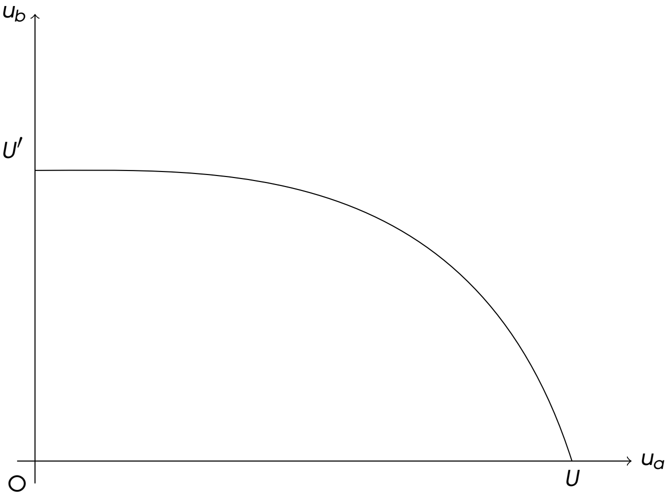
$$\frac{\partial f_u / \partial u_a}{\partial f_u / \partial u_b} = 1$$

Τελική Ισορροπία: Διαγραμματική Ανάλυση

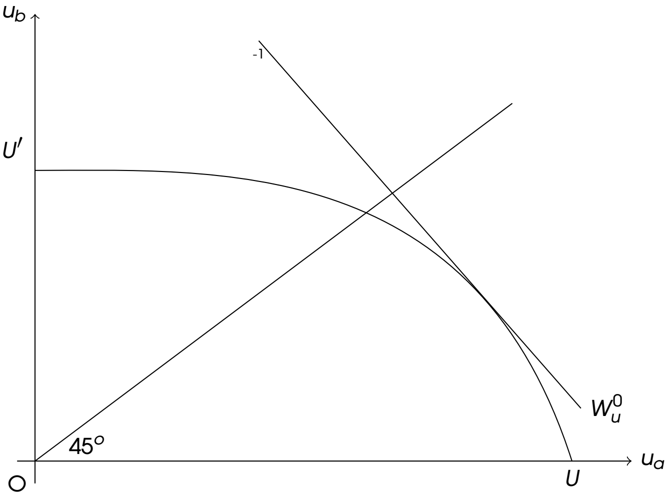
Τελική Ισορροπία: Διαγραμματική Ανάλυση



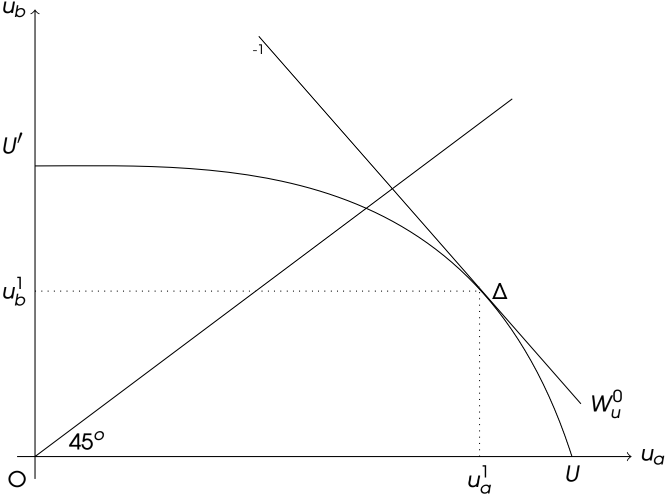
Τελική Ισορροπία: Διαγραμματική Ανάλυση



Τελική Ισορροπία: Διαγραμματική Ανάλυση



Τελική Ισορροπία: Διαγραμματική Ανάλυση



Η Σταθμισμένη (Egalitarian) Συνάρτηση Κοινωνικής Ευημερίας

Η Σταθμισμένη (Egalitarian) Συνάρτηση Κοινωνικής Ευημερίας

Στην γενική της μορφή:

$$W_e = \sum_{i}^{n} \xi_i u_i$$

όπου ξ_i είναι οι συντελεστές στάθμισης των ατομικών επιπέδων χρησιμότητας.

Η Σταθμισμένη (Egalitarian) Συνάρτηση Κοινωνικής Ευημερίας

Στην γενική της μορφή:

$$W_e = \sum_i^n \xi_i u_i$$

όπου ξ_i είναι οι συντελεστές στάθμισης των ατομικών επιπέδων χρησιμότητας.
Το συνολικό διαφορικό της παραπάνω συνάρτησης:

$dW_e = 0$

Η Σταθμισμένη (Egalitarian) Συνάρτηση Κοινωνικής Ευημερίας

Στην γενική της μορφή:

$$W_e = \sum_{i}^{n} \xi_i u_i$$

όπου ξ_i είναι οι συντελεστές στάθμισης των ατομικών επιπέδων χρησιμότητας.

Το συνολικό διαφορικό της παραπάνω συνάρτησης:

$$dW_e = 0 \Rightarrow \frac{\partial\left(\xi_a u_a + \xi_b u_b\right)}{\partial u_a} du_a + \frac{\partial\left(\xi_a u_a + \xi_b u_b\right)}{\partial u_b} du_b = 0$$

Η Σταθμισμένη (Egalitarian) Συνάρτηση Κοινωνικής Ευημερίας

Στην γενική της μορφή:

$$W_e = \sum_{i}^{n} \xi_i u_i$$

όπου ξ_i είναι οι συντελεστές στάθμισης των ατομικών επιπέδων χρησιμότητας.
Το συνολικό διαφορικό της παραπάνω συνάρτησης:

$$dW_e = 0 \Rightarrow \frac{\partial \left(\xi_a u_a + \xi_b u_b\right)}{\partial u_a} du_a + \frac{\partial \left(\xi_a u_a + \xi_b u_b\right)}{\partial u_b} du_b = 0 \Rightarrow \frac{du_a}{du_b} = -\frac{\xi_b}{\xi_a}$$

Η Σταθμισμένη (Egalitarian) Συνάρτηση Κοινωνικής Ευημερίας

Στην γενική της μορφή:

$$W_e = \sum_{i}^{n} \xi_i u_i$$

όπου ξ_i είναι οι συντελεστές στάθμισης των ατομικών επιπέδων χρησιμότητας.
Το συνολικό διαφορικό της παραπάνω συνάρτησης:

$$dW_e = 0 \Rightarrow \frac{\partial\left(\xi_a u_a + \xi_b u_b\right)}{\partial u_a} du_a + \frac{\partial\left(\xi_a u_a + \xi_b u_b\right)}{\partial u_b} du_b = 0 \Rightarrow \frac{du_a}{du_b} = -\frac{\xi_b}{\xi_a}$$

Επομένως, η σύγκριση μεταξύ των εναλλακτικών καταστάσεων x και y εξαρτάται τόσο από τα ατομικά επίπεδα χρησιμότητας όσο και από τους συντελεστές στάθμισης που το κοινωνικό σύνολο προσδίδει σε αυτά:

$$\sum_{i}^{n} \xi_i u_i^x > \sum_{i}^{n} \xi_i u_i^y$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W_e &= \xi_a u_a + \xi_b u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned}\max_{u_a,u_b} W_e &= \xi_a u_a + \xi_b u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right)\end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = \xi_a u_a + \xi_a u_b + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W_e &= \xi_a u_a + \xi_b u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = \xi_a u_a + \xi_a u_b + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W_e &= \xi_a u_a + \xi_b u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = \xi_a u_a + \xi_a u_b + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W_e &= \xi_a u_a + \xi_b u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u(u_a, u_b) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = \xi_a u_a + \xi_a u_b + \lambda \left[\bar{U} - f_u(u_a, u_b) \right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 \;\; \Rightarrow \;\; \xi_a - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned}\max_{u_a,u_b} W_e &= \xi_a u_a + \xi_b u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right)\end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = \xi_a u_a + \xi_a u_b + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \xi_a - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0 \Rightarrow \xi_a = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} \tag{5}$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W_e &= \xi_a u_a + \xi_b u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = \xi_a u_a + \xi_a u_b + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \xi_a - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0 \Rightarrow \xi_a = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} \qquad (5)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_b} = 0$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W_e &= \xi_a u_a + \xi_b u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = \xi_a u_a + \xi_a u_b + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 &\Rightarrow \xi_a - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0 \Rightarrow \xi_a = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_b} = 0 &\Rightarrow \xi_b - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_b} = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a, u_b} W_e &= \xi_a u_a + \xi_b u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = \xi_a u_a + \xi_a u_b + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 \;\Rightarrow\; \xi_a - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0 \Rightarrow \xi_a = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_a} \tag{5}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_b} = 0 \;\Rightarrow\; \xi_b - \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_b} = 0 \Rightarrow \xi_b = \lambda \frac{\partial f_u}{\partial u_b} \tag{6}$$

Τελική Ισορροπία: Αλγεβρική Ανάλυση

Υποθέτοντας δύο καταναλωτές:

$$\begin{aligned} \max_{u_a,u_b} W_e &= \xi_a u_a + \xi_b u_b \\ s.t.\ \bar{U} &= f_u\left(u_a, u_b\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση:

$$\mathscr{L} = \xi_a u_a + \xi_a u_b + \lambda\left[\bar{U} - f_u\left(u_a, u_b\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο:

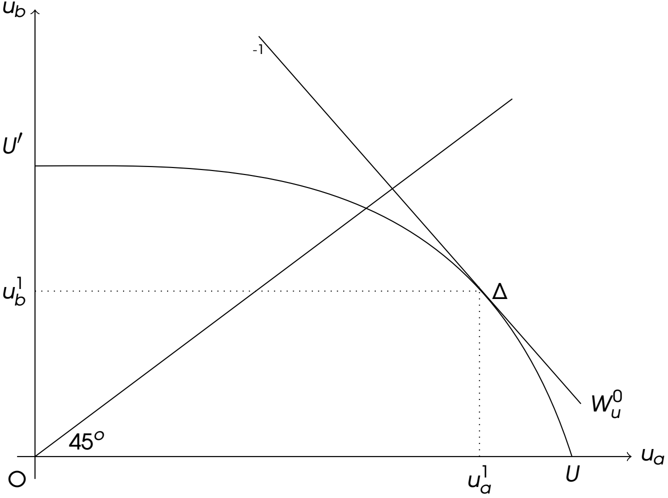
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \xi_a - \lambda\frac{\partial f_u}{\partial u_a} = 0 \Rightarrow \xi_a = \lambda\frac{\partial f_u}{\partial u_a} \tag{5}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial u_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad \xi_b - \lambda\frac{\partial f_u}{\partial u_b} = 0 \Rightarrow \xi_b = \lambda\frac{\partial f_u}{\partial u_b} \tag{6}$$

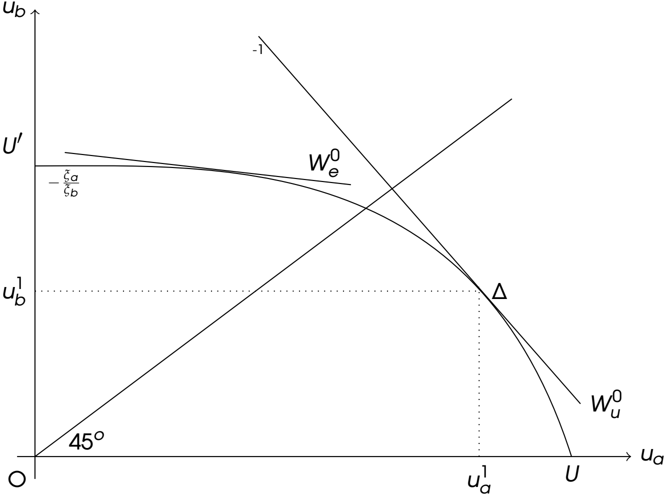
Διαιρώντας κατά μέλη τις (5) και (6) παίρνουμε:

$$\frac{\partial f_u / \partial u_a}{\partial f_u / \partial u_b} = \frac{\xi_a}{\xi_b}$$

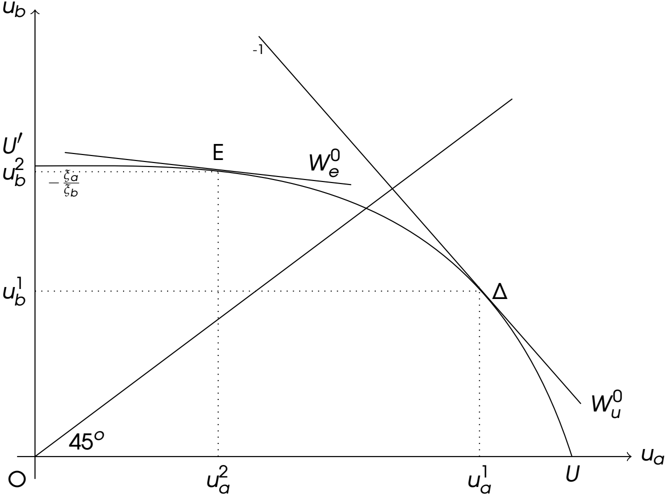
Τελική Ισορροπία: Διαγραμματική Ανάλυση



Τελική Ισορροπία: Διαγραμματική Ανάλυση



Τελική Ισορροπία: Διαγραμματική Ανάλυση



Η Συνάρτηση Κοινωνικής Ευημερίας του Rawls

Η Συνάρτηση Κοινωνικής Ευημερίας του Rawls

Στην περίπτωση αυτή η συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας θα έχει την μορφή:

$$W_r = \min\left\{u_1, u_2, \ldots, u_n\right\} \tag{7}$$

Η Συνάρτηση Κοινωνικής Ευημερίας του Rawls

Στην περίπτωση αυτή η συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας θα έχει την μορφή:

$$W_r = \min \left\{ u_1, u_2, \ldots, u_n \right\} \tag{7}$$

Σύμφωνα με την παραπάνω συνάρτηση θα ισχύει:

$$\min \left\{ u_1^x, u_2^x, \ldots, u_n^x \right\} > \min \left\{ u_1^y, u_2^y, \ldots, u_n^y \right\}$$

Η Συνάρτηση Κοινωνικής Ευημερίας του Rawls

Στην περίπτωση αυτή η συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας θα έχει την μορφή:

$$W_r = \min\left\{u_1, u_2, \ldots, u_n\right\} \tag{7}$$

Σύμφωνα με την παραπάνω συνάρτηση θα ισχύει:

$$\min\left\{u_1^x, u_2^x, \ldots, u_n^x\right\} > \min\left\{u_1^y, u_2^y, \ldots, u_n^y\right\}$$

Οι καμπύλες κοινωνικής αδιαφορίας που προκύπτουν από την συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας του Rawls έχουν μορφή ορθής γωνίας και βρίσκονται κατά μήκος της διαγωνίου που ξεκινάει από την αρχή των αξόνων.

Η Συνάρτηση Κοινωνικής Ευημερίας του Rawls

Στην περίπτωση αυτή η συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας θα έχει την μορφή:

$$W_r = \min\left\{u_1, u_2, \ldots, u_n\right\} \tag{7}$$

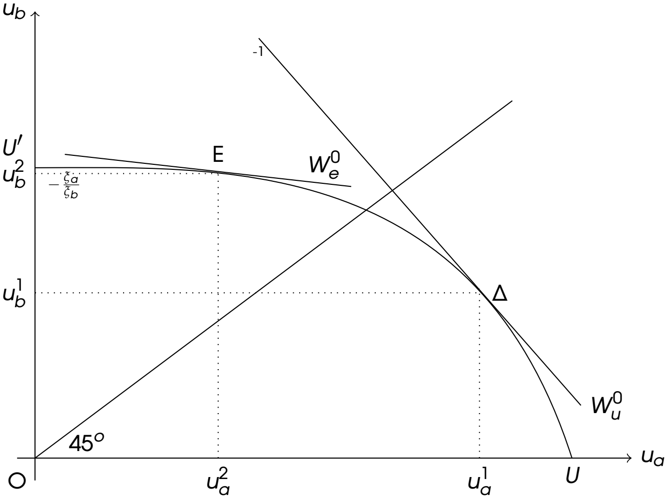
Σύμφωνα με την παραπάνω συνάρτηση θα ισχύει:

$$\min\left\{u_1^x, u_2^x, \ldots, u_n^x\right\} > \min\left\{u_1^y, u_2^y, \ldots, u_n^y\right\}$$

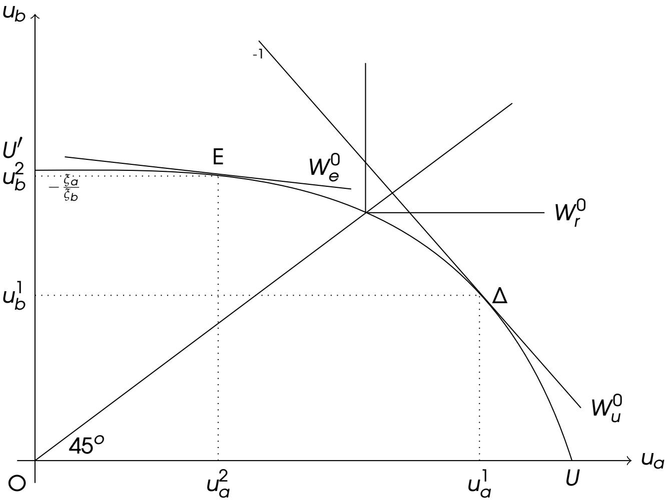
Οι καμπύλες κοινωνικής αδιαφορίας που προκύπτουν από την συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας του Rawls έχουν μορφή ορθής γωνίας και βρίσκονται κατά μήκος της διαγωνίου που ξεκινάει από την αρχή των αξόνων.
Είναι εμφανές όμως ότι η (7) ικανοποιείται μόνο εάν τα ατομικά επίπεδα χρησιμότητας είναι ίσα:

$$u_1 = u_2 = \cdots = u_n$$

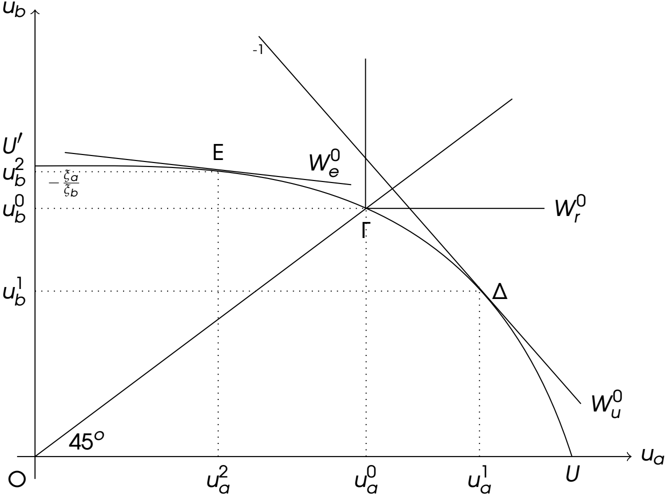
Τελική Ισορροπία: Διαγραμματική Ανάλυση



Τελική Ισορροπία: Διαγραμματική Ανάλυση



Τελική Ισορροπία: Διαγραμματική Ανάλυση



Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των δύο παιδιών:

$$u_1 = 2\sqrt{x_1} \quad \text{και} \quad u_2 = \sqrt{x_2}$$

όπου $x_1 + x_2 = 8$.

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των δύο παιδιών:

$$u_1 = 2\sqrt{x_1} \quad \text{και} \quad u_2 = \sqrt{x_2}$$

όπου $x_1 + x_2 = 8$.

- 1η Επιλογή: Ίση διανομή γής, $x_1 = x_2 = 4$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των δύο παιδιών:

$$u_1 = 2\sqrt{x_1} \quad \text{και} \quad u_2 = \sqrt{x_2}$$

όπου $x_1 + x_2 = 8$.

- 1η Επιλογή: Ίση διανομή γής, $x_1 = x_2 = 4$

$$\begin{aligned} u_1 &= 2\sqrt{4} = 4 \\ u_2 &= \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των δύο παιδιών:

$$u_1 = 2\sqrt{x_1} \quad \text{και} \quad u_2 = \sqrt{x_2}$$

όπου $x_1 + x_2 = 8$.

- 1η Επιλογή: Ίση διανομή γής, $x_1 = x_2 = 4$

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= 2\sqrt{4} = 4 \\ u_2 &= \sqrt{4} = 2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow u_1 + u_2 = 6 \qquad (\textit{ίση κατανομή})$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των δύο παιδιών:

$$u_1 = 2\sqrt{x_1} \quad \text{και} \quad u_2 = \sqrt{x_2}$$

όπου $x_1 + x_2 = 8$.

- 1η Επιλογή: Ίση διανομή γής, $x_1 = x_2 = 4$

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= 2\sqrt{4} = 4 \\ u_2 &= \sqrt{4} = 2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow u_1 + u_2 = 6 \qquad (\textit{ίση κατανομή})$$

- 2η Επιλογή: Ίση κατανομή χρησιμότητας, $u_1 = u_2$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των δύο παιδιών:

$$u_1 = 2\sqrt{x_1} \quad \text{και} \quad u_2 = \sqrt{x_2}$$

όπου $x_1 + x_2 = 8$.

- 1η Επιλογή: Ίση διανομή γής, $x_1 = x_2 = 4$

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= 2\sqrt{4} = 4 \\ u_2 &= \sqrt{4} = 2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow u_1 + u_2 = 6 \qquad (\textit{ίση κατανομή})$$

- 2η Επιλογή: Ίση κατανομή χρησιμότητας, $u_1 = u_2$

$$u_1 = u_2 \Rightarrow 2\sqrt{x_1} = \sqrt{x_2} \Rightarrow x_2 = 4x_1$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των δύο παιδιών:

$$u_1 = 2\sqrt{x_1} \quad \text{και} \quad u_2 = \sqrt{x_2}$$

όπου $x_1 + x_2 = 8$.

- 1η Επιλογή: Ίση διανομή γής, $x_1 = x_2 = 4$

$$\left.\begin{array}{rcl} u_1 & = & 2\sqrt{4} = 4 \\ u_2 & = & \sqrt{4} = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow u_1 + u_2 = 6 \qquad \textit{(ίση κατανομή)}$$

- 2η Επιλογή: Ίση κατανομή χρησιμότητας, $u_1 = u_2$

$$u_1 = u_2 \Rightarrow 2\sqrt{x_1} = \sqrt{x_2} \Rightarrow x_2 = 4x_1$$

$$x_1 + x_2 = 8$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των δύο παιδιών:

$$u_1 = 2\sqrt{x_1} \quad \text{και} \quad u_2 = \sqrt{x_2}$$

όπου $x_1 + x_2 = 8$.

- 1η Επιλογή: Ίση διανομή γής, $x_1 = x_2 = 4$

$$\left.\begin{array}{rcl} u_1 & = & 2\sqrt{4} = 4 \\ u_2 & = & \sqrt{4} = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow u_1 + u_2 = 6 \qquad (\textit{ίση κατανομή})$$

- 2η Επιλογή: Ίση κατανομή χρησιμότητας, $u_1 = u_2$

$$u_1 = u_2 \Rightarrow 2\sqrt{x_1} = \sqrt{x_2} \Rightarrow x_2 = 4x_1$$

$$x_1 + x_2 = 8 \Rightarrow x_1 + 4x_1 = 8$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των δύο παιδιών:

$$u_1 = 2\sqrt{x_1} \quad \text{και} \quad u_2 = \sqrt{x_2}$$

όπου $x_1 + x_2 = 8$.

- 1η Επιλογή: Ίση διανομή γής, $x_1 = x_2 = 4$

$$\left.\begin{array}{lcl} u_1 & = & 2\sqrt{4} = 4 \\ u_2 & = & \sqrt{4} = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow u_1 + u_2 = 6 \qquad (\textit{ίση κατανομή})$$

- 2η Επιλογή: Ίση κατανομή χρησιμότητας, $u_1 = u_2$

$$u_1 = u_2 \Rightarrow 2\sqrt{x_1} = \sqrt{x_2} \Rightarrow x_2 = 4x_1$$

$$x_1 + x_2 = 8 \Rightarrow x_1 + 4x_1 = 8 \Rightarrow x_1 = 1,6$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των δύο παιδιών:

$$u_1 = 2\sqrt{x_1} \quad \text{και} \quad u_2 = \sqrt{x_2}$$

όπου $x_1 + x_2 = 8$.

- 1η Επιλογή: Ίση διανομή γής, $x_1 = x_2 = 4$

$$\left.\begin{array}{rcl} u_1 & = & 2\sqrt{4} = 4 \\ u_2 & = & \sqrt{4} = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow u_1 + u_2 = 6 \qquad (\textit{ίση κατανομή})$$

- 2η Επιλογή: Ίση κατανομή χρησιμότητας, $u_1 = u_2$

$$u_1 = u_2 \Rightarrow 2\sqrt{x_1} = \sqrt{x_2} \Rightarrow x_2 = 4x_1$$
$$x_1 + x_2 = 8 \Rightarrow x_1 + 4x_1 = 8 \Rightarrow x_1 = 1,6 \quad \text{και} \quad x_2 = 6,4$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των δύο παιδιών:

$$u_1 = 2\sqrt{x_1} \quad \text{και} \quad u_2 = \sqrt{x_2}$$

όπου $x_1 + x_2 = 8$.

- 1η Επιλογή: Ίση διανομή γής, $x_1 = x_2 = 4$

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= 2\sqrt{4} = 4 \\ u_2 &= \sqrt{4} = 2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow u_1 + u_2 = 6 \qquad (\textit{ίση κατανομή})$$

- 2η Επιλογή: Ίση κατανομή χρησιμότητας, $u_1 = u_2$

$$u_1 = u_2 \Rightarrow 2\sqrt{x_1} = \sqrt{x_2} \Rightarrow x_2 = 4x_1$$
$$x_1 + x_2 = 8 \Rightarrow x_1 + 4x_1 = 8 \Rightarrow x_1 = 1,6 \quad \text{και} \quad x_2 = 6,4$$

$$\begin{aligned} u_1 &= 2\sqrt{1,6} = 2,53 \\ u_2 &= \sqrt{6,4} = 2,53 \end{aligned}$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των δύο παιδιών:

$$u_1 = 2\sqrt{x_1} \quad \text{και} \quad u_2 = \sqrt{x_2}$$

όπου $x_1 + x_2 = 8$.

- 1η Επιλογή: Ίση διανομή γής, $x_1 = x_2 = 4$

$$\left.\begin{array}{lcl} u_1 & = & 2\sqrt{4} = 4 \\ u_2 & = & \sqrt{4} = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow u_1 + u_2 = 6 \qquad (\textit{ίση κατανομή})$$

- 2η Επιλογή: Ίση κατανομή χρησιμότητας, $u_1 = u_2$

$$u_1 = u_2 \Rightarrow 2\sqrt{x_1} = \sqrt{x_2} \Rightarrow x_2 = 4x_1$$

$$x_1 + x_2 = 8 \Rightarrow x_1 + 4x_1 = 8 \Rightarrow x_1 = 1,6 \quad \text{και} \quad x_2 = 6,4$$

$$\left.\begin{array}{lcl} u_1 & = & 2\sqrt{1,6} = 2,53 \\ u_2 & = & \sqrt{6,4} = 2,53 \end{array}\right\} \Rightarrow u_1 + u_2 = 5,06 \qquad (\textit{ίση χρησιμότητα})$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

- 3η Επιλογή: μέγιστη χρησιμότητα

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

- 3η Επιλογή: μέγιστη χρησιμότητα

$$\begin{aligned} \max_{x_1,x_2} u &= (u_1 + u_2) \\ s.t.\ 8 &= x_1 + x_2 \end{aligned}$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

- 3η Επιλογή: μέγιστη χρησιμότητα

$$\begin{aligned} \max_{x_1,x_2} u &= (u_1 + u_2) \\ s.t.\ 8 &= x_1 + x_2 \end{aligned}$$

$$\mathscr{L} = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \lambda[8 - x_1 - x_2]$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

- 3η Επιλογή: μέγιστη χρησιμότητα

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} u &= (u_1 + u_2) \\ s.t.\ 8 &= x_1 + x_2 \end{aligned}$$

$$\mathscr{L} = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \lambda[8 - x_1 - x_2]$$

$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = 0$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

- 3η Επιλογή: μέγιστη χρησιμότητα

$$\begin{aligned}\max_{x_1,x_2} u &= (u_1 + u_2)\\ s.t.\ 8 &= x_1 + x_2\end{aligned}$$

$$\mathscr{L} = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \lambda[8 - x_1 - x_2]$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{x_1}} - \lambda = 0$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

- 3η Επιλογή: μέγιστη χρησιμότητα

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} u &= (u_1 + u_2) \\ s.t.\ 8 &= x_1 + x_2 \end{aligned}$$

$$\mathscr{L} = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \lambda[8 - x_1 - x_2]$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x_1}} - \lambda = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{\lambda^2}$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

- 3η Επιλογή: μέγιστη χρησιμότητα

$$\begin{aligned} \max_{x_1,x_2} u &= (u_1 + u_2) \\ s.t.\ 8 &= x_1 + x_2 \end{aligned}$$

$$\mathscr{L} = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \lambda[8 - x_1 - x_2]$$

$$\begin{aligned} &\tfrac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \tfrac{1}{\sqrt{x_1}} - \lambda = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \tfrac{1}{\lambda^2} \\ &\tfrac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_2} = 0 \end{aligned}$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

- 3η Επιλογή: μέγιστη χρησιμότητα

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} u &= (u_1 + u_2) \\ s.t.\ 8 &= x_1 + x_2 \end{aligned}$$

$$\mathscr{L} = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \lambda[8 - x_1 - x_2]$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{x_1}} - \lambda = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{1}{\lambda^2} \\ &\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2\sqrt{x_2}} - \lambda = 0 \end{aligned}$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

- 3η Επιλογή: μέγιστη χρησιμότητα

$$\begin{aligned} \max_{x_1,x_2} u &= (u_1 + u_2) \\ s.t.\ 8 &= x_1 + x_2 \end{aligned}$$

$$\mathscr{L} = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \lambda[8 - x_1 - x_2]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = 0 \quad &\Rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{x_1}} - \lambda = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{1}{\lambda^2} \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_2} = 0 \quad &\Rightarrow \quad \frac{1}{2\sqrt{x_2}} - \lambda = 0 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{1}{4\lambda^2} \end{aligned}$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

- 3η Επιλογή: μέγιστη χρησιμότητα

$$\begin{aligned} \max_{x_1,x_2} u &= (u_1 + u_2) \\ s.t.\ 8 &= x_1 + x_2 \end{aligned}$$

$$\mathscr{L} = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \lambda[8 - x_1 - x_2]$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{1}{\sqrt{x_1}} - \lambda = 0 \;\Rightarrow\; x_1 = \frac{1}{\lambda^2} \\ &\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_2} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{1}{2\sqrt{x_2}} - \lambda = 0 \;\Rightarrow\; x_2 = \frac{1}{4\lambda^2} \\ &\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = 0 \end{aligned}$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

- 3η Επιλογή: μέγιστη χρησιμότητα

$$
\begin{aligned}
\max_{x_1, x_2} u &= (u_1 + u_2) \\
s.t.\ 8 &= x_1 + x_2
\end{aligned}
$$

$$
\mathscr{L} = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \lambda[8 - x_1 - x_2]
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = 0 \quad &\Rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{x_1}} - \lambda = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{1}{\lambda^2} \\
\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_2} = 0 \quad &\Rightarrow \quad \frac{1}{2\sqrt{x_2}} - \lambda = 0 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{1}{4\lambda^2} \\
\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = 0 \quad &\Rightarrow \quad 8 - x_1 - x_2 = 0
\end{aligned}
$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

- 3η Επιλογή: μέγιστη χρησιμότητα

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} u &= (u_1 + u_2) \\ s.t.\ 8 &= x_1 + x_2 \end{aligned}$$

$$\mathscr{L} = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \lambda[8 - x_1 - x_2]$$

$$\left.\begin{array}{lll} \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow & \frac{1}{\sqrt{x_1}} - \lambda = 0 & \Rightarrow x_1 = \frac{1}{\lambda^2} \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_2} = 0 \Rightarrow & \frac{1}{2\sqrt{x_2}} - \lambda = 0 & \Rightarrow x_2 = \frac{1}{4\lambda^2} \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow & 8 - x_1 - x_2 = 0 & \end{array}\right\} \Rightarrow x_1 = 6,4 \text{ και } x_2 = 1,6$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

- 3η Επιλογή: μέγιστη χρησιμότητα

$$\begin{aligned}\max_{x_1,x_2} u &= (u_1 + u_2)\\ s.t.\ 8 &= x_1 + x_2\end{aligned}$$

$$\mathscr{L} = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \lambda[8 - x_1 - x_2]$$

$$\left.\begin{array}{lllll} \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = 0 & \Rightarrow & \frac{1}{\sqrt{x_1}} - \lambda = 0 & \Rightarrow & x_1 = \frac{1}{\lambda^2}\\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_2} = 0 & \Rightarrow & \frac{1}{2\sqrt{x_2}} - \lambda = 0 & \Rightarrow & x_2 = \frac{1}{4\lambda^2}\\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = 0 & \Rightarrow & 8 - x_1 - x_2 = 0 & & \end{array}\right\} \Rightarrow x_1 = 6,4 \text{ και } x_2 = 1,6$$

$$\begin{aligned}u_1 &= 2\sqrt{6,4} = 5,06\\ u_2 &= \sqrt{1,6} = 1,26\end{aligned}$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

- 3η Επιλογή: μέγιστη χρησιμότητα

$$\begin{aligned} \max_{x_1,x_2} u &= (u_1 + u_2) \\ s.t.\ 8 &= x_1 + x_2 \end{aligned}$$

$$\mathscr{L} = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \lambda[8 - x_1 - x_2]$$

$$\left.\begin{array}{lll} \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = 0 & \Rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{x_1}} - \lambda = 0 & \Rightarrow \quad x_1 = \frac{1}{\lambda^2} \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_2} = 0 & \Rightarrow \quad \frac{1}{2\sqrt{x_2}} - \lambda = 0 & \Rightarrow \quad x_2 = \frac{1}{4\lambda^2} \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = 0 & \Rightarrow \quad 8 - x_1 - x_2 = 0 & \end{array}\right\} \Rightarrow x_1 = 6,4 \ \text{και} \ x_2 = 1,6$$

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= 2\sqrt{6,4} = 5,06 \\ u_2 &= \sqrt{1,6} = 1,26 \end{aligned}\right\} \Rightarrow u_1 + u_2 = 6,32 \qquad (\textit{μέγιστη χρησιμότητα})$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Πλήρης Πληροφόρηση

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Πλήρης Πληροφόρηση

1. Αδυναμία συμφωνίας

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Πλήρης Πληροφόρηση

1. Αδυναμία συμφωνίας
   - το πρώτο παιδί θέλει τη μέγιστη χρησιμότητα, $u_1 = 5,06$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Πλήρης Πληροφόρηση

1. Αδυναμία συμφωνίας
    - το πρώτο παιδί θέλει τη μέγιστη χρησιμότητα, $u_1 = 5,06$
    - το δεύτερο παιδί την ίση χρησιμότητα, $u_2 = 2,53$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Πλήρης Πληροφόρηση

1. Αδυναμία συμφωνίας
   - το πρώτο παιδί θέλει τη μέγιστη χρησιμότητα, $u_1 = 5,06$
   - το δεύτερο παιδί την ίση χρησιμότητα, $u_2 = 2,53$
2. Απόφαση με την ρίψη ενός νομίσματος

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Πλήρης Πληροφόρηση

1. Αδυναμία συμφωνίας
   - το πρώτο παιδί θέλει τη μέγιστη χρησιμότητα, $u_1 = 5,06$
   - το δεύτερο παιδί την ίση χρησιμότητα, $u_2 = 2,53$
2. Απόφαση με την ρίψη ενός νομίσματος

$$E\left(u_1\right) = p(a)u_1(a) + p(b)u_1(b) = \frac{1}{2}2,53 + \frac{1}{2}5,06 = 3,80$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Πλήρης Πληροφόρηση

1. Αδυναμία συμφωνίας
   - το πρώτο παιδί θέλει τη μέγιστη χρησιμότητα, $u_1 = 5,06$
   - το δεύτερο παιδί την ίση χρησιμότητα, $u_2 = 2,53$
2. Απόφαση με την ρίψη ενός νομίσματος

$$E(u_1) = p(a)u_1(a) + p(b)u_1(b) = \frac{1}{2}2,53 + \frac{1}{2}5,06 = 3,80$$

$$E(u_2) = p(a)u_2(a) + p(b)u_2(b) = \frac{1}{2}2,53 + \frac{1}{2}1,26 = 1,90$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Πλήρης Πληροφόρηση

1. Αδυναμία συμφωνίας
   - το πρώτο παιδί θέλει τη μέγιστη χρησιμότητα, $u_1 = 5,06$
   - το δεύτερο παιδί την ίση χρησιμότητα, $u_2 = 2,53$
2. Απόφαση με την ρίψη ενός νομίσματος

$$E\left(u_1\right) = p(a)u_1(a) + p(b)u_1(b) = \frac{1}{2}2,53 + \frac{1}{2}5,06 = 3,80$$

$$E\left(u_2\right) = p(a)u_2(a) + p(b)u_2(b) = \frac{1}{2}2,53 + \frac{1}{2}1,26 = 1,90$$

Είναι εμφανές λοιπόν ότι το κάθε παιδί έχει συμφέρον να επιλέξει την ίση κατανομή της γεωργικής γης καθώς $u_1 = 4$ και $u_2 = 2$.

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Ατελής Πληροφόρηση

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Ατελής Πληροφόρηση

Ας υποθέσουμε ότι κανένα από τα δύο παιδιά δεν γνωρίζει την πραγματική συνάρτηση χρησιμότητας του μέχρι να πραγματοποιηθεί η διανομή της γεωργικής γης.

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Ατελής Πληροφόρηση

Ας υποθέσουμε ότι κανένα από τα δύο παιδιά δεν γνωρίζει την πραγματική συνάρτηση χρησιμότητας του μέχρι να πραγματοποιηθεί η διανομή της γεωργικής γης.

Τότε οι αναμενόμενες χρησιμότητες τους θα είναι:

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Ατελής Πληροφόρηση

Ας υποθέσουμε ότι κανένα από τα δύο παιδιά δεν γνωρίζει την πραγματική συνάρτηση χρησιμότητας του μέχρι να πραγματοποιηθεί η διανομή της γεωργικής γης.

Τότε οι αναμενόμενες χρησιμότητες τους θα είναι:

$$x_1 = x_2 = 4 \quad \Rightarrow \quad E(u_i) = \frac{1}{2}4 + \frac{1}{2}2 = 3$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Ατελής Πληροφόρηση

Ας υποθέσουμε ότι κανένα από τα δύο παιδιά δεν γνωρίζει την πραγματική συνάρτηση χρησιμότητας του μέχρι να πραγματοποιηθεί η διανομή της γεωργικής γης.

Τότε οι αναμενόμενες χρησιμότητες τους θα είναι:

$$x_1 = x_2 = 4 \quad \Rightarrow \quad E(u_i) = \frac{1}{2}4 + \frac{1}{2}2 = 3$$
$$x_1 = 1,6 \;\; x_2 = 6,4 \quad \Rightarrow \quad E(u_i) = \frac{1}{2}2,53 + \frac{1}{2}2,53 = 2,53$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Ατελής Πληροφόρηση

Ας υποθέσουμε ότι κανένα από τα δύο παιδιά δεν γνωρίζει την πραγματική συνάρτηση χρησιμότητας του μέχρι να πραγματοποιηθεί η διανομή της γεωργικής γης.

Τότε οι αναμενόμενες χρησιμότητες τους θα είναι:

$$x_1 = x_2 = 4 \quad \Rightarrow \quad E(u_i) = \frac{1}{2}4 + \frac{1}{2}2 = 3$$
$$x_1 = 1,6 \;\; x_2 = 6,4 \quad \Rightarrow \quad E(u_i) = \frac{1}{2}2,53 + \frac{1}{2}2,53 = 2,53$$
$$x_1 = 6,4 \;\; x_2 = 1,6 \quad \Rightarrow \quad E(u_i) = \frac{1}{2}5,06 + \frac{1}{2}1,26 = 3,16$$

Διανομή σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Ατελής Πληροφόρηση

Ας υποθέσουμε ότι κανένα από τα δύο παιδιά δεν γνωρίζει την πραγματική συνάρτηση χρησιμότητας του μέχρι να πραγματοποιηθεί η διανομή της γεωργικής γης.

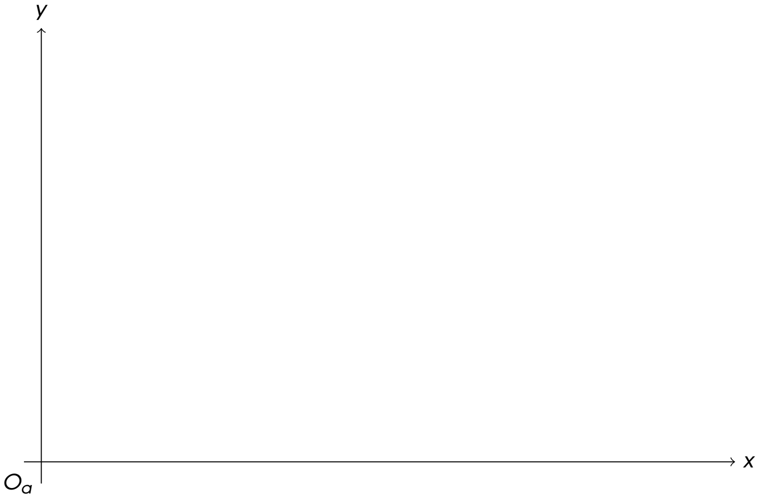
Τότε οι αναμενόμενες χρησιμότητες τους θα είναι:

$$
\begin{aligned}
x_1 = x_2 = 4 \quad &\Rightarrow \quad E(u_i) = \frac{1}{2}4 + \frac{1}{2}2 = 3 \\
x_1 = 1,6 \;\; x_2 = 6,4 \quad &\Rightarrow \quad E(u_i) = \frac{1}{2}2,53 + \frac{1}{2}2,53 = 2,53 \\
x_1 = 6,4 \;\; x_2 = 1,6 \quad &\Rightarrow \quad E(u_i) = \frac{1}{2}5,06 + \frac{1}{2}1,26 = 3,16
\end{aligned}
$$

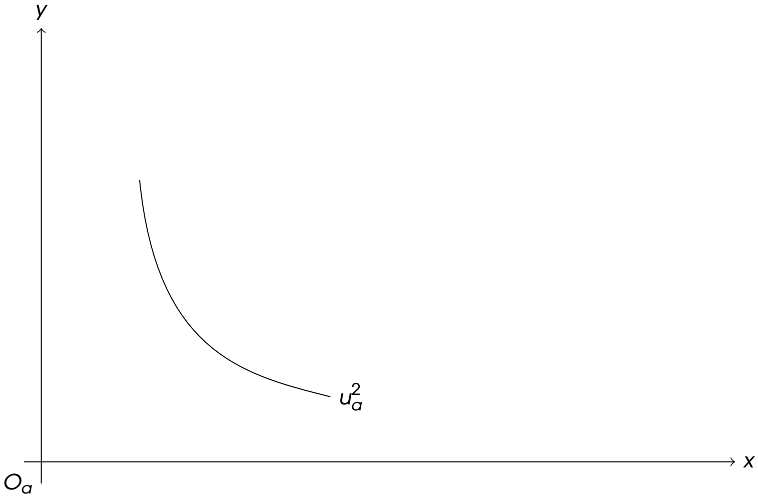
Εάν λοιπόν τα παιδιά ψηφίσουν θα επιλέξουν την τρίτη λύση μεγιστοποίησης της συνολική τους χρησιμότητας.

Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση

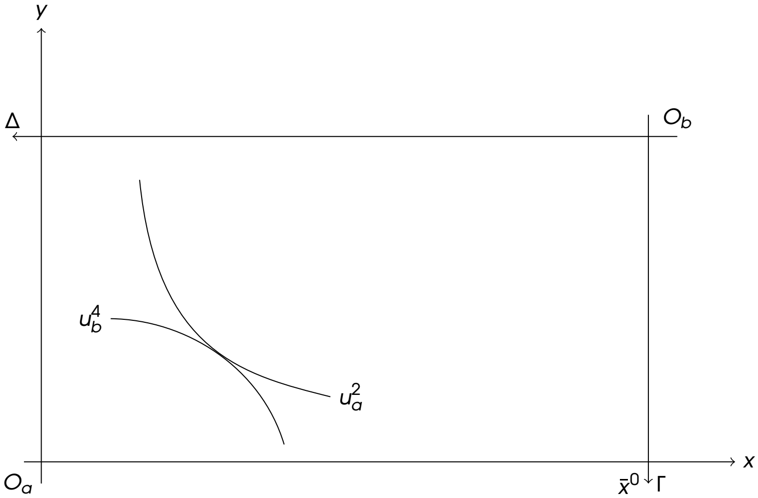
Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση



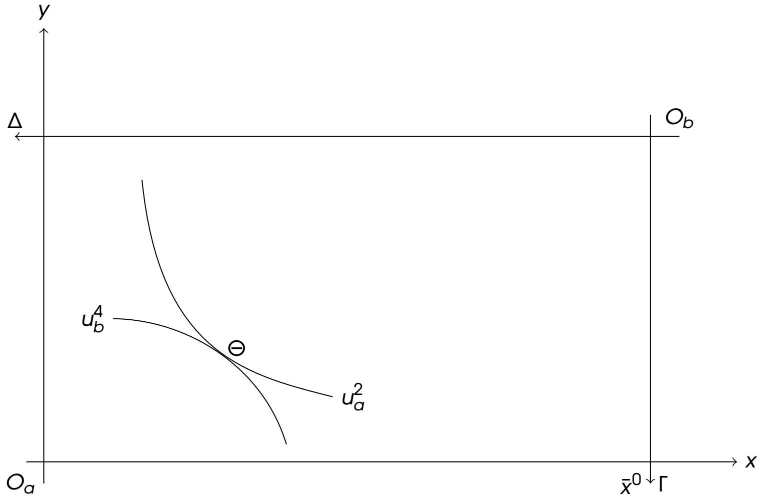
Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση



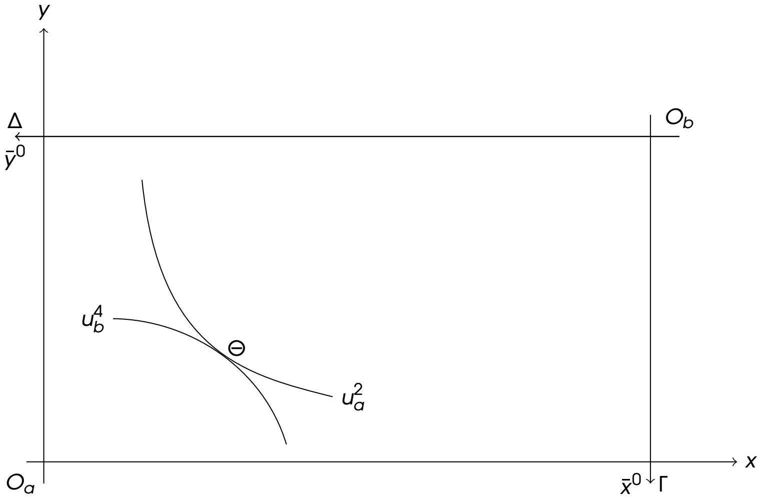
Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση



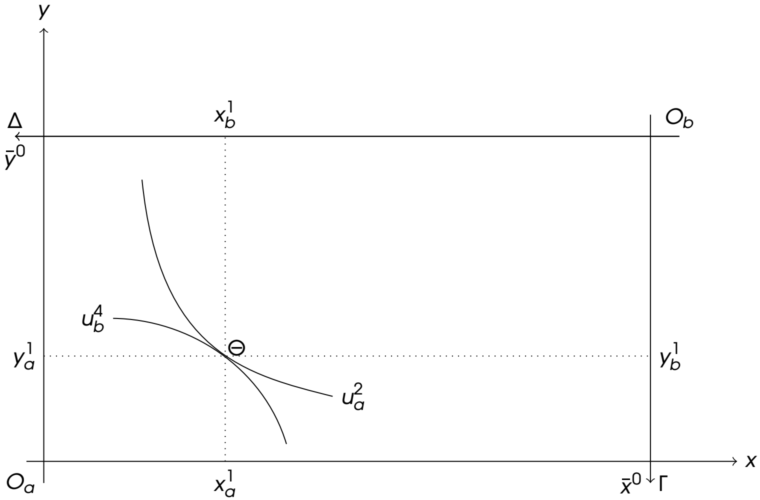
Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση



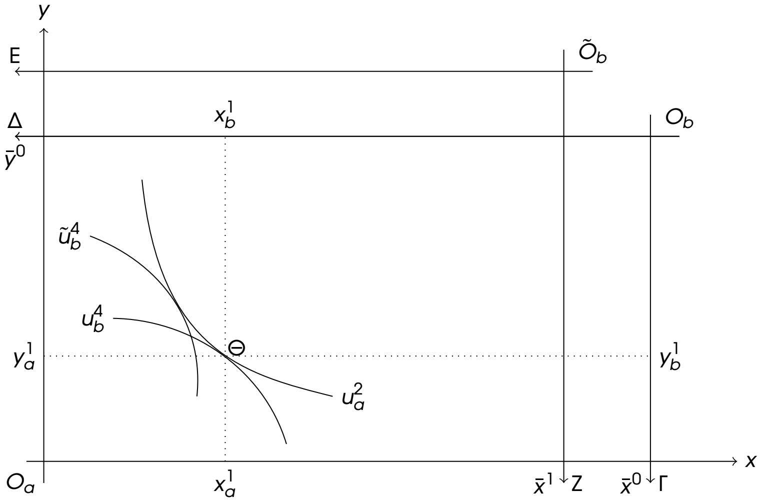
Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση



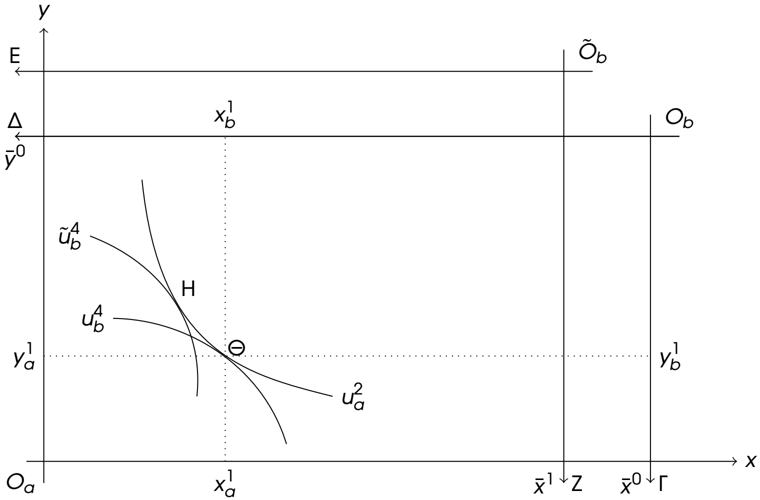
Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση



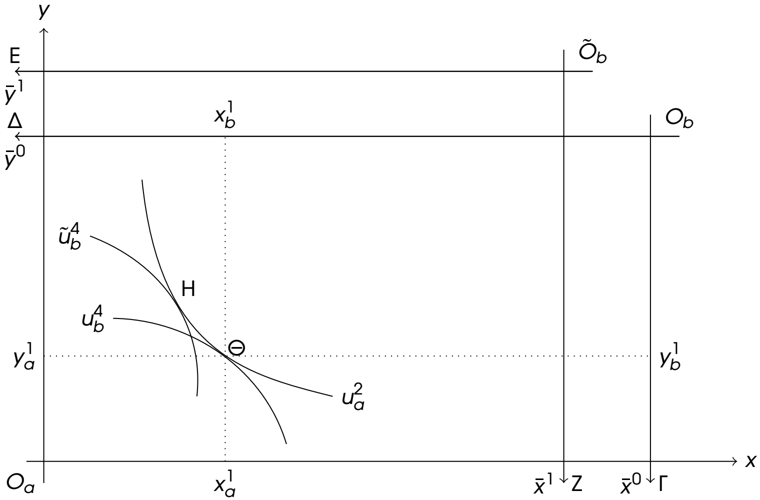
Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση



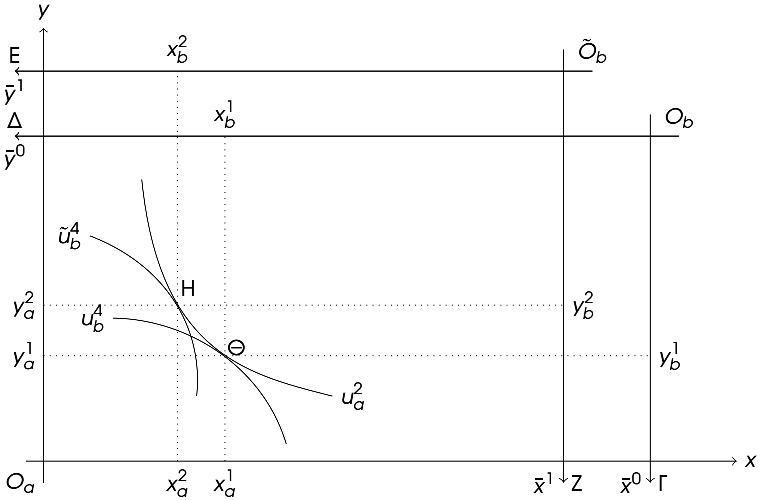
Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση



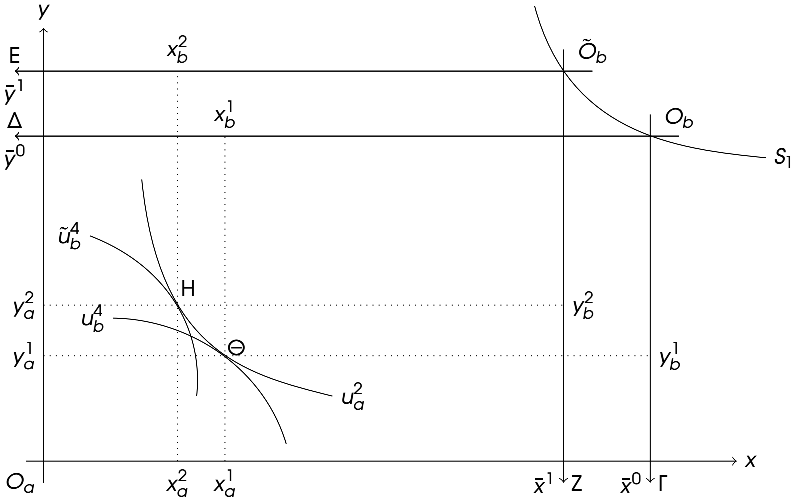
Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση



Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση

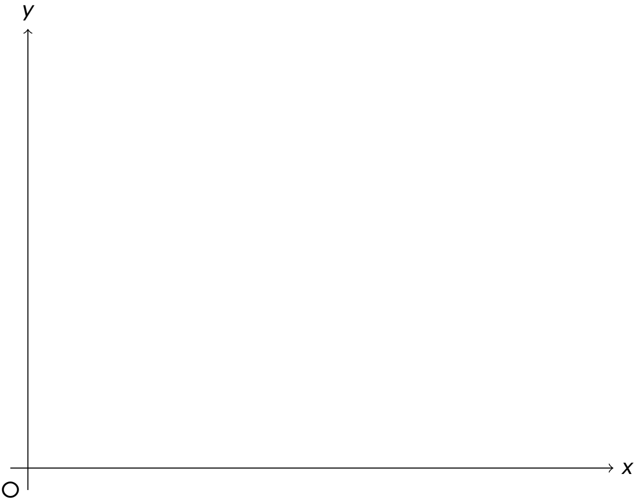


Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση

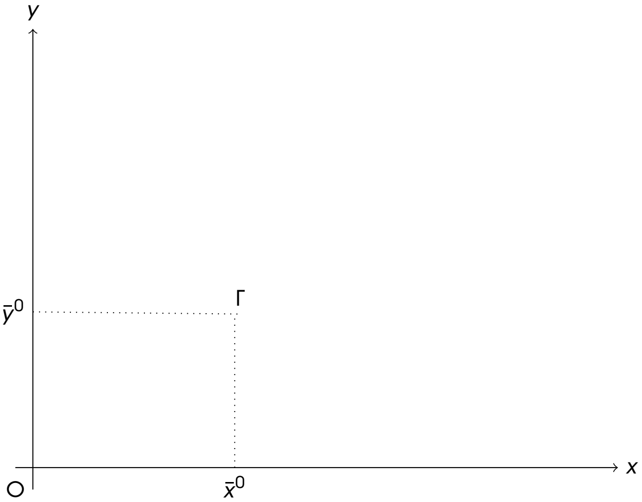


Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση

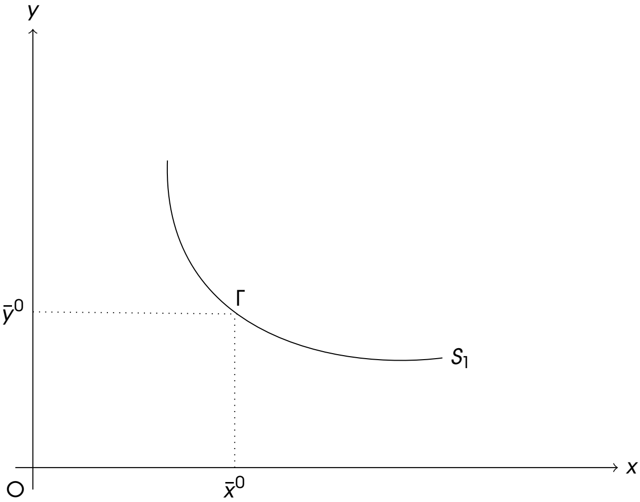
Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση



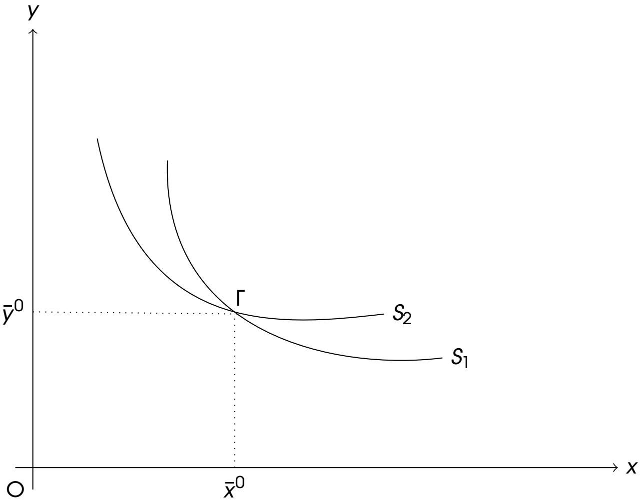
Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση



Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση



Οι Καμπύλες του Scitovski: Διαγραμματική Ανάλυση



Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

Αλγεβρικά το πρόβλημα μπορεί να διατυπωθεί ώς εξής:

$$\begin{aligned}
\min_{x_a, x_b, y_a, y_b} \bar{y}^0 &= y_a + y_b \\
s.t.\ u_a^2 &= f_a\left(x_a, y_a\right) \\
u_b^4 &= f_b\left(x_b, y_b\right) \\
\bar{x}^0 &= x_a + x_b
\end{aligned}$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

Αλγεβρικά το πρόβλημα μπορεί να διατυπωθεί ώς εξής:

$$\begin{aligned} \min_{x_a, x_b, y_a, y_b} \bar{y}^0 &= y_a + y_b \\ s.t.\ u_a^2 &= f_a\left(x_a, y_a\right) \\ u_b^4 &= f_b\left(x_b, y_b\right) \\ \bar{x}^0 &= x_a + x_b \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του προβλήματος:

$$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1\left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2\left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3\left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^y = 1 \tag{8}$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^y = 1 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_a} = 0$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^y = 1 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 MU_a^x - \lambda_3 = 0$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$
Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^y = 1 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 MU_a^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^x = -\lambda_3 \tag{9}$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1\left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2\left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3\left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$
Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^y = 1 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 MU_a^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^x = -\lambda_3 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^y = 1 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 MU_a^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^x = -\lambda_3 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_2 MU_b^y = 0$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^y = 1 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 MU_a^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^x = -\lambda_3 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_2 MU_b^y = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^y = 1 \tag{10}$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^y = 1 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 MU_a^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^x = -\lambda_3 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_2 MU_b^y = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^y = 1 \tag{10}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_b} = 0$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^y = 1 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 MU_a^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^x = -\lambda_3 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_2 MU_b^y = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^y = 1 \tag{10}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_2 MU_b^x - \lambda_3 = 0$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^y = 1 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 MU_a^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^x = -\lambda_3 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_2 MU_b^y = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^y = 1 \tag{10}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_2 MU_b^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^x = -\lambda_3 \tag{11}$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^y = 1 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 MU_a^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^x = -\lambda_3 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_2 MU_b^y = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^y = 1 \tag{10}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_2 MU_b^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^x = -\lambda_3 \tag{11}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_1} = 0$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^y = 1 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 MU_a^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^x = -\lambda_3 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_2 MU_b^y = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^y = 1 \tag{10}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_2 MU_b^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^x = -\lambda_3 \tag{11}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right) = 0$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^y = 1 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 MU_a^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^x = -\lambda_3 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_2 MU_b^y = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^y = 1 \tag{10}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_2 MU_b^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^x = -\lambda_3 \tag{11}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right) = 0$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_2} = 0$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^y = 1 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 MU_a^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^x = -\lambda_3 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_2 MU_b^y = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^y = 1 \tag{10}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_2 MU_b^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^x = -\lambda_3 \tag{11}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right) = 0$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right) = 0$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^y = 1 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 MU_a^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^x = -\lambda_3 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_2 MU_b^y = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^y = 1 \tag{10}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_2 MU_b^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^x = -\lambda_3 \tag{11}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right) = 0$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right) = 0$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_3} = 0$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

$\mathscr{L} = y_a + y_b + \lambda_1 \left[u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right)\right] + \lambda_2 \left[u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right)\right] + \lambda_3 \left[\bar{x}^0 - x_a - x_b\right]$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για άριστο απαιτούν:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_1 MU_a^y = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^y = 1 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_a} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_1 MU_a^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 MU_a^x = -\lambda_3 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 - \lambda_2 MU_b^y = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^y = 1 \tag{10}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_b} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\lambda_2 MU_b^x - \lambda_3 = 0 \Rightarrow \lambda_2 MU_b^x = -\lambda_3 \tag{11}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad u_a^2 - f_a\left(x_a, y_a\right) = 0$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad u_b^4 - f_b\left(x_b, y_b\right) = 0$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda_3} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{x}^0 - x_a - x_b = 0$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας κατά μέλη την (8) με την (9),

$$\lambda_1 MU_a^y = 1$$
$$\lambda_1 MU_a^x = -\lambda_3$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας κατά μέλη την (8) με την (9),

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 MU_a^y &= 1 \\ \lambda_1 MU_a^x &= -\lambda_3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{MU_a^y}{MU_a^x} = -\frac{1}{\lambda_3}$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας κατά μέλη την (8) με την (9),

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 MU_a^y &= 1 \\ \lambda_1 MU_a^x &= -\lambda_3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{MU_a^y}{MU_a^x} = -\frac{1}{\lambda_3}$$

την (10) με την (11)

$$\begin{aligned} \lambda_1 MU_b^y &= 1 \\ \lambda_1 MU_b^x &= -\lambda_3 \end{aligned}$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας κατά μέλη την (8) με την (9),

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 MU_a^y &= 1 \\ \lambda_1 MU_a^x &= -\lambda_3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{MU_a^y}{MU_a^x} = -\frac{1}{\lambda_3}$$

την (10) με την (11)

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 MU_b^y &= 1 \\ \lambda_1 MU_b^x &= -\lambda_3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{MU_b^y}{MU_b^x} = -\frac{1}{\lambda_3}$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας κατά μέλη την (8) με την (9),

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 MU_a^y &= 1 \\ \lambda_1 MU_a^x &= -\lambda_3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{MU_a^y}{MU_a^x} = -\frac{1}{\lambda_3}$$

την (10) με την (11)

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 MU_b^y &= 1 \\ \lambda_1 MU_b^x &= -\lambda_3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{MU_b^y}{MU_b^x} = -\frac{1}{\lambda_3}$$

και θέτοντας τις ίσες, προκύπτει:

$$\frac{MU_a^y}{MU_a^x} = \frac{MU_b^y}{MU_b^x}$$

Οι Καμπύλες του Scitovski: Αλγεβρική Ανάλυση

Διαιρώντας κατά μέλη την (8) με την (9),

$$\left.\begin{aligned}\lambda_1 MU_a^y &= 1\\ \lambda_1 MU_a^x &= -\lambda_3\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{MU_a^y}{MU_a^x} = -\frac{1}{\lambda_3}$$

την (10) με την (11)

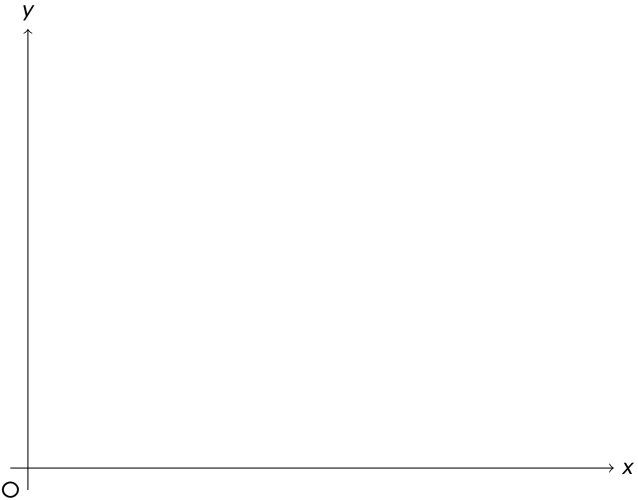
$$\left.\begin{aligned}\lambda_1 MU_b^y &= 1\\ \lambda_1 MU_b^x &= -\lambda_3\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{MU_b^y}{MU_b^x} = -\frac{1}{\lambda_3}$$

και θέτοντας τις ίσες, προκύπτει:

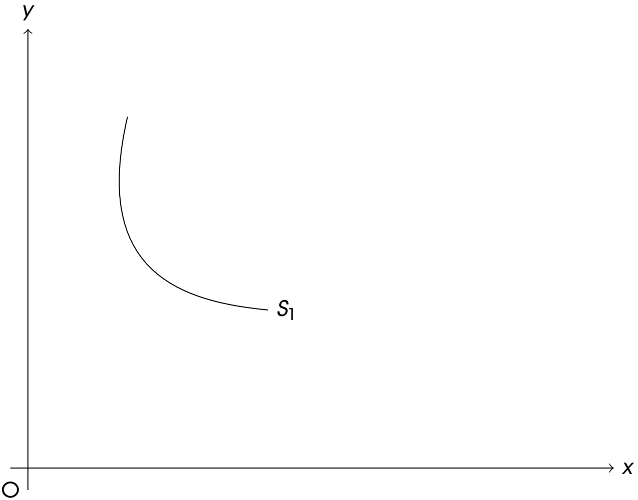
$$\frac{MU_a^y}{MU_a^x} = \frac{MU_b^y}{MU_b^x} \Rightarrow \boxed{MRS_a^{x,y} = MRS_a^{x,y}}$$

Οι Καμπύλες Κοινωνικής Αδιαφορίας του Bergson

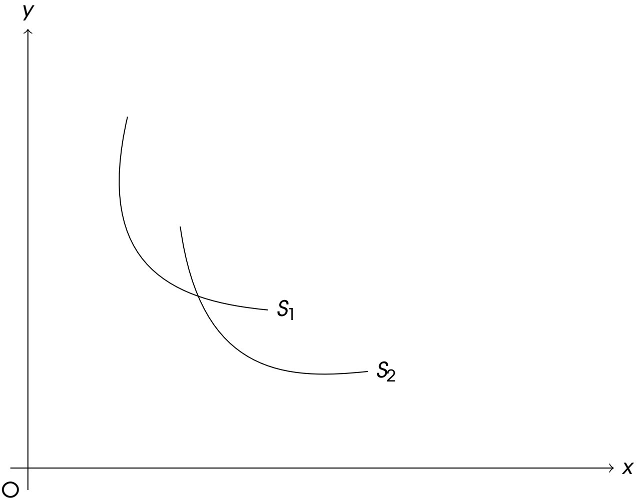
Οι Καμπύλες Κοινωνικής Αδιαφορίας του Bergson



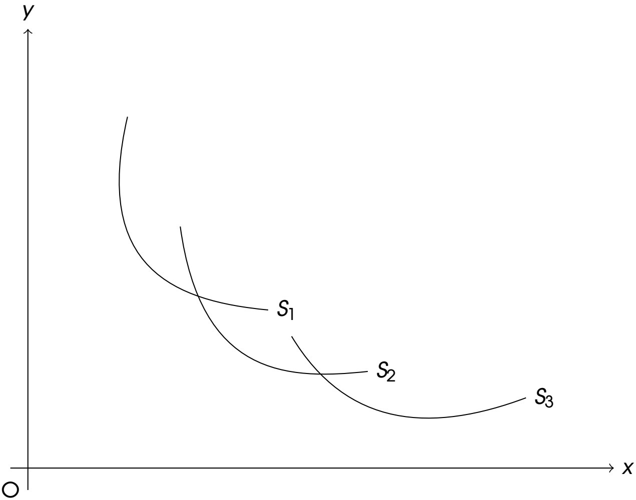
Οι Καμπύλες Κοινωνικής Αδιαφορίας του Bergson



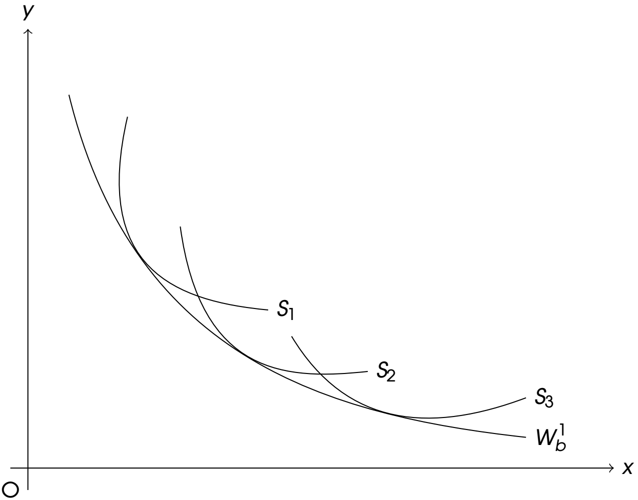
Οι Καμπύλες Κοινωνικής Αδιαφορίας του Bergson



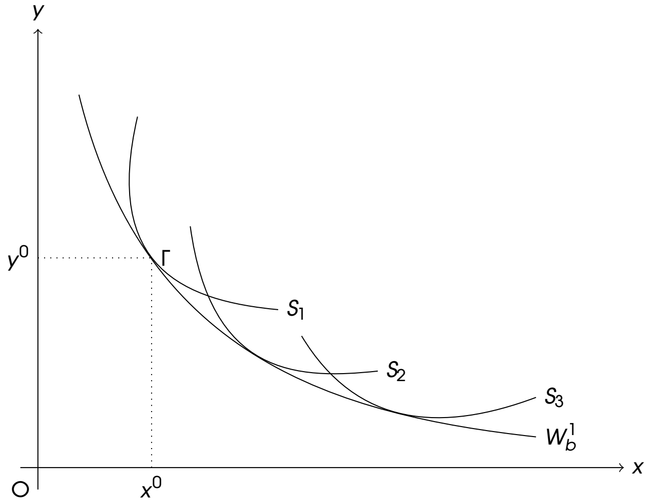
Οι Καμπύλες Κοινωνικής Αδιαφορίας του Bergson



Οι Καμπύλες Κοινωνικής Αδιαφορίας του Bergson

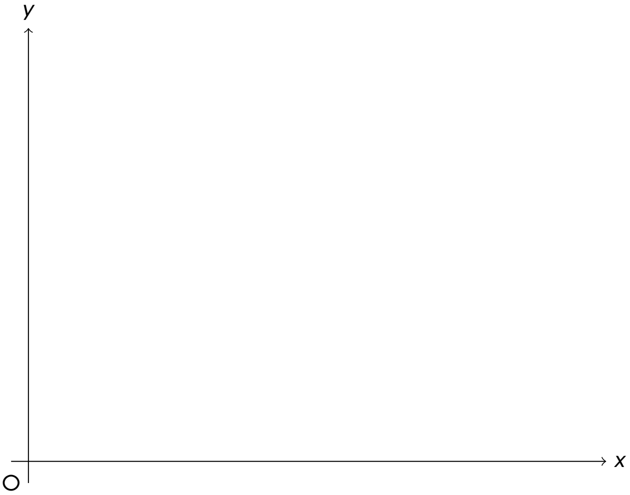


Οι Καμπύλες Κοινωνικής Αδιαφορίας του Bergson

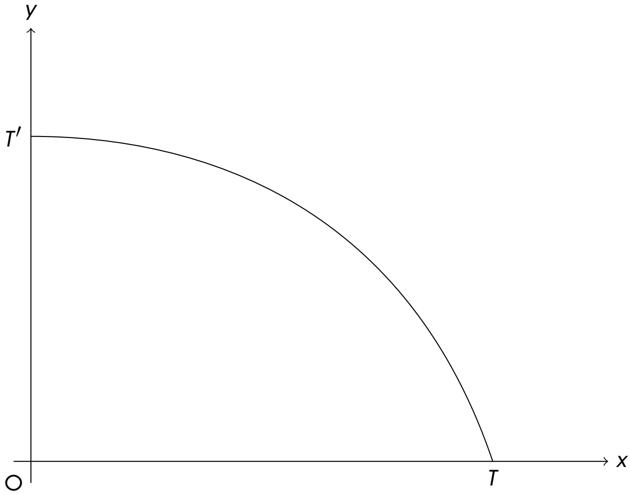


Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson

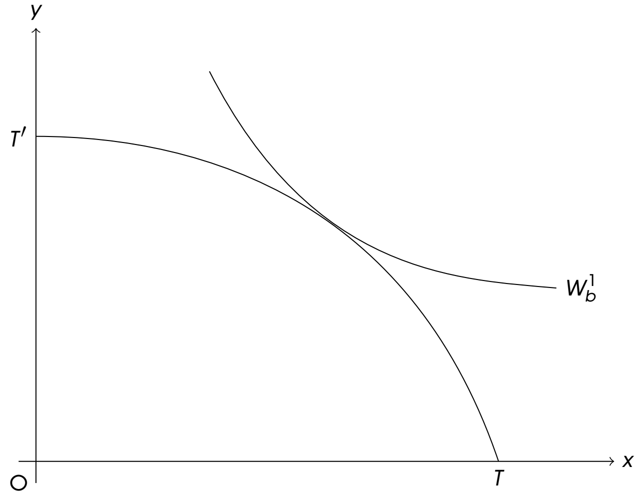
Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson



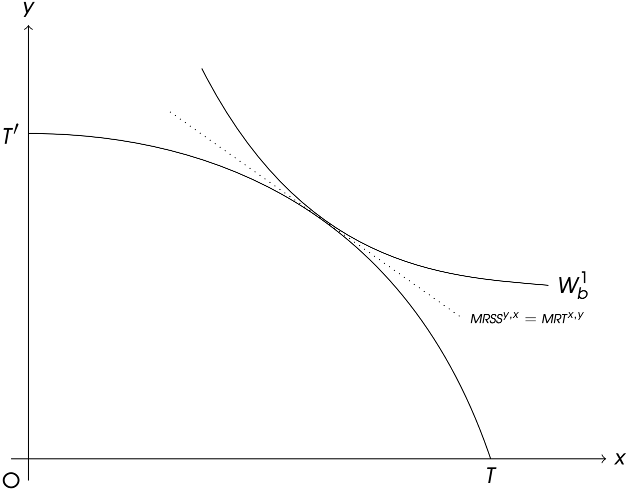
Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson



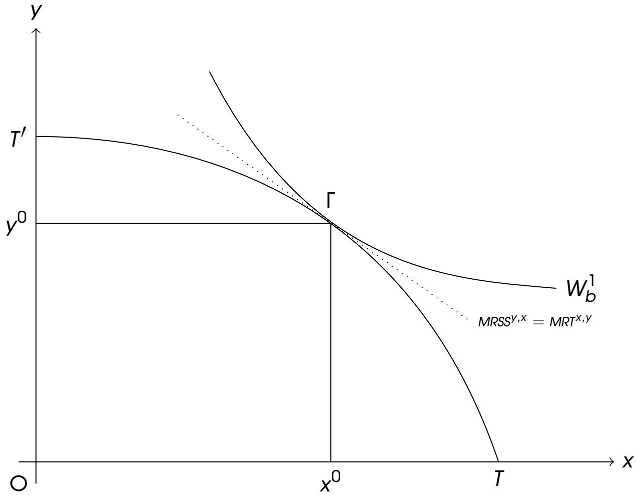
Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson



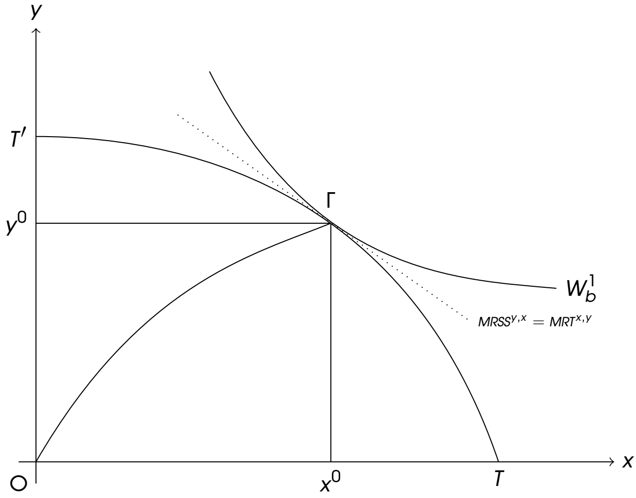
Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson



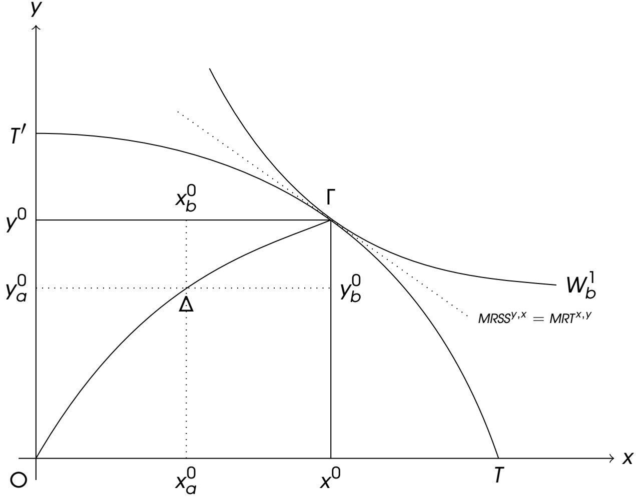
Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson



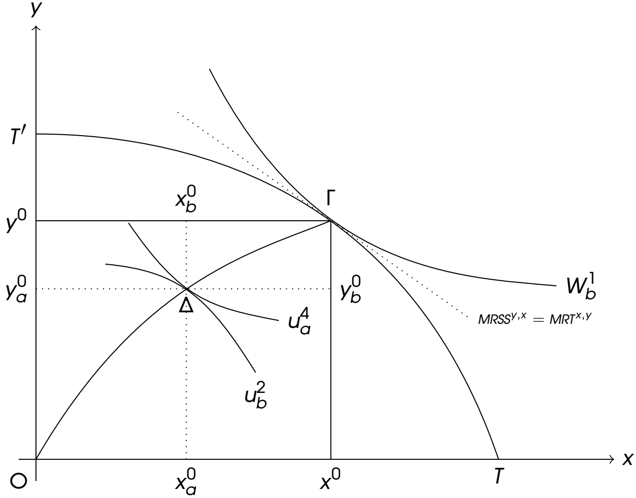
Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson



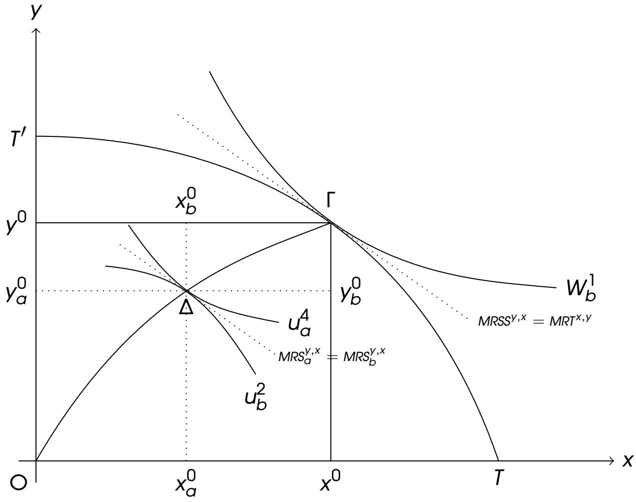
Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson



Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson



Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson



Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson

Αλγεβρικά η γενική ισορροπία προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{x,y} W_b &= f_w(x, y) \\ s.t.\ T &= F(x, y, \bar{c}) \end{aligned}$$

Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson

Αλγεβρικά η γενική ισορροπία προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{x,y} W_b &= f_w\left(x, y\right) \\ s.t. \;\; T &= F\left(x, y, \bar{c}\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w\left(x, y\right) - \lambda\left[T - F\left(x, y, \bar{c}\right)\right]$$

Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson

Αλγεβρικά η γενική ισορροπία προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned}\max_{x,y} W_b &= f_w(x, y) \\ s.t.\ T &= F(x, y, \bar{c})\end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w(x, y) - \lambda \left[T - F(x, y, \bar{c})\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν

Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson

Αλγεβρικά η γενική ισορροπία προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{x,y} W_b &= f_w\left(x, y\right) \\ s.t.\ T &= F\left(x, y, \bar{c}\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w\left(x, y\right) - \lambda\left[T - F\left(x, y, \bar{c}\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0$$

Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson

Αλγεβρικά η γενική ισορροπία προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{x,y} W_b &= f_w(x,y) \\ s.t. \;\; T &= F(x,y,\bar{c}) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w(x,y) - \lambda\left[T - F(x,y,\bar{c})\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0 \;\;\Rightarrow\;\; \frac{\partial f_w}{\partial x} - \lambda \frac{\partial F}{\partial x} = 0$$

Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson

Αλγεβρικά η γενική ισορροπία προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{x,y} W_b &= f_w\left(x, y\right) \\ s.t.\ T &= F\left(x, y, \bar{c}\right) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w\left(x, y\right) - \lambda\left[T - F\left(x, y, \bar{c}\right)\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_w}{\partial x} - \lambda \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial x} = \lambda \frac{\partial F}{\partial x} \qquad (12)$$

Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson

Αλγεβρικά η γενική ισορροπία προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{x,y} W_b &= f_w(x,y) \\ s.t.\ T &= F(x,y,\bar{c}) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w(x,y) - \lambda\left[T - F(x,y,\bar{c})\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0 \quad &\Rightarrow \quad \frac{\partial f_w}{\partial x} - \lambda \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial x} = \lambda \frac{\partial F}{\partial x} \qquad (12) \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y} = 0 \end{aligned}$$

Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson

Αλγεβρικά η γενική ισορροπία προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{x,y} W_b &= f_w(x,y) \\ s.t.\ T &= F(x,y,\bar{c}) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w(x,y) - \lambda \left[T - F(x,y,\bar{c})\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0 &\Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial x} - \lambda \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial x} = \lambda \frac{\partial F}{\partial x} \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y} = 0 &\Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial y} - \lambda \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \end{aligned} \tag{12}$$

Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson

Αλγεβρικά η γενική ισορροπία προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{x,y} W_b &= f_w(x, y) \\ s.t.\ T &= F(x, y, \bar{c}) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w(x, y) - \lambda \left[T - F(x, y, \bar{c})\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial f_w}{\partial x} - \lambda \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial x} = \lambda \frac{\partial F}{\partial x} \tag{12}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial f_w}{\partial y} - \lambda \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial y} = \lambda \frac{\partial F}{\partial y} \tag{13}$$

Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson

Αλγεβρικά η γενική ισορροπία προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{x,y} W_b &= f_w(x, y) \\ s.t. \;\; T &= F(x, y, \bar{c}) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w(x, y) - \lambda \left[T - F(x, y, \bar{c})\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0 \;\;\Rightarrow\;\; \frac{\partial f_w}{\partial x} - \lambda \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial x} = \lambda \frac{\partial F}{\partial x} \tag{12}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y} = 0 \;\;\Rightarrow\;\; \frac{\partial f_w}{\partial y} - \lambda \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial y} = \lambda \frac{\partial F}{\partial y} \tag{13}$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (12) και (13) προκύπτει:

$$\frac{\partial f_w / \partial x}{\partial f_w / \partial y} = \frac{\partial F / \partial x}{\partial F / \partial y}$$

Γενική Ισορροπία με τη Χρήση των Καμπυλών του Bergson

Αλγεβρικά η γενική ισορροπία προσδιορίζεται:

$$\begin{aligned} \max_{x,y} W_b &= f_w(x,y) \\ s.t.\ T &= F(x,y,\bar{c}) \end{aligned}$$

Η λαγκρανζιανή συνάρτηση του παραπάνω προβλήματος:

$$\mathscr{L} = f_w(x,y) - \lambda\left[T - F(x,y,\bar{c})\right]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης για μέγιστο απαιτούν

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_w}{\partial x} - \lambda \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial x} = \lambda \frac{\partial F}{\partial x} \qquad (12)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_w}{\partial y} - \lambda \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_w}{\partial y} = \lambda \frac{\partial F}{\partial y} \qquad (13)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (12) και (13) προκύπτει:

$$\frac{\partial f_w / \partial x}{\partial f_w / \partial y} = \frac{\partial F / \partial x}{\partial F / \partial y} \Rightarrow MRSS^{y,x} = MRT^{x,y}$$

Τέλος 4ης Ενότητας

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης