ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Υλικά Ι
Ενότητα 7: Θερμικές Ιδιότητες

Ασκήσεις

Δημήτρης Παπάζογλου
Τμήμα Επιστήμης και Τεχνολογίας Υλικών

Χρηματοδότηση

•Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.

•Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.

•Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Θερμικές Ιδιότητες

7.1 Πόση θερμική ενέργεια θα χρειαστεί να προσφέρουμε για να θερμάνουμε ένα κύβο διαστάσεων 10x10x10 cm^3 κατασκευασμένο από μπετόν κατά 40 ^oC; (*ειδική θερμοχωρητικότητα μπετόν:* $c_p = 0.88\ J\ g^{-1}\ K^{-1}$, *πυκνότητα μπετόν:* $\rho = 2\ g/cm^3$)

Λύση:

Γνωρίζουμε ότι: $c_p = \frac{1}{m}\frac{\Delta Q}{\Delta T}$, όπου m η μάζα του θερμαινόμενου σώματος, ΔQ η προσφερόμενη θερμότητα, ΔT η μεταβολή της θερμοκρασίας. Η συνολική μάζα του κύβου θα είναι $m = \rho \cdot V = 2\frac{g}{cm^3}10^3 cm^3 = 2000\,g$. Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε την συνολική θερμική ενέργεια που θα χρειαστεί:

$$\Delta Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T = 2000\,g \cdot 0.88\frac{J}{g \cdot K} \cdot 40K = 70.4\,kJ$$

7.2 Πόσο χρόνο θα χρειαστούμε για να θερμάνουμε ένα κύβο διαστάσεων 10x10x10 cm^3 κατασκευασμένο από μπετόν κατά 10 ^oC αν χρησιμοποιούμε μια θερμαντική αντίσταση ισχύος P_R =1 kW; (*ειδική θερμοχωρητικότητα μπετόν:* $c_p = 0.88\ J\ g^{-1}\ K^{-1}$, *πυκνότητα μπετόν:* $\rho = 2\ g/cm^3$)

Λύση:

Γνωρίζουμε ότι: $c_p = \frac{1}{m}\frac{\Delta Q}{\Delta T}$, όπου m η μάζα του θερμαινόμενου σώματος, ΔQ η προσφερόμενη θερμότητα, ΔT η μεταβολή της θερμοκρασίας. Η συνολική μάζα του κύβου θα είναι $m = \rho \cdot V = 2\frac{g}{cm^3}10^3 cm^3 = 2000\,g$. Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε την συνολική θερμική ενέργεια που θα χρειαστεί:

$$\Delta Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T = 2000\,g \cdot 0.88\frac{J}{g \cdot K} \cdot 10K = 17.6\,kJ$$

Ἔτσι ο ελάχιστος χρόνος (αγνοώντας πιθανές απώλειες κ.τ.λ.) που θα χρειαστεί για να θερμάνουμε την μάζα του μπετόν θα είναι:

$$t = \frac{\Delta Q}{P_R} = \frac{17.6\,kJ}{1\,kJ/\mathrm{s}} = 17.6\,\mathrm{s}$$

7.3 Έστω δύο δεξαμενές θερμότητας με θερμοκρασία T_1 = 25 ^oC, T_2 = 10 ^oC αντίστοιχα που χωρίζονται από υλικό πάχους $L=10\ cm$. **α)** Πώς θα μεταβάλλεται η θερμοκρασία στο υλικό; **β)** Για ποια τιμή θερμικής αγωγιμότητας έχουμε ροή θερμότητας $Q \leq 10\ W/m^2$

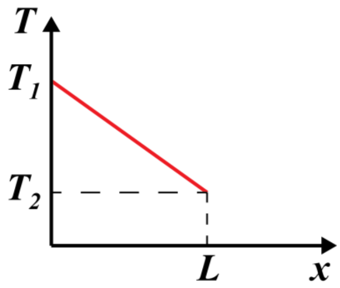
Λύση:

α) Εφαρμόζοντας την εξίσωση της θερμικής αγωγιμότητας σε μία διάσταση καταλήγουμε σε μια αναλυτική σχέση για την θερμοκρασία:

$$Q=-k\cdot\frac{dT(x)}{dx}\Rightarrow\frac{dT(x)}{dx}=-\frac{Q}{k}=const\Rightarrow T(x)=-\int\frac{Q}{k}dx=-\frac{Q}{k}x+C$$

όπου k η θερμική αγωγιμότητα (W m^{-1} K^{-1}) του υλικού, Q είναι ή ροή θερμότητας (W/m^2) και C είναι μία σταθερά. Στην παραπάνω αναλυτική σχέση η ροή θερμότητας Q και η σταθερά C είναι άγνωστοι και θα υπολογιστούν αξιοποιώντας τις οριακές συνθήκες του προβλήματος. Έτσι στα όρια του υλικού (x = 0 και x = L) γνωρίζουμε ότι $T(0)=T_1,\ T(L)=T_2$ οπότε συνολικά έχουμε:

$$\left.\begin{array}{c} T(0)=C=T_1 \\ T(L)=-\frac{Q}{k}L+T_1=T_2\Rightarrow Q=\frac{T_1-T_2}{L}k \end{array}\right\}\Rightarrow T(x)=T_1-\left(T_1-T_2\right)\cdot\frac{x}{L}$$



Δηλαδή η θερμοκρασία είναι γραμμική συνάρτηση της απόστασης και δεν εξαρτάται από το υλικό που έχουμε χρησιμοποιήσει. (βλ. διπλανό σχήμα)

β) Η ροή θερμότητας :Q μπορεί να υπολογιστεί, όπως δείξαμε παραπάνω από την σχέση $Q=\frac{T_1-T_2}{L}k$. Έτσι στην περίπτωση που εξετάζουμε:

$$Q\le 10W/m^2\Rightarrow\frac{T_1-T_2}{L}k\le 10W/m^2\Rightarrow k\le\frac{L}{T_1-T_2}\cdot 10W/m^2$$

Εφαρμόζοντας για τιμές T_1 = 25 ^{o}C, T_2 = 10 ^{o}C, και πάχος L = 10 cm παίρνουμε:

$$k\le\frac{10\,cm}{(25-10)\,K}\cdot 10W/m^2\cong 0.067\frac{W}{m\cdot K}$$

7.4 Έστω δύο δεξαμενές θερμότητας με θερμοκρασίες T_1, T_2 που χωρίζονται από γυάλινο τοίχωμα πάχους $L=3\ cm$ ενώ η ροή θερμότητας είναι Q = 500 W/m^2. Ποια είναι η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ των δύο δεξαμενών;

(θερμική αγωγιμότητα γυαλιού: k = 0.93 W m^{-1} K^{-1})

Λύση:

Εφαρμόζοντας την εξίσωση της θερμικής αγωγιμότητας σε μία διάσταση:

$$Q=-k\cdot\frac{dT(x)}{dx}\Rightarrow dT(x)=-\frac{\overbrace{Q}^{const}}{k}dx\Rightarrow\quad \Delta T\equiv T_1-T_2=T(0)-T(L)=-\int_L^0\frac{Q}{k}dx=\frac{Q}{k}L$$

όπου k η θερμική αγωγιμότητα (W m^{-1} K^{-1}) του υλικού, Q είναι ή ροή θερμότητας (W/m^2) και C είναι μία σταθερά. Από την παραπάνω σχέση μπορούμε να υπολογίσουμε την διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ των δεξαμενών:

$$\Delta T=\frac{Q}{k}L=\frac{500W/m^2}{0.93W/(m\cdot K)}3\cdot 10^{-2}m\cong 16.1K$$

Άλυτες Ασκήσεις

7.5 Έστω δύο δεξαμενές θερμότητας με θερμοκρασία T_1 = 80 ^oC, T_2 = 20 ^oC αντίστοιχα που χωρίζονται από υλικό πάχους $L=10\ cm$. **α)** Πώς θα μεταβάλλεται η θερμοκρασία στο υλικό; **β)** Για ποια τιμή θερμικής αγωγιμότητας έχουμε ροή θερμότητας $Q \geq 100\ W/m^2$

Απάντηση: α) $T(x) = T_1 - (T_1 - T_2) \cdot \dfrac{x}{L}$, β) $k \geq 0.167 \dfrac{W}{m \cdot K}$

7.6 Πόση θερμική ενέργεια θα χρειαστεί να προσφέρουμε για να θερμάνουμε ένα κύβο διαστάσεων 20x20x20 cm^3 κατασκευασμένο από μπετόν κατά 40 ^oC; (*ειδική θερμοχωρητικότητα μπετόν:* $c_p = 0.88\ J\ g^{-1}\ K^{-1}$, *πυκνότητα μπετόν:* $\rho = 2\ g/cm^3$)

Απάντηση: $\Delta Q = 563.2\,kJ$

7.7 Έστω δύο δεξαμενές θερμότητας με θερμοκρασίες T_1, T_2 που χωρίζονται από χάλκινο τοίχωμα πάχους $L = 5\ cm$ ενώ η ροή θερμότητας είναι $Q = 2\ kW/m^2$. Ποια είναι η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ των δύο δεξαμενών;

(*θερμική αγωγιμότητα χαλκού:* $k = 50\ W\ m^{-1}\ K^{-1}$)

Απάντηση: $\Delta T \cong 2\,K$

Τέλος Ασκήσεων Ενότητας