



# ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

## Υλικά Ι Ενότητα 4: Δεσμοί

### Ασκήσεις

Δημήτρης Παπάζογλου  
Τμήμα Επιστήμης και Τεχνολογίας Υλικών

#### Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται στην άδεια χρήσης Creative Commons και ειδικότερα Αναφορά - Μη εμπορική Χρήση - Όχι Παράγωγο Έργο v. 3.0 (Attribution – Non Commercial – Non-derivatives)
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

#### Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

## Δεσμοί

**4.1** Τι είδη δεσμών συναντάμε στα υλικά: Πυρίτιο, Αλουμίνιο, γυαλί, νερό, διαμάντι, πάγος, NaCl, γραφίτης και PMMA;

### Λύση

**Πυρίτιο:** ομοιοπολικός, **Αλουμίνιο:** μεταλλικός, **γυαλί:** ομοιοπολικός, **νερό:** ομοιοπολικός και υδρογόνου **διαμάντι:** ομοιοπολικός, **πάγος:** ομοιοπολικός & υδρογόνου, **NaCl:** ιοντικός, **γραφίτης:** ομοιοπολικός & Van der Waals, **PMMA:** ομοιοπολικός

**4.2** Έστω ότι η δυναμική ενέργεια ενός δεσμού δίνεται από την σχέση  $U(r) = -\frac{10}{r^3} + \frac{6}{r^4}$  σε μονάδες

$eV$  όταν η ακτίνα  $r$  εκφράζεται σε  $nm$ .

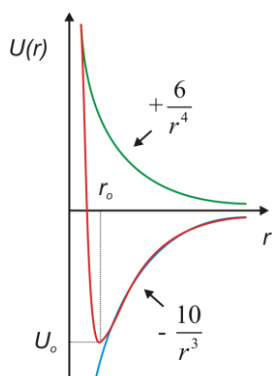
**α)** Να σχεδιάσετε ποιοτικά το δυναμικό  $U(r)$  και να εκφράσετε αναλυτικά την συνολική δύναμη συναρτήσει της ακτίνας  $r$  προσδιορίζοντας ποιος όρος αναφέρεται στις ελκτικές και ποιος στις απωστικές δυνάμεις. Μπορεί το δυναμικό αυτό να περιγράψει ένα ιοντικό δεσμό; (δικαιολογήστε την απάντησή σας) **β)** Ποια θα είναι η απόσταση ισορροπίας ανάμεσα στα δύο ιόντα και ποια η αντίστοιχη ενέργεια αλληλεπίδρασης;

### Λύση:

**α)** Η συνολική δύναμη δίνεται από την σχέση:

$$F_{tot}(r) \equiv \frac{dU(r)}{dr} = \frac{3 \cdot 10}{r^4} - \frac{4 \cdot 6}{r^5} = \frac{30}{r^4} - \frac{24}{r^5},$$

Είναι φανερό ότι οι ελκτικές δυνάμεις περιγράφονται από τον όρο  $\frac{30}{r^4}$  ενώ οι απωστικές από τον όρο  $-\frac{24}{r^5}$ . Εφόσον οι ελκτικές δυνάμεις δεν είναι της μορφής  $\frac{A}{r^2}$  το δυναμικό  $U(r)$  δεν περιγράφει ιοντικό δεσμό.



Ο όρος  $-\frac{10}{r^3}$  αντιστοιχεί σε ελκτικές δυνάμεις, ενώ ο όρος  $\frac{6}{r^4}$  αντιστοιχεί σε απωστικές. Η απόσταση ισορροπίας είναι η  $r_0$  ενώ η ενέργεια του δεσμού (ενέργεια αλληλεπίδρασης) η  $U_0$ .

β) Στην απόσταση ισορροπίας η συνολική δύναμη είναι μηδέν οπότε:

$$F_{tot}(r_o) = 0 = \frac{30}{r_o^4} - \frac{24}{r_o^5} \Rightarrow r_o = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} = 0.8(nm),$$

Επίσης η ενέργεια δεσμού μπορεί να υπολογιστεί από την:

$$U_o = U(r_o) = -\frac{10}{r_o^3} + \frac{6}{r_o^4} = -\frac{625}{128} \simeq -4.9 (eV)$$

**4.3** Έστω ότι η συνάρτηση που περιγράφει την δύναμη που ασκείται σε ένα δεσμό δίνεται από την σχέση  $F(r) = -\frac{2}{r^5} + \frac{8}{r^3}$  σε μονάδες  $eV/nm$  όταν η ακτίνα  $r$  εκφράζεται σε  $nm$ . Ποια θα είναι η απόσταση ισορροπίας ανάμεσα στα δύο ιόντα και ποια η ελάχιστη ενέργεια που χρειάζεται για να «σπάσει ο δεσμός»; Είναι ο δεσμός ιοντικός;

**Λύση:**

Στην απόσταση ισορροπίας η συνολική δύναμη είναι μηδέν:

$$F_{tot}(r_o) \equiv 0 = -\frac{2}{r_o^5} + \frac{8}{r_o^3} \Rightarrow r_o^2 = \frac{2}{8} \Rightarrow r_o = \frac{1}{2}(nm),$$

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος μπορεί να υπολογιστεί από την:

$$U(r) = \int F(r)dr = \frac{1}{4} \frac{2}{r^4} - \frac{1}{2} \frac{8}{r^2} + C = \frac{1}{2 \cdot r^4} - \frac{4}{r^2} + C$$

Όπου  $C$  σταθερά. Θεωρώντας ότι η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι μηδέν όταν  $r \rightarrow \infty$  τότε  $C=0$ . Τελικά για την δυναμική ενέργεια του συστήματος παίρνουμε:  $U(r) = \frac{1}{2 \cdot r^4} - \frac{4}{r^2}$

Έτσι η δυναμική ενέργεια στην θέση ισορροπίας  $r_o$  γίνεται:

$$U(r_o) = \frac{1}{2 \cdot r_o^4} - \frac{4}{r_o^2} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2^4}} - \frac{4}{\frac{1}{2^2}} = 8 - 16 = -8 (eV)$$

Επομένως η ελάχιστη ενέργεια που χρειάζεται για να «σπάσει» ο δεσμός είναι  $8 eV$ . Επίσης ο δεσμός δεν είναι ιοντικός γιατί ο όρος που περιγράφει τις ελκτικές δυνάμεις ( $\frac{8}{r^3}$ ) δεν είναι

ανάλογος του  $\frac{1}{r^2}$

## Άλυτες Ασκήσεις

**4.4** Έστω ότι η δυναμική ενέργεια ενός ιοντικού δεσμού δίνεται από την σχέση  $U(r) = -\frac{14}{r^5} + \frac{10}{r^7}$  σε μονάδες  $eV$  όταν η ακτίνα  $r$  εκφράζεται σε  $nm$ . Ποια θα είναι η απόσταση ισορροπίας ανάμεσα στα δύο ιόντα και ποια η αντίστοιχη ενέργεια αλληλεπίδρασης;

**Απάντηση:**  $r_0 = 1nm$ ,  $U(r_0) = U_0 = -4eV$

**4.5** Έστω ότι η δυναμική ενέργεια ενός δεσμού δίνεται από την σχέση  $U(r) = -\frac{4}{r} + \frac{1}{8 \cdot r^4}$  σε μονάδες  $eV$  όταν η ακτίνα  $r$  εκφράζεται σε  $nm$ . Ποια θα είναι η απόσταση ισορροπίας ανάμεσα στα δύο ιόντα και ποια η αντίστοιχη ενέργεια αλληλεπίδρασης; Είναι ο δεσμός ιοντικός; (δικαιολογήστε την απάντησή σας)

**Απάντηση:**  $r_0 = \frac{1}{2}nm$ ,  $U(r_0) = U_0 = -6eV$ , ο δεσμός είναι ιοντικός

**4.6** Έστω ότι η δυναμική ενέργεια ενός δεσμού δίνεται από την σχέση  $U(r) = -\frac{5}{r^2} + \frac{2.5}{r^4}$  σε μονάδες  $eV$  όταν η ακτίνα  $r$  εκφράζεται σε  $nm$ . Ποια θα είναι η απόσταση ισορροπίας ανάμεσα στα δύο ιόντα και ποια η αντίστοιχη ενέργεια αλληλεπίδρασης; Είναι ο δεσμός ιοντικός; (δικαιολογήστε την απάντησή σας)

**Απάντηση:**  $r_0 = 1nm$ ,  $U(r_0) = U_0 = -2.5eV$ , ο δεσμός δεν είναι ιοντικός

**4.7** Έστω ότι η συνάρτηση που περιγράφει την δύναμη που ασκείται σε ένα δεσμό δίνεται από την σχέση  $F(r) = -\frac{1}{4 \cdot r^5} + \frac{2}{r^2}$  σε μονάδες  $eV/nm$  όταν η ακτίνα  $r$  εκφράζεται σε  $nm$ . Ποια θα είναι η απόσταση ισορροπίας ανάμεσα στα δύο ιόντα και ποια η ελάχιστη ενέργεια που χρειάζεται για να «σπάσει ο δεσμός»; Είναι ο δεσμός ιοντικός;

**Απάντηση:**  $r_0 = \frac{1}{2}nm$ ,  $U(r_0) = U_0 = -3eV \Rightarrow$  χρειάζονται τουλάχιστον  $3eV$  για να «σπάσει» ο δεσμός. Ο δεσμός είναι ιοντικός

**Τέλος Ασκήσεων Ενότητας**