



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΑΙΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΠΑΘΟΦΥΣΙΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΑΓΓΕΙΑΚΩΝ ΠΑΘΗΣΕΩΝ ΚΑΙ ΑΡΧΕΣ ΣΤΗΝ ΑΝΑΙΜΑΚΤΗ ΑΓΓΕΙΟΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΗ

Ενότητα: Αιμοδυναμική Βασικές Έννοιες Μηχανικής Ρευστών

Γιάννης Παπαχαριλάου
Ph.D. ,Electrical & Biomedical Eng. Ερευνητής
Ινστιτούτο Υπολογιστικών Μαθηματικών
I.T.E.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται στην άδεια χρήσης Creative Commons και ειδικότερα

Αναφορά – Μη εμπορική Χρήση – Όχι Παράγωγο Έργο v.3.0

(Attribution – Non Commercial – Non-derivatives v.3.0)



[ή επιλογή ενός άλλου από τους έξι συνδυασμούς]

[και αντικατάσταση λογότυπου άδειας όπου αυτό έχει μπει (σελ. 1, σελ. 2 και τελευταία)]

- Εξαιρείται από την ως άνω άδεια υλικό που περιλαμβάνεται στις διαφάνειες του μαθήματος, και υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης. Η άδεια χρήσης στην οποία υπόκειται το υλικό αυτό αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Θέματα διαλέξεων

- Βασικές αρχές μηχανικής ρευστών
- Αρχές διατήρησης σε κινούμενα ρευστά
- Ροή υγρού σε αγωγό κυκλικής διατομής
 - Είδη ροής
 - Αντίσταση ροής
 - Διαχωρισμός ροής
- Παλμική ροή
- Ροή σε ελαστικούς σωλήνες
- Αιμοδυναμική θεώρηση της αθηρωμάτωσης
- Αιμοδυναμική προσομοίωση σε εξιδανικευμένα και ανατομικά ορθά μοντέλα

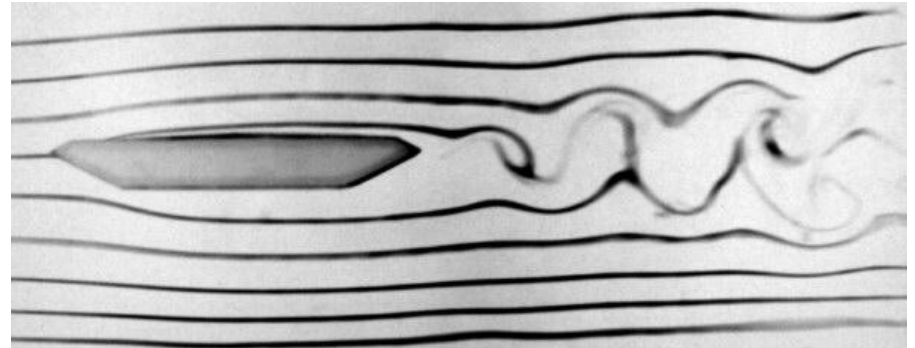
Βασικές Αρχές Μηχανικής Ρευστών

DISASTER!
The Greatest
Camera Scoop
of all time!

GARY FILMS

Κατάρρευση γέφυρας Tacoma Narrows (Washington)

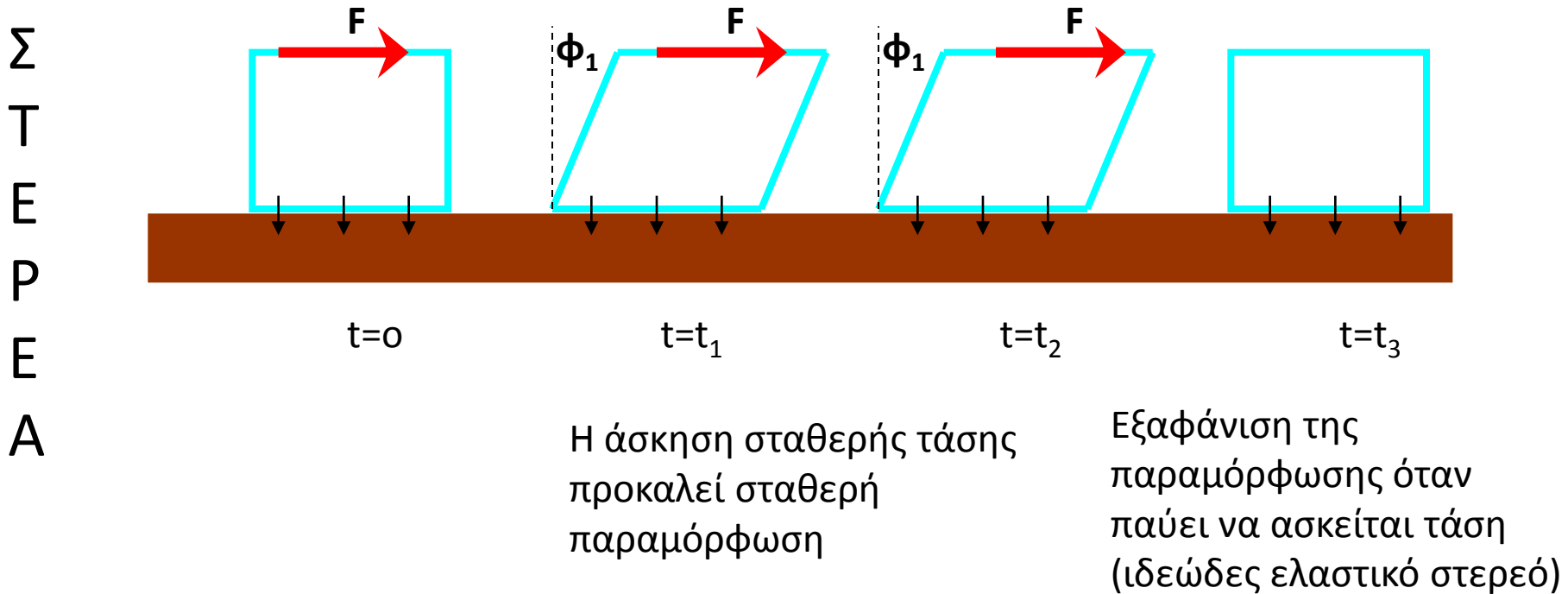
- 7/11/1940, ταχύτητα ανέμου 68 km/hr
- 12m πλάτος, 853 m μήκος
- Συντονισμός ιδιοσυχνότητας γέφυρας με τη συχνότητα της δυναμικής καταπόνησης εξ' αιτίας των περιοδικών δινών πίσω από τη γέφυρα



Περιοδικές δίνες (Karman vortex street) σε μοντέλο του οδοστρώματος της γέφυρας

Ορισμός Ρευστού

Συμπεριφορά ΡΕΥΣΤΩΝ και ΣΤΕΡΕΩΝ υπό την επίδραση τάσεων



Νόμος Hooke

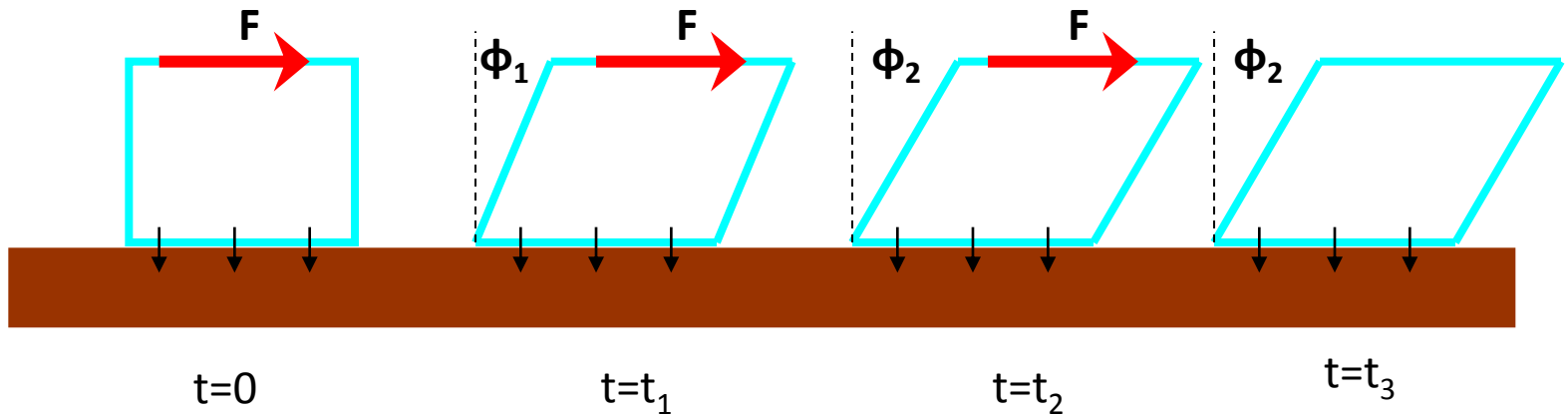
$$F \sim \phi$$

Η παραμόρφωση είναι ανάλογη της δύναμης

Ορισμός Ρευστού

Συμπεριφορά ΡΕΥΣΤΩΝ και ΣΤΕΡΕΩΝ υπό την επίδραση τάσεων

Ρ
Ε
Υ
Σ
Τ
Α



Η άσκηση τάσης προκαλεί παραμόρφωση

...που συνεχώς αυξάνει καθώς συνεχίζει να ασκείται η τάση

...και δεν εξαφανίζεται όταν παύει να ασκείται τάση

$$F_{\text{διατμητική}} \sim d\phi/dt$$

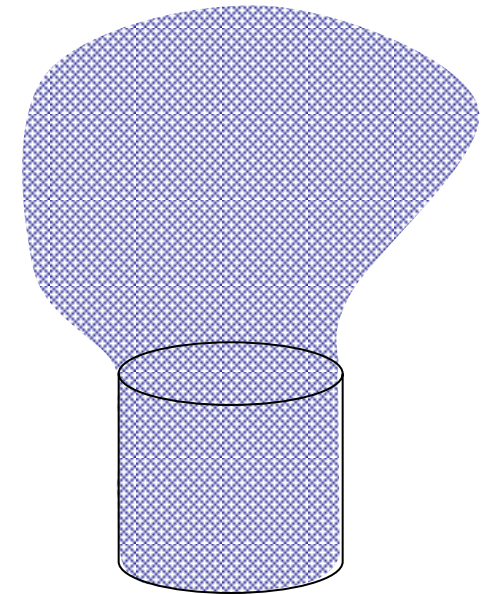
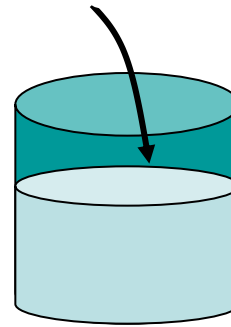
Διατμητική δύναμη ανάλογη του ρυθμού παραμόρφωσης

Ορισμός Ρευστού

- *Ρευστά* (Fluids) ονομάζονται εκείνα τα υλικά σώματα τα οποία *παραμορφώνονται συνεχώς* υπό την επίδραση διατμητικής τάσης *οποιουδήποτε μεγέθους*
- Η διαδικασία της συνεχούς παραμόρφωσης των ρευστών ονομάζεται *Ροή* (Flow)
- Η *Ροή* αποτελεί τη θεμελιώδη ιδιότητα των ρευστών που μας επιτρέπει να τα διακρίνουμε από τα στερεά σε σχέση πάντα με τη δυναμική (ροϊκή) συμπεριφορά τους

Είδη Ρευστών

- Ρευστά: αέρια και υγρά.
- Ποια η διαφορά;
 - Υγρά:
 - Πυκνά δομημένα
 - Ισχυρές συνεκτικές δυνάμεις
 - Διατήρηση όγκου
 - Ύπαρξη ελεύθερης επιφάνειας
 - Ασυμπίεστα ($\rho = \text{σταθερό}$)
 - Αέρια:
 - Αραιά
 - Ασθενείς συνεκτικές δυνάμεις
 - Διαστέλλονται ελεύθερα
 - Συμπιεστά



Διαστέλλεται

Το αίμα ως ρευστό

- Το αίμα υπό φυσιολογικές συνθήκες θεωρείται ασυμπίεστο ρευστό με πυκνότητα:

$$\rho = 1.05 \text{ gr/cm}^3$$

Δυνάμεις στα ρευστά

– Όγκου ή Μάζας

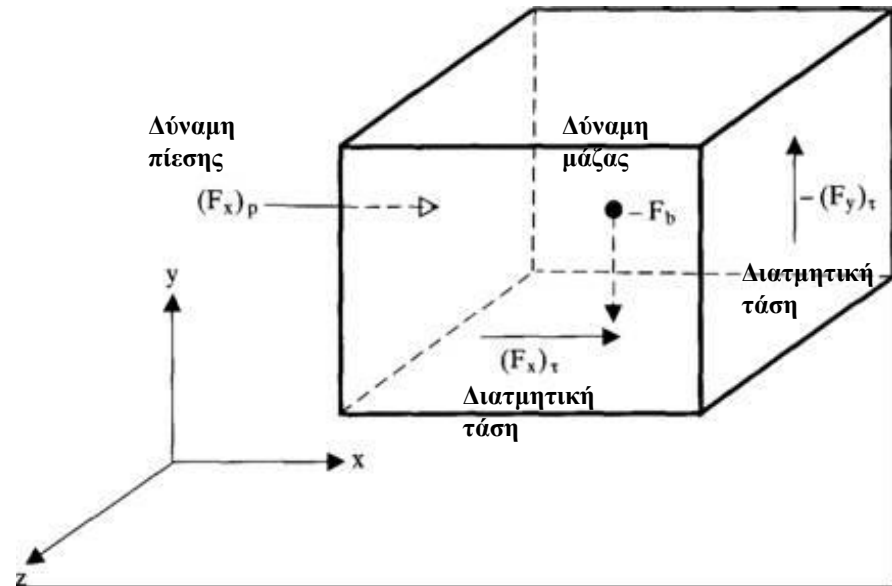
Μονάδες: N/m^3 ή dyn/cm^3

Παράδειγμα: Βαρύτητα

– Επιφάνειας ή Τάσεις (stresses)

Μονάδες: N/m^2 ή dyn/cm^2

- Κάθετη διεύθυνση στην επιφάνεια
 - Παράδειγμα: Πίεση
- Εφάπτονται της επιφάνειας
 - Παράδειγμα: Διατμητική τάση (shear stress)



Κάθετες και διατμητικές τάσεις

ΚΑΘΕΤΗ ΤΑΣΗ (Normal stress)

$$\tau_{zz} = \frac{F_z}{A}$$

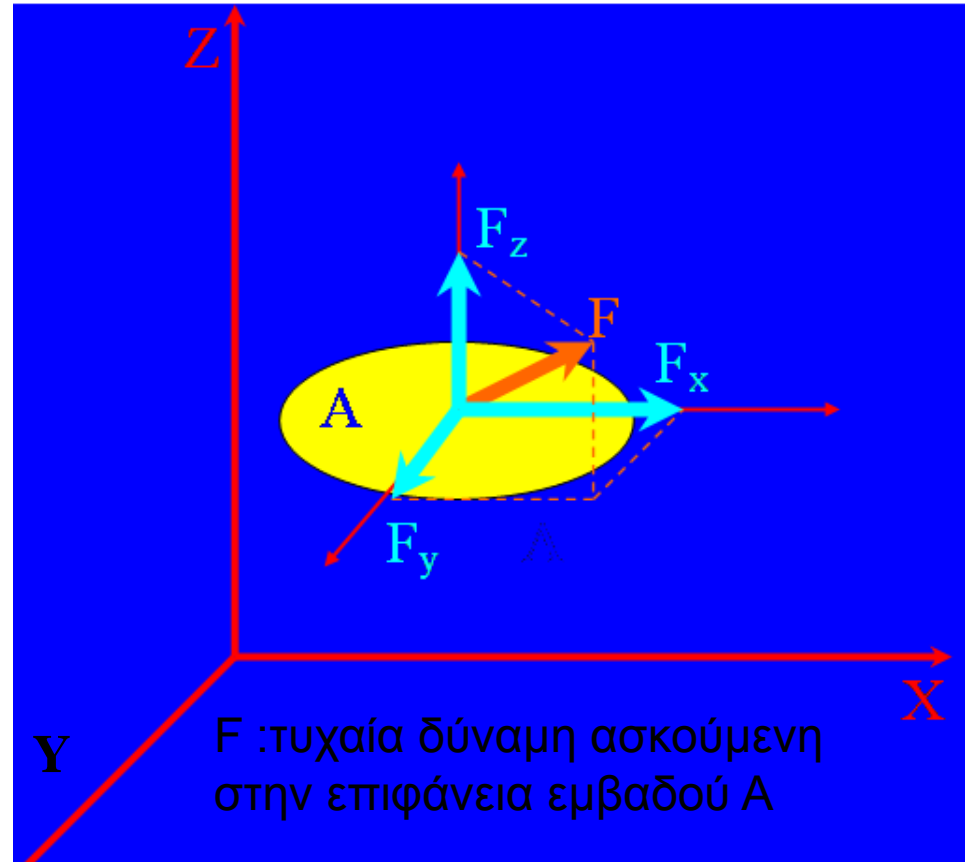
Εάν η δύναμη F_z έχει φορά κάθετη προς την επιφάνεια, τότε η τάση που αναπτύσσεται ονομάζεται **πίεση (pressure)**

ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΤΑΣΗ (Shear stress)

$$\tau_{zx} = \frac{F_x}{A} \quad \tau_{zy} = \frac{F_y}{A}$$

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ ΤΑΣΕΩΝ

τ_{zy} δείχνει τον άξονα κάθετα στον οποίο βρίσκεται η επιφάνεια στην οποία ασκείται η τάση
δείχνει τον άξονα στον οποίο βρίσκεται η δύναμη η οποία δημιουργεί την τάση



Κάθετες και διατμητικές τάσεις

ΚΑΘΕΤΗ ΤΑΣΗ (Normal stress) - Πίεση

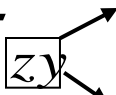
$$\tau_{zz} = \frac{F_z}{A}$$

ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΤΑΣΗ (Shear stress)

$$\tau_{zx} = \frac{F_x}{A} \quad \tau_{zy} = \frac{F_y}{A}$$

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad \textit{stress tensor}$$

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ ΤΑΣΕΩΝ

τ  δείχνει τον άξονα κάθετα στον οποίο βρίσκεται η επιφάνεια στην οποία ασκείται η τάση
δείχνει τον άξονα στον οποίο βρίσκεται η δύναμη η οποία δημιουργεί την τάση

Η υπόθεση του συνεχούς μέσου (continuum hypothesis)

- Βασίζεται στην παραδοχή ότι το ρευστό αποτελείται από μια συνεχή ακολουθία μικρών στοιχειωδών όγκων.
- Ο απειροελάχιστος (στοιχειώδης) όγκος που θεωρούμε (fluid particle) περιέχει πολλά μόρια ώστε η μοριακή σύσταση να μην είναι το αντικείμενο ενδιαφέροντος αλλά η συμπεριφορά του να περιγράφεται μακροσκοπικά από μέσες ποσότητες

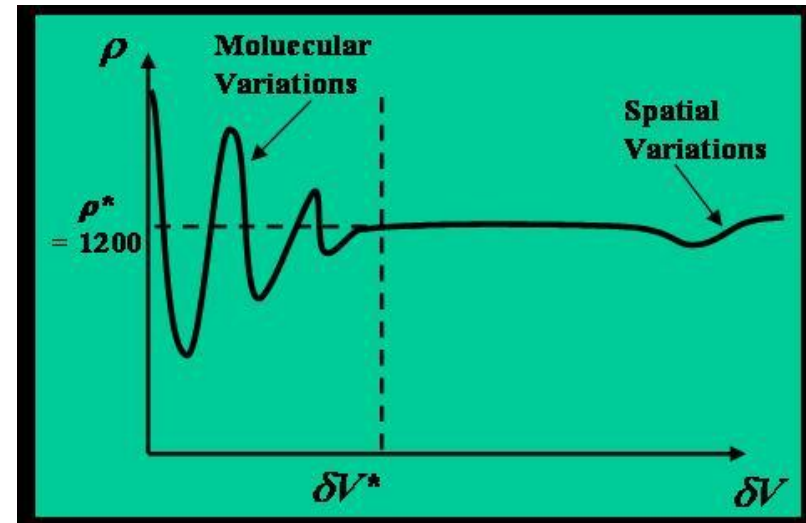
Η υπόθεση του συνεχούς μέσου (continuum hypothesis)

- Σε κάθε σημείο υπάρχει ένα στοιχειώδης όγκος του ρευστού
- Ένας μεγάλος όγκος ρευστού αποτελείται από ένα συνεχές συνάθροισμα στοιχειωδών όγκων ο καθένας από τους οποίους έχει ορισμένη u , T , ρ , P

- Ο στοιχειώδης όγκος θα πρέπει να είναι:

1) αρκετά μεγάλος ώστε να περιέχει αρκετά μόρια και να έχουν νόημα οι μέσες τιμές

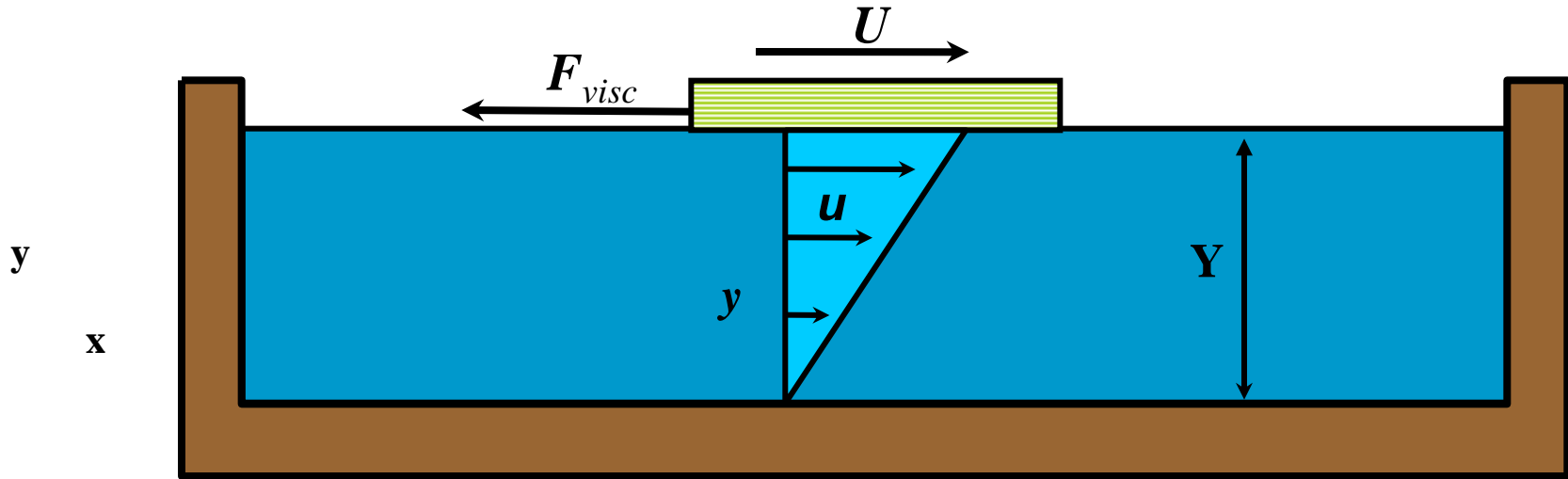
2) αρκετά μικρός ώστε να μπορεί να οριστεί σημειακά στη μαθηματική ανάλυση



Ιξώδες

- Εκφράζει την πηκτότητα του ρευστού
- Μέτρο της ικανότητας του ρευστού να επιτρέπει μέσω της μάζας του τη διάδοση της ορμής
- Μέτρο της αντίστασης του ρευστού στη διάτμηση
- Οφείλεται στις μοριακές συνεκτικές δυνάμεις

Συντελεστής Ιξώδους



$$\mu = \frac{\tau_{yx}}{du/dy} = \frac{F_{visc}/A}{U/Y} = \frac{gr}{s \text{ cm}}$$

$$\mu \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{du}{dy} \rightarrow 0$$

$$1 \text{ Poise} = 1 \frac{gr}{s \text{ cm}} = 0.1 \text{ Pa s}$$

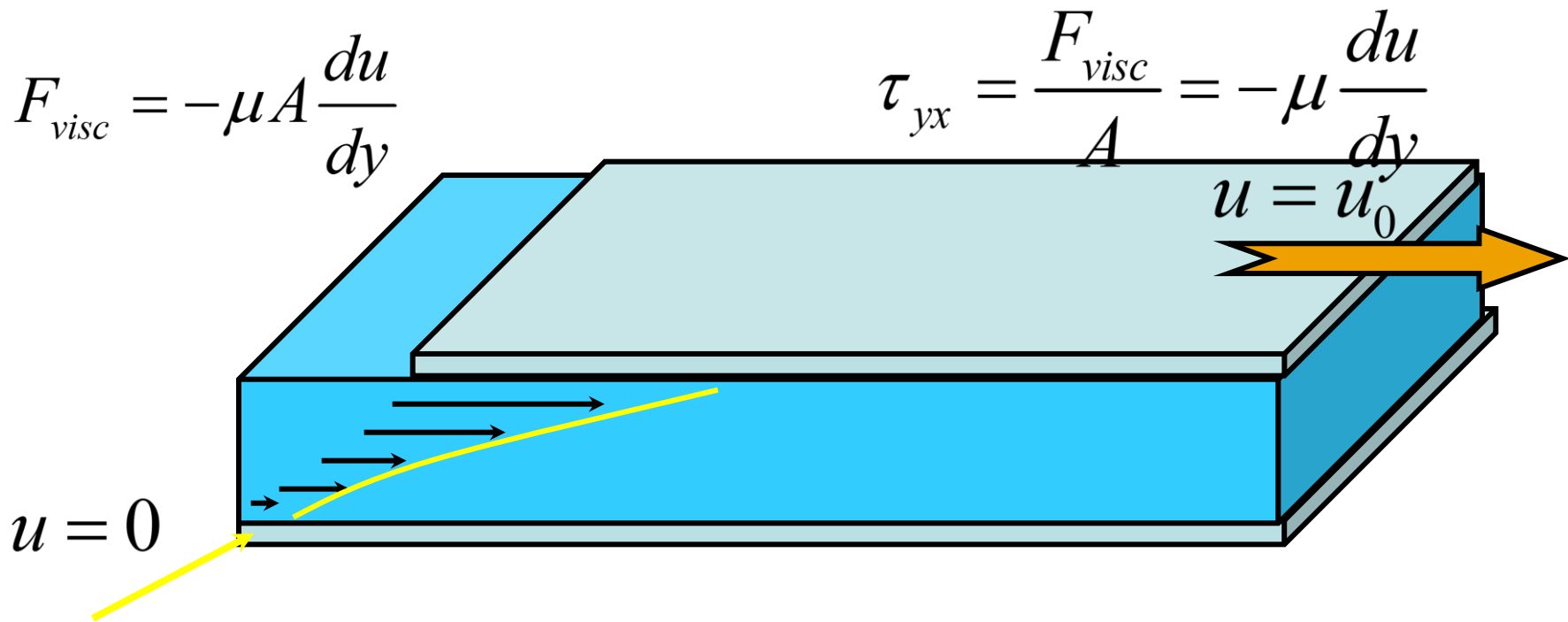
$$\mu \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{du}{dy} \rightarrow \infty$$

Ιξώδες είναι η δύναμη που απαιτείται να ασκηθεί σε μια πλάκα μοναδιαίας επιφάνειας κατά τη φορά της κίνησης ώστε με την κίνησή της να επιτευχθεί μια μοναδιαία κλίση ταχύτητας.

Ροή μεταξύ σταθερής και κινούμενης πλάκας



Ροή μεταξύ σταθερής και κινούμενης πλάκας



Τα στρώματα (lamina) του ρευστού ρέουν με ταχύτητα u που μεταβάλλεται μεταξύ 0 στη σταθερή πλάκα – συνθήκη μηδενικής ολίσθησης- και u_0 , αυτή της κινούμενης πλάκας.

Ιξώδεις

μ (20° C)	
Αέρας	0.018 cP
Νερό	1.002 cP
Ορός	1.016 cP
Αιθ. Αλκοόλη	1.190 cP
Υδράργυρος	1.547 cP
Γλυκερίνη	1.609 cP

Υγρά: $T \uparrow$, $\mu \downarrow$

Αέρια: $T \uparrow$, $\mu \uparrow$

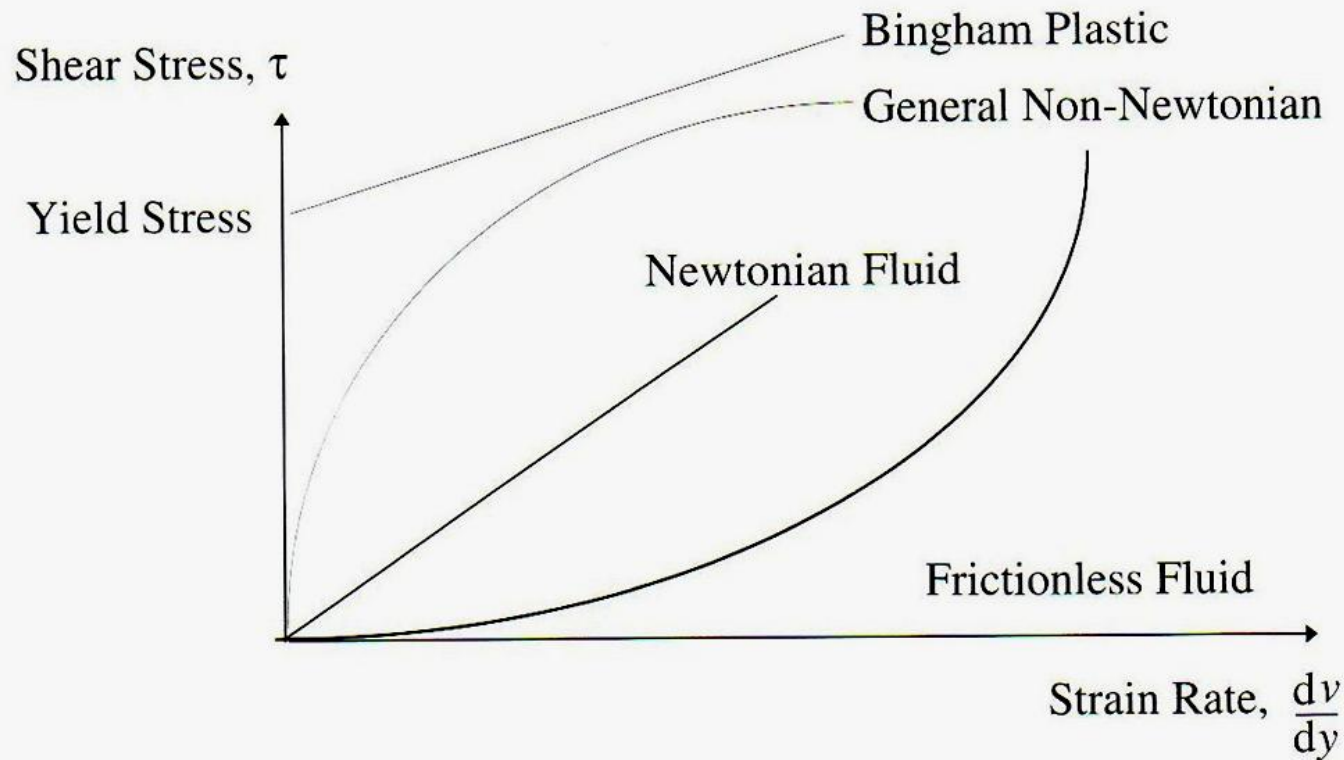
Νευτώνειο ρευστό

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

τ : διατμητική τάση

μ : συντελεστής ιξώδους

$\frac{\partial u}{\partial y}$: δείκτης γωνιακής παραμορφωσης



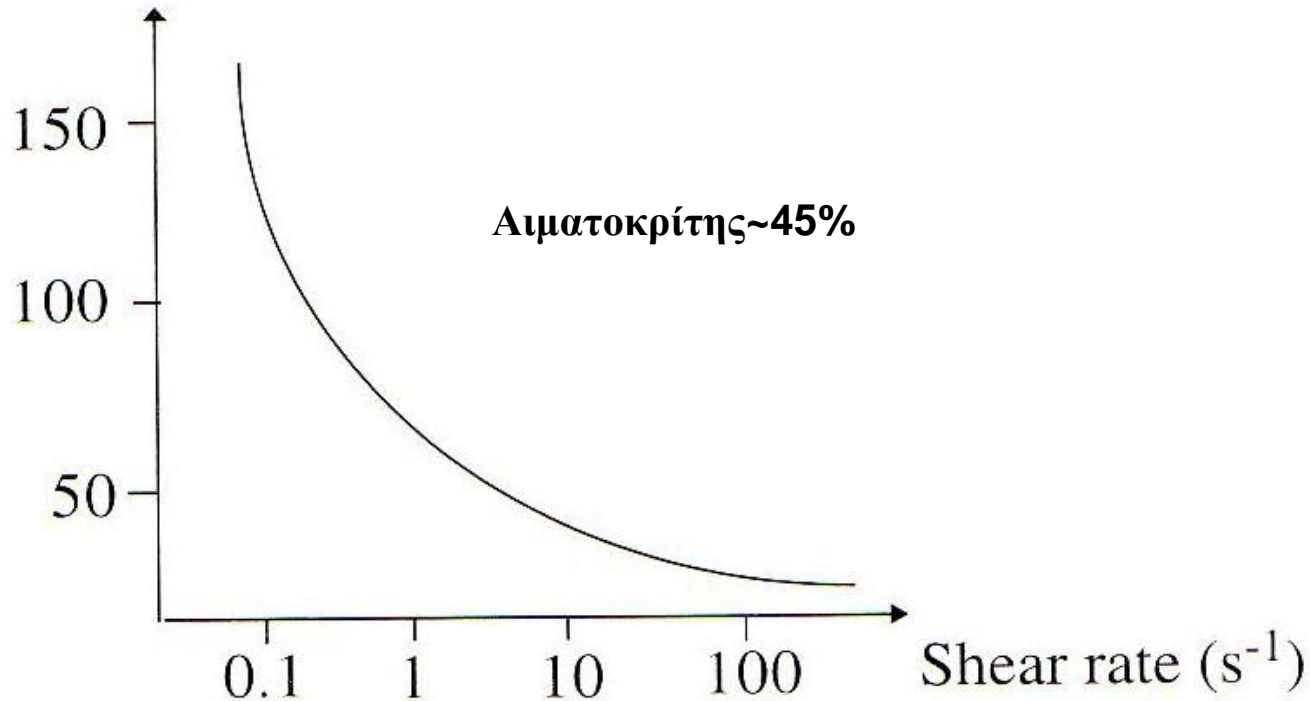
Ρεολογία Αίματος (blood rheology)

- Ιξώδες πλάσματος (90% H₂O) ~ 1.2 10⁻³ Pa s = 1.2 cP

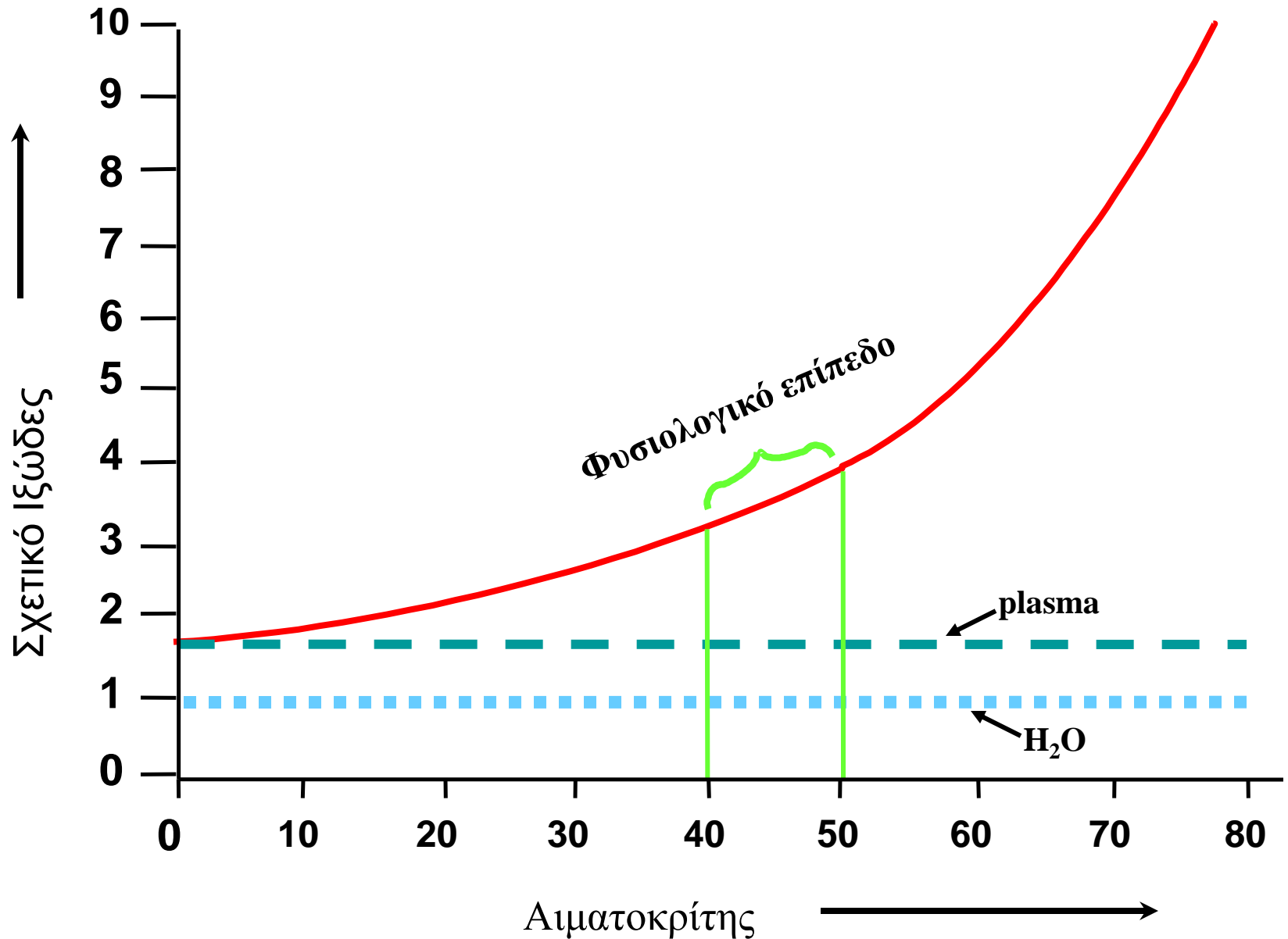
Ιξώδες αίματος και διατμητική τάση (τ)

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

Viscosity (Pa.s x 1000)



Ιξώδες αίματος και αιματοκρίτης



Ρεολογία αίματος (blood rheology)

- Σε μεγάλα αγγεία όπου ($\tau > 100 \text{ s}^{-1}$) θεωρούμε το αίμα ως Νευτώνειο με μέσο ιξώδες 4 cP
- Είναι το αίμα περισσότερο παχύρευστο από το νερό;

Ναι.

- Ιξώδες πλάσματος (1.2 cP) > Ιξώδες H_2O (1 cP)
- &
- Ιξώδες αίματος > Ιξώδες πλάσματος ($\tau > 0$)

Πίεση

- Δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας
ή
- Ενέργεια ανά μονάδα όγκου (ενεργειακή πυκνότητα)

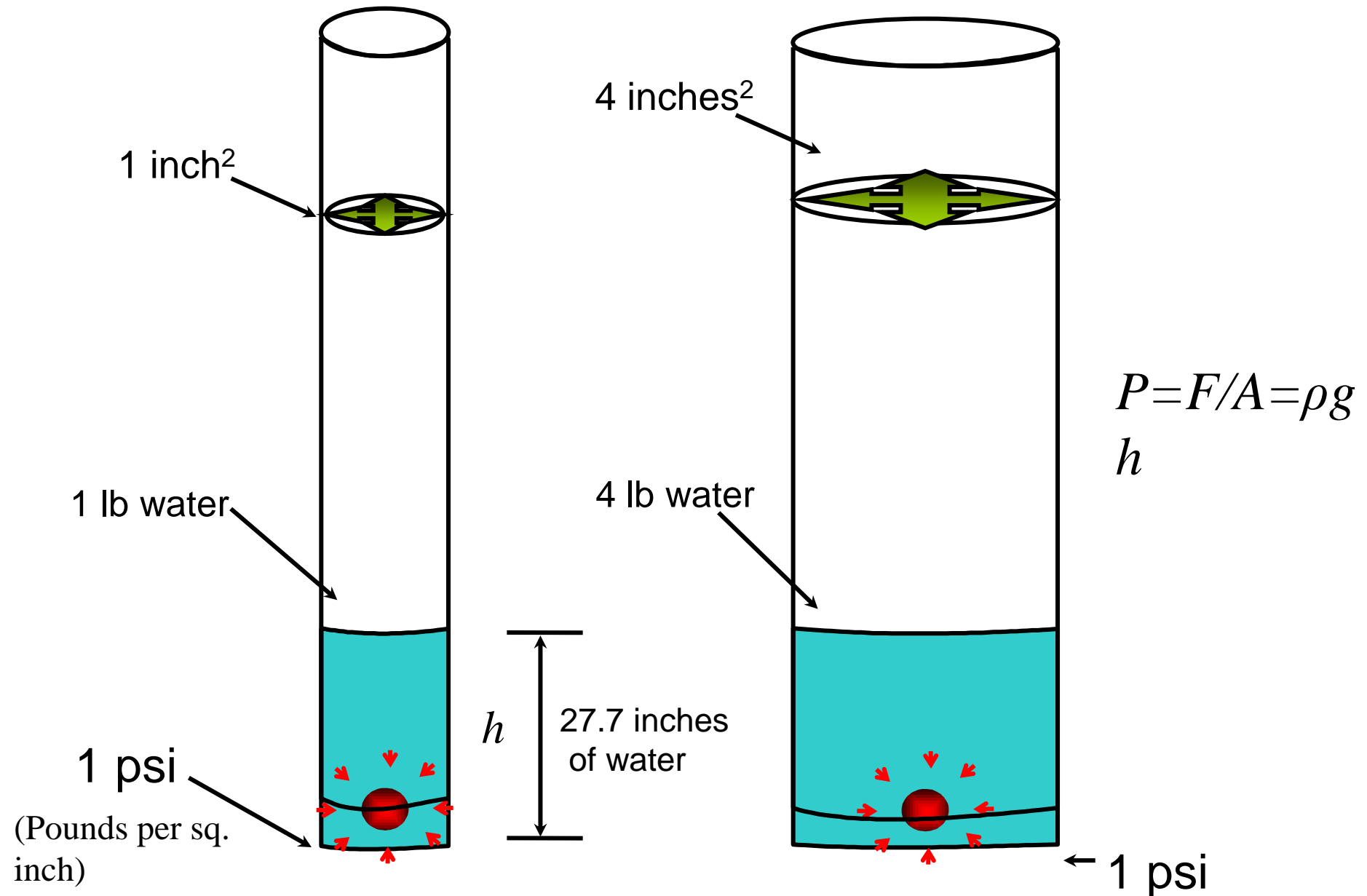
$$F = m \cdot a \quad F = \{L \cdot M \cdot T^{-2}\}$$

$$E = F \cdot l \quad E = \{L^2 \cdot M \cdot T^{-2}\}$$

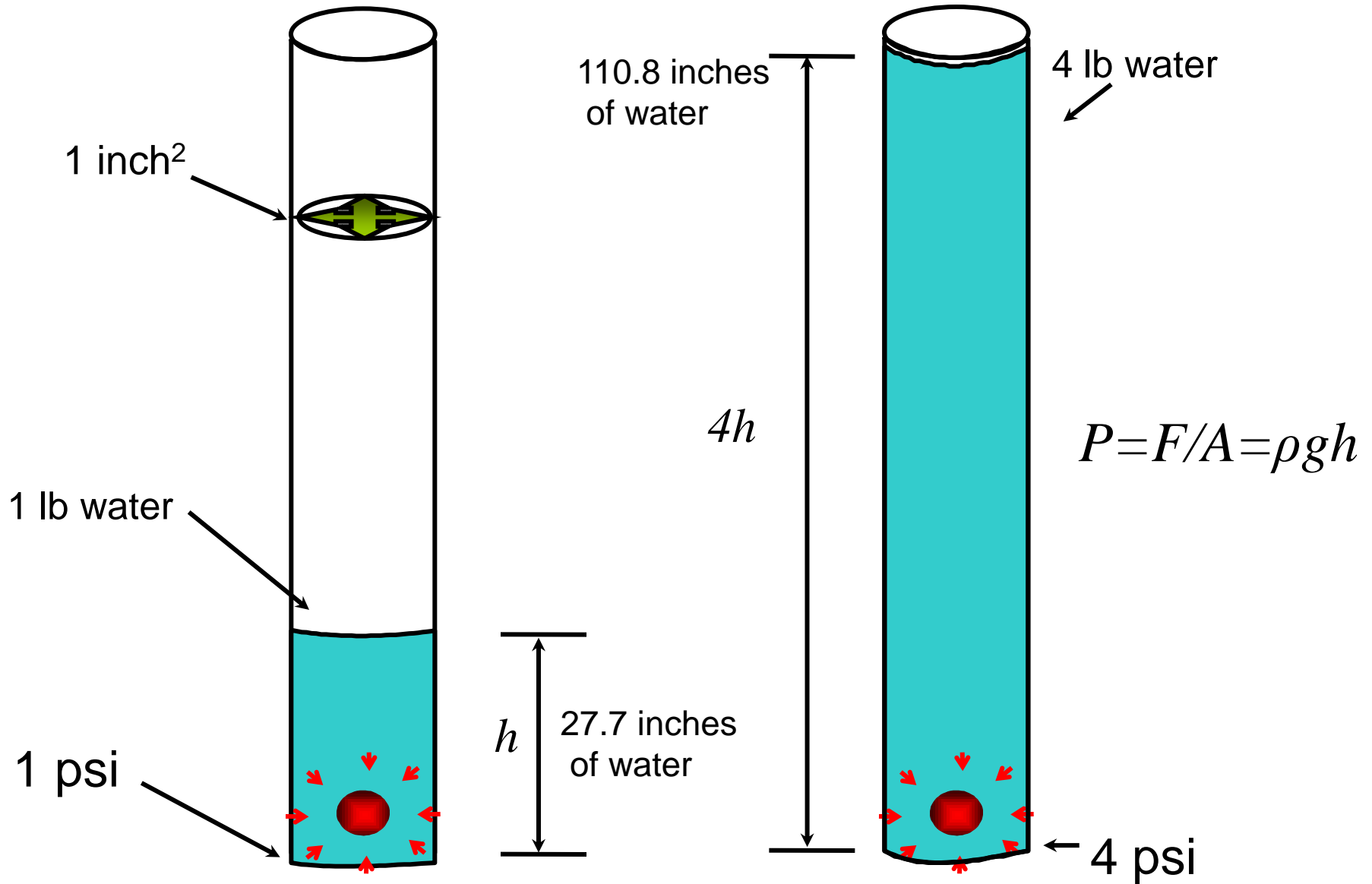
$$P = \frac{F}{A} \quad P = \{L^{-1} \cdot M \cdot T^{-2}\}$$

$$\frac{E}{V} = \frac{\{L^2 \cdot M \cdot T^{-2}\}}{\{L^3\}} = \{L^{-1} \cdot M \cdot T^{-2}\} = P$$

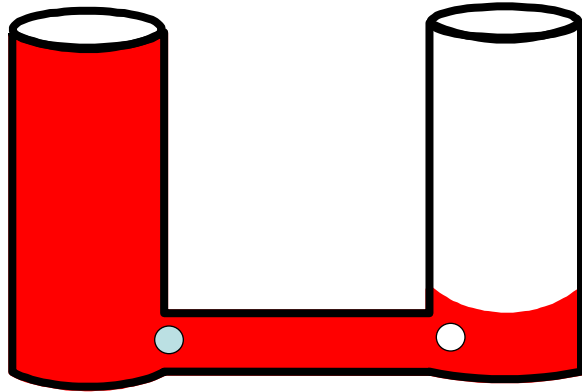
Υδροστατική πίεση



Υδροστατική πίεση



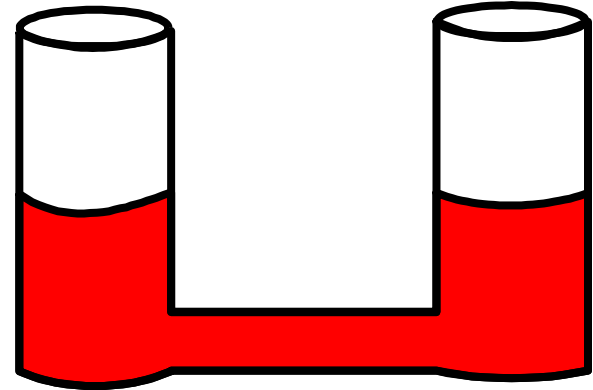
Δυναμική Ροής ($Q = \Delta P / R$)



P_1

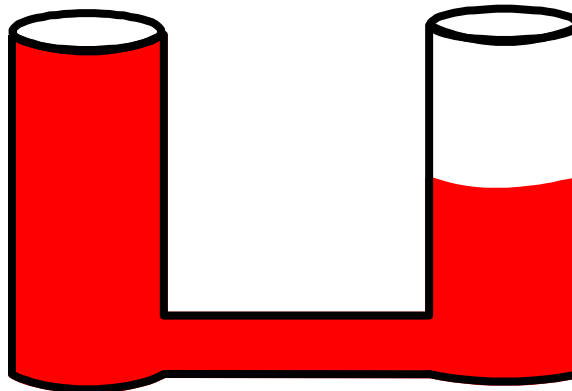
P_2

$Q = 10$
ml/s



h

$Q = 0$
ml/s

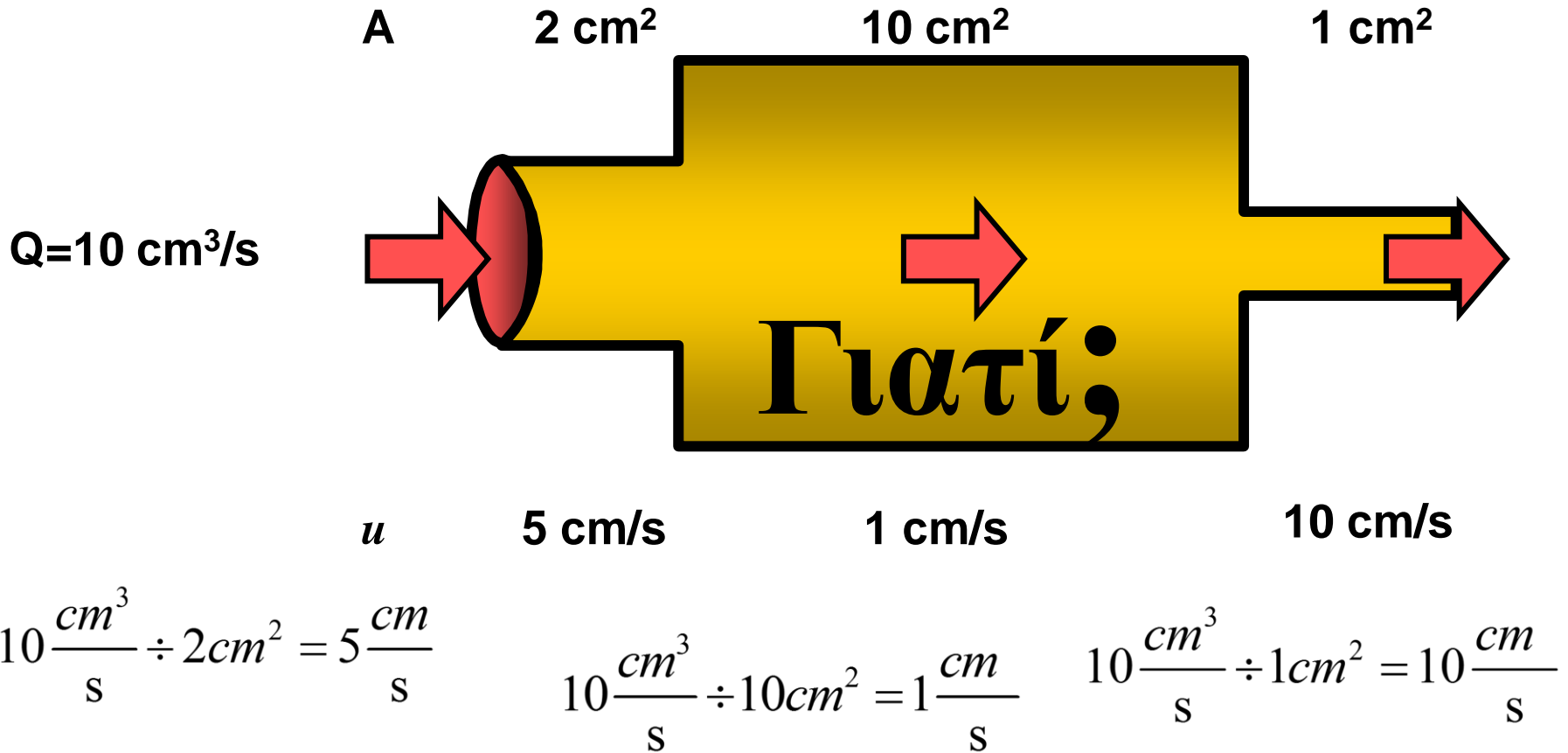


$h/2$

$$P = \rho gh$$

$Q = 5$ ml/s

Ροή σε κυλινδρικό αγωγό μεταβλητής διατομής



- Η ροή (Q) είναι σταθερή. Η μείωση (ή αύξηση) της διατομής του αγωγού αντισταθμίζεται με αλλαγές στην ταχύτητα ροής. Όμως η ενέργεια που απαιτείται για την διατήρηση της ροής είναι αντιστρόφως ανάλογη με την διατομή του αγωγού.

Διαχωριστικά Ανευρύσματα

- Viscous drags (οπισθέλκουσες δυνάμεις)

$$F_{drag} \propto \frac{\partial u}{\partial r}$$

- Χαλάρωση συνδέσμου ενδοθηλίου-μέσου χιτώνα με τον έξω χιτώνα



- Ρήξη χιτώνων

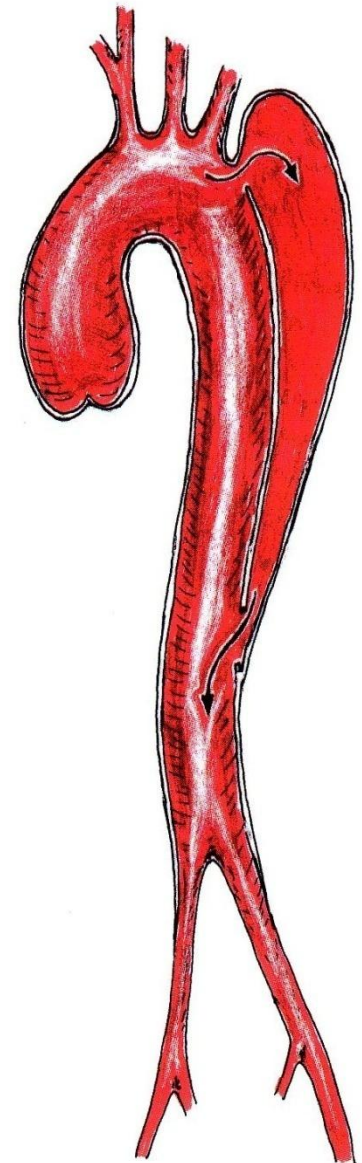


- Ενδοθηλιακά ρήγματα



- Διαχωριστικό ανεύρυσμα

- Παρατηρείται συνήθως στην θωρακική αορτή



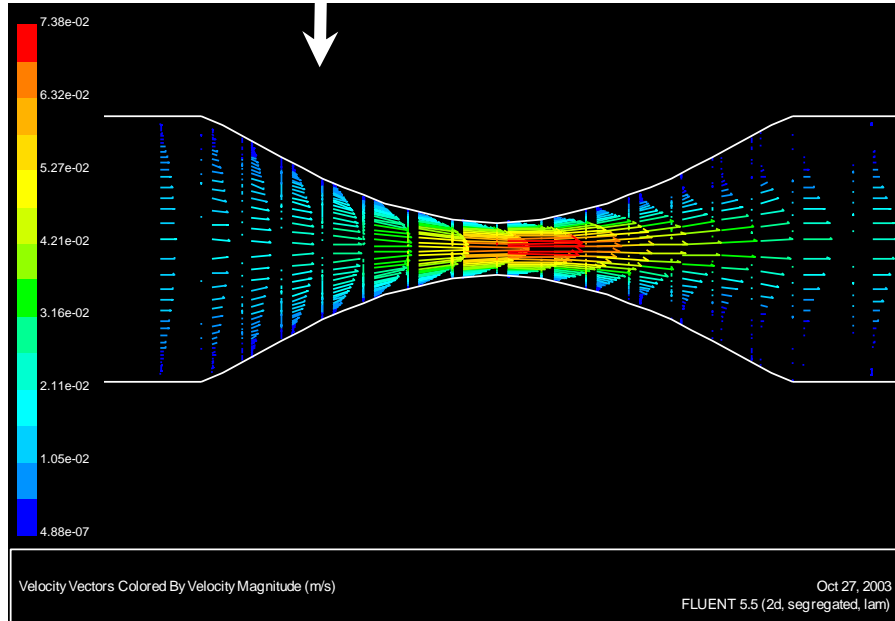
Αρχές Διατήρησης σε
Κινούμενα Ρευστά

Θεμελιώδεις αρχές μηχανικής ρευστών

- Διατήρηση μάζας (Εξίσωση Συνέχειας)
 - Διατήρηση της ενέργειας (Εξίσωση Bernoulli)
 - Διατήρηση της ορμής (Εξίσωση Navier Stokes)
- >> Κατά τη διάρκεια μιας μεταβολής η ολική μάζα, η ενέργεια και η ορμή ενός συστήματος παραμένουν σταθερές από την αρχική μέχρι την τελική φάση

Διατήρηση της μάζας

A_1, u_1



A_2, u_2



Η ποσότητα της μάζας η οποία εισέρχεται στο σύστημα στη μονάδα του χρόνου είναι ίση με αυτή που εξέρχεται

$$\left. \frac{dm}{dt} \right|_{x=1} = \left. \frac{dm}{dt} \right|_{x=2} \Rightarrow \rho \left. \frac{dV}{dt} \right|_{x=1} = \rho \left. \frac{dV}{dt} \right|_{x=2} \Rightarrow$$

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow \bar{u}_1 A_1 = \bar{u}_2 A_2 \Rightarrow \bar{u}_1 / \bar{u}_2 = A_2 / A_1$$

Εξίσωση συνέχειας (Continuity)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

Ασυμπίεστα
ρευστά

$\rho = \text{σταθ.}$

Εξίσωση συνέχειας - συμπεράσματα

- Αύξηση ταχύτητας ροής σε στένωση και μείωση ταχύτητας σε διάταση του αγγειακού αυλού
- Με χρήση της σχέσης

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow \bar{u}_1 A_1 = \bar{u}_2 A_2 \Rightarrow \bar{u}_1 / \bar{u}_2 = A_2 / A_1$$

→ από τη μέτρηση της διαμέτρου αυλού D και της μέσης ταχύτητας ροής u (π.χ. με χρήση υπερηχοτομογραφίας) μπορεί να υπολογιστεί (προσεγγιστικά) η αιματική ροή σε κάποιο αγγείο.

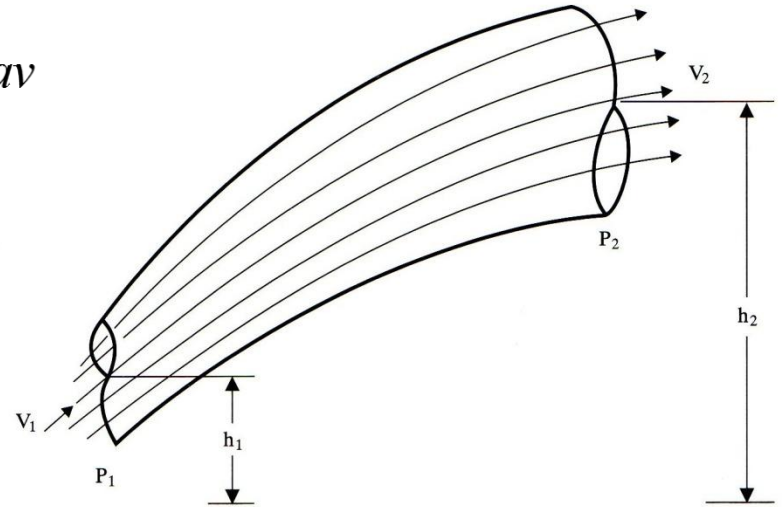
Διατήρηση της ενέργειας (Εξίσωση Bernoulli)

$$E_{tot} = E_{int} + E_{pres} + E_{kin} + E_{grav}$$
$$= E_{int}(T) + PV + \frac{1}{2}mu^2 + mgh$$

>> Γραμμή ροής (stream line)

Μια συνεχής γραμμή στο ρευστό της οποίας η εφαπτομένη σε κάθε σημείο έχει την κατεύθυνση του ρευστού στο σημείο αυτό

>> Για μη ιξώδη, σταθερή ροή, ασυμπίεστου ρευστού, η ολική ενέργεια αν μονάδα όγκου κατά μήκος μιας γραμμής ροής παραμένει σταθερή.

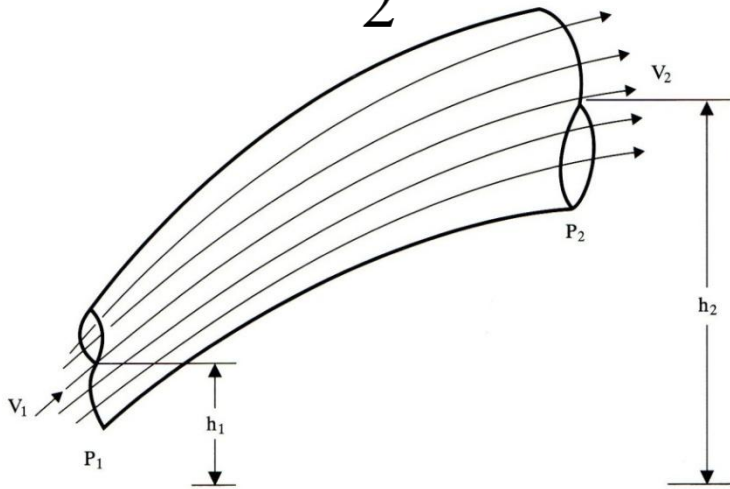


Διατήρηση της ενέργειας (Εξίσωση Bernoulli)

$$E_{tot1} = E_{tot2}$$

$$\frac{E_{int1}(T)}{m} + \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{1}{2}u_1^2 + gh_1 = \frac{E_{int2}(T)}{m} + \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{1}{2}u_2^2 + gh_2 \xrightarrow[\mu=0]{\rho_1=\rho_2=\rho}$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho u_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^2 + \rho gh_2 \quad P_{total} = P_{static} + P_{dynamic} = P + \frac{1}{2}\rho u^2$$



$$P + \frac{1}{2}\rho u^2 + \rho gh = const, \quad \frac{du}{dt} = 0$$

Δυναμική πίεση : Κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου του ρευστού

Ροή σε συμμετρική στένωση

P_1

P_2

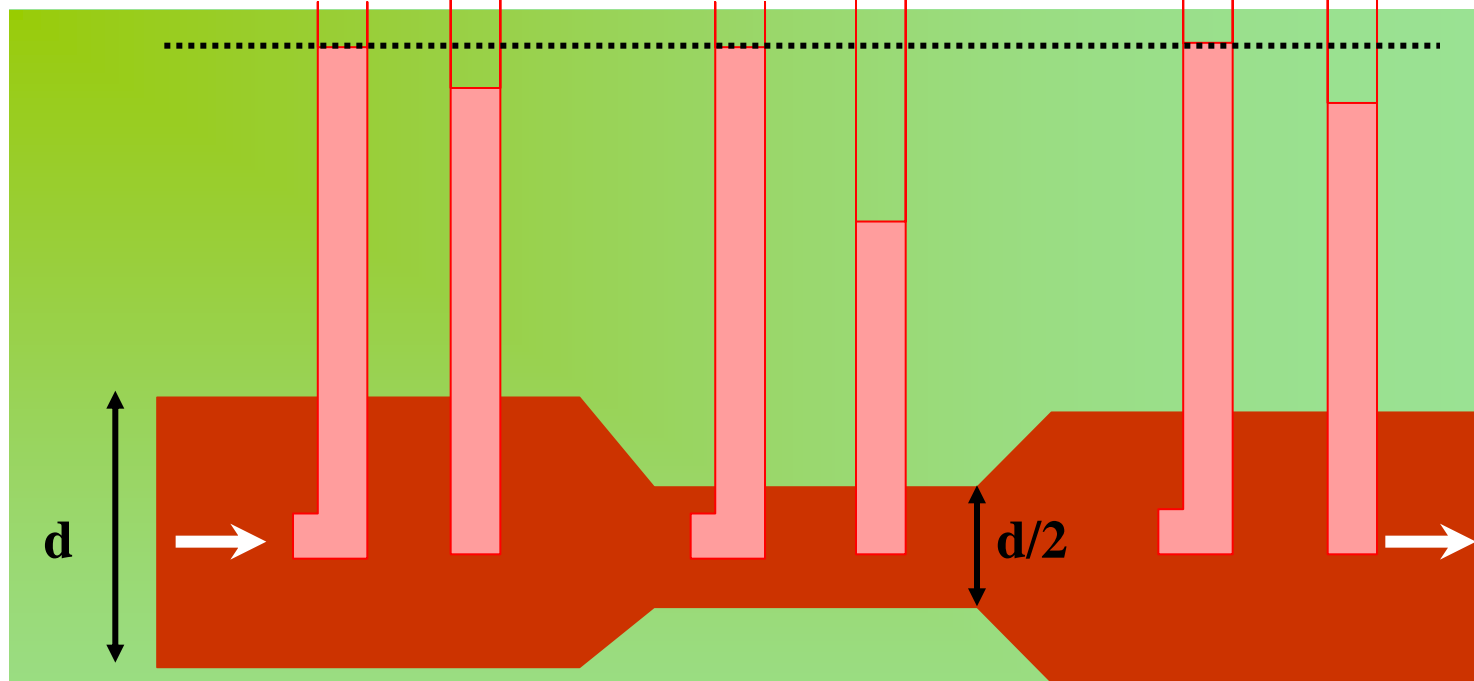
P_3

P_4

P_5

P_6

Μέτρηση
ενδαγγειακής
πίεσης με
καθετήρα



Διατήρηση
μάζας

$$u=1 \text{ m/s}$$

$$u=4 \text{ m/s}$$

$$u=1 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2} \rho u^2 = 3.8 \text{ mmHg}$$

$$60.8 \text{ mmHg}$$

$$3.8 \text{ mmHg}$$

Δυναμική πίεση

Διατήρηση
ενέργειας

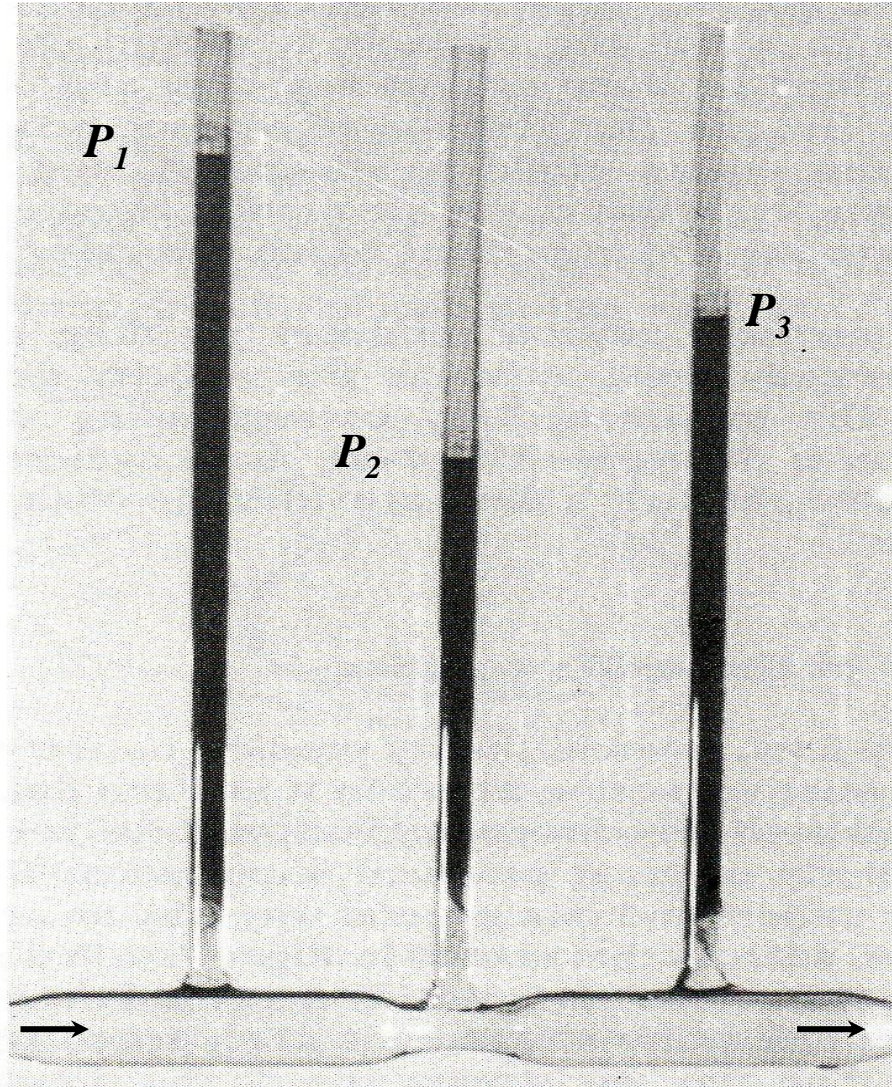
$$P_4 < P_2$$

$$P_6 = P_2$$

Δυναμική πίεση στο κυκλοφορικό σύστημα

- Αορτή – υψηλή στατική πίεση
 - Ανάπαυση $P_{dyn} \ll P_{tot}$
 - Άσκηση $P_{dyn} < P_{tot}$
- Μικρές αρτηρίες και φλέβες
 - $P_{dyn} \ll P_{tot}$
- Κοίλες φλέβες, Κόλποι, Πνευμονική αρτηρία
 - υψηλή ροή & χαμηλή στατική πίεση
 - $P_{dyn} < P_{tot}$

Venturi tube



$$Q_1 = Q_2 = Q_3$$

$$\bar{u}_1 < \bar{u}_2 > \bar{u}_3$$

$$P_1 > P_2 < P_3$$

$$P_1 > P_3$$

Ενεργειακές Απώλειες

Ιξώδης ροή



$$\Delta E = \left(P_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 + \rho g h_1 \right) - \left(P_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 + \rho g h_2 \right)$$

$$\xrightarrow{h_1=h_2, u_1=u_2} \Delta E = \Delta P = f \rho \frac{L}{d} \frac{u_1^2}{2} \quad \text{Εξίσωση Darcy}$$

f : Συντελεστής τριβής Moody

($f=64/\text{Re}$, laminar; $f=0.316/\text{Re}^{1/4}$, turbulent)

Διατήρηση της ορμής

2ος Νόμος του Νεύτωνα

$$\Sigma F = ma = m \frac{du}{dt} = \frac{d(mu)}{dt} = \frac{dM}{dt}$$

$$\rho \frac{du}{dt} = f^{pressure} + f^{gravity} + f^{viscous}$$

- Οι δυνάμεις (κλίσεις) πίεσης οδηγούν τη ροή
- Οι δυνάμεις ιξώδους τείνουν στην απόσβεση (damping) της κίνησης
- Οι εξωτερικές δυνάμεις (δυνάμεις μάζας) όπως η βαρύτητα μπορούν να θέσουν το ρευστό σε κίνηση

Εξίσωση Navier-Stokes

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho \left[v \frac{\partial v}{\partial x} + w \frac{\partial v}{\partial y} + u \frac{\partial v}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] + F_x$$

$\frac{\partial v}{\partial t}$: χρονική επιταχυνση

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

$\rho \left[v \frac{\partial v}{\partial x} + w \frac{\partial v}{\partial y} + u \frac{\partial v}{\partial z} \right]$: αδρανειακές δυνάμεις

$\mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right]$: δυνάμεις ιξωδους

$-\frac{\partial p}{\partial x}$: δυνάμεις πιεσης

F_x : εξωτερικές δυνάμεις

- Αναλυτική λύση μόνο σε ελάχιστες περιπτώσεις
- Χρήση αριθμητικών μεθόδων σε συνδυασμό με πειράματα για τα περισσότερα προβλήματα ροής

Σύστημα Εξισώσεων ροής

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

Εξίσωση συνέχειας
(continuity
equation)

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

Εξίσωση συνέχειας σε
ασυμπίεστα ρευστά

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

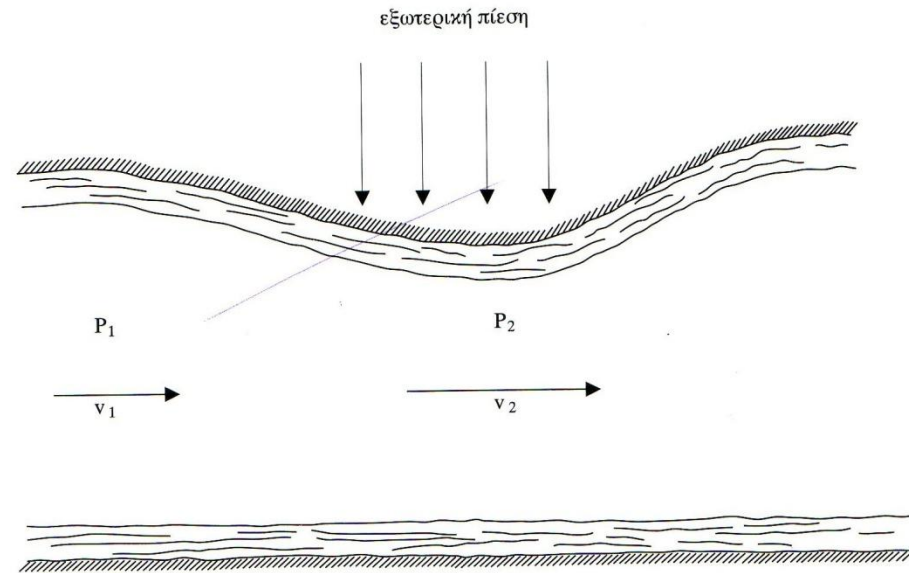
Καρτεσιανό ανάπτυγμα
εξίσωσης συνέχειας σε
ασυμπίεστα ρευστά

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \mathbf{F}$$

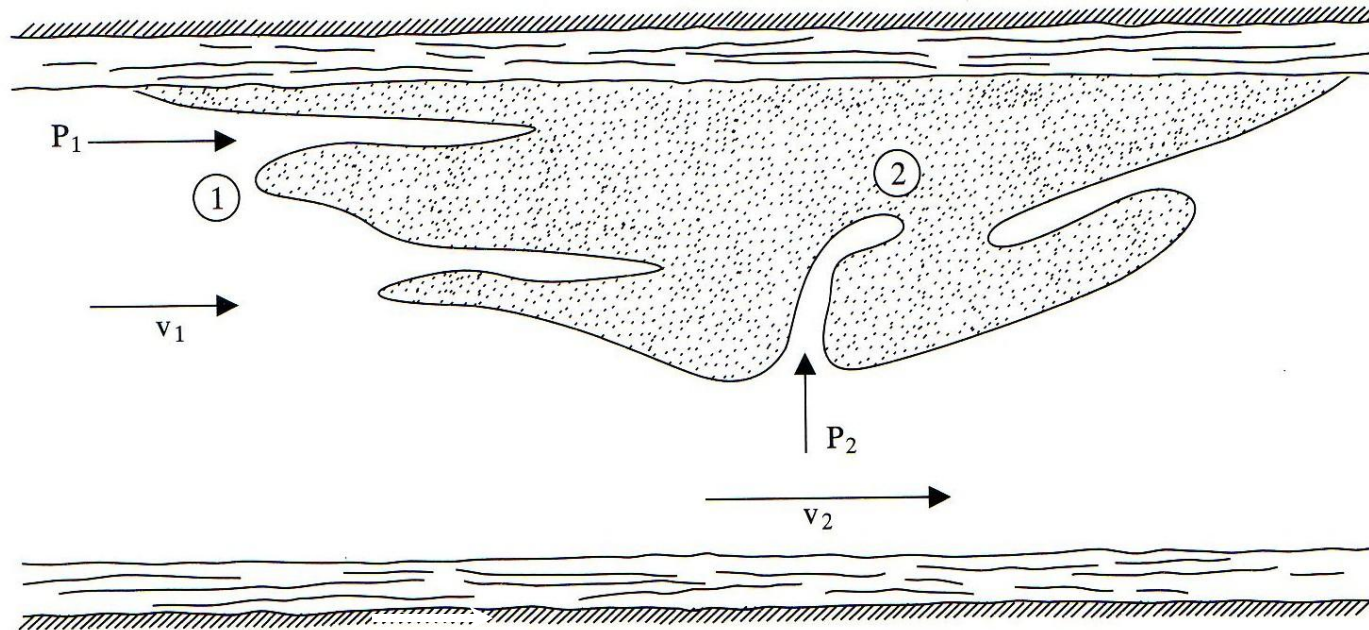
Εξίσωση
Navier- Stokes

Αγγειακός πτερυγισμός (flutter)

- Αύξηση εξωτερικής πίεσης ή ανάπτυξη αθηρωματικής πλάκας
- Στένωση
($r_2=1/3r_1$, $A_2\sim 1/9A_1$, $u_2\sim 9u_1$)
- Τοπική αύξηση δυναμικής και πτώση στατικής πίεσης στην στένωση
- Κατάρρευση τοιχώματος
- Διακοπή ροής
- Αύξηση στατικής πίεσης P_1
- Διάνοιξη απόφραξης



Αθηρωματική απόφραξη και εμβολή



$$u_1 \ll u_2$$

$$P_1 \gg P_2$$

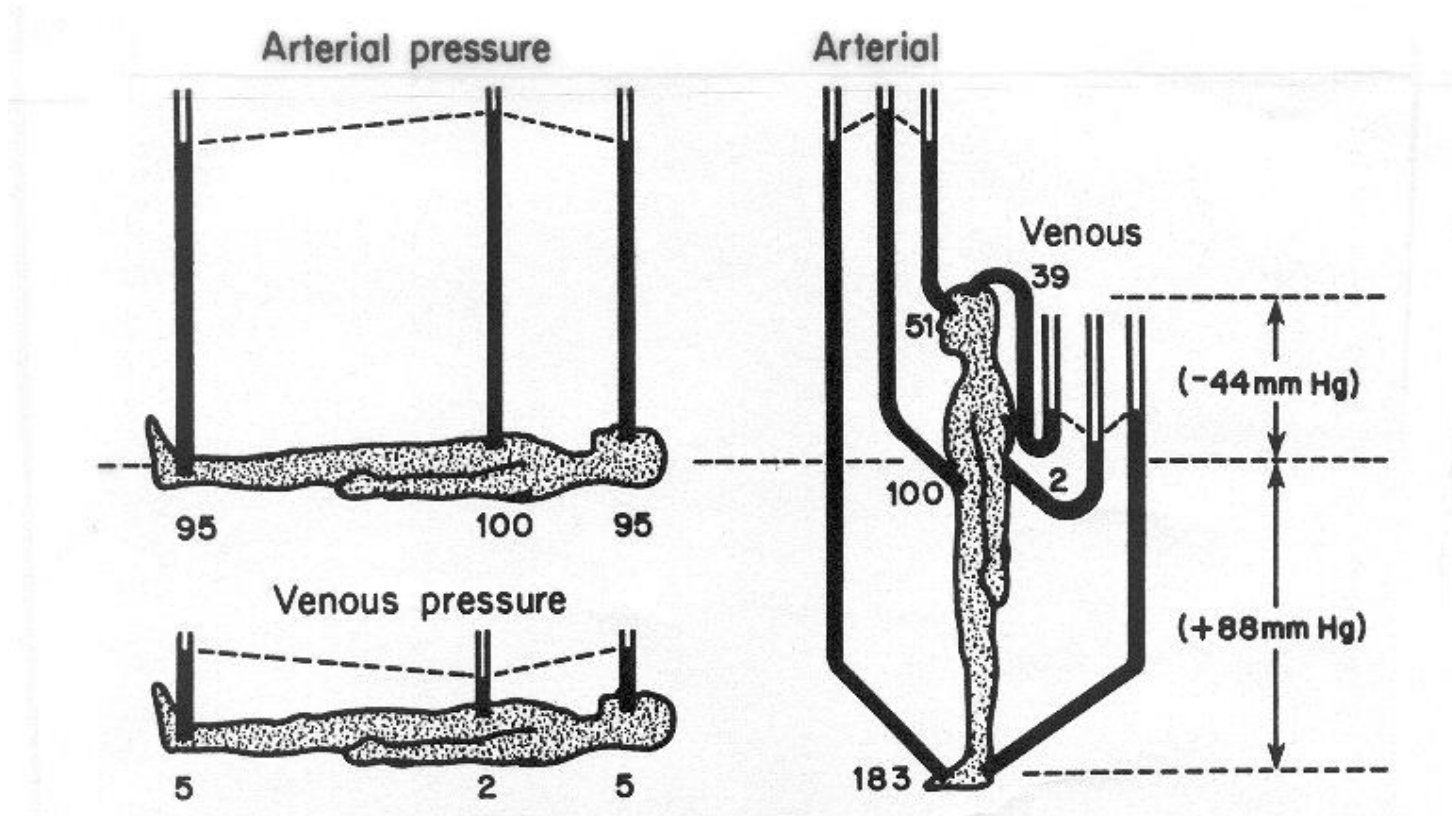
Ρήξη αθηρωματικού ιστού



Αθηρωματικά έμβολα

Αρτηριο-αρτηριακή
αθηρωματική εμβολή

Επίδραση υδροστατικής πίεσης στην κυκλοφορία



Ροή Υγρού σε
Αγωγό Κυκλικής Διατομής

Είδη ροής

- Στρωτή (laminar)

Οι δυνάμεις ιξώδους δεν είναι αμελητέες σε σχέση με τις δυνάμεις αδράνειας. Το ρευστό κινείται ομοιόμορφα σε στοιβάδες.

- Διαταραγμένη Στρωτή (disturbed laminar)

Η ροή εμφανίζει στροβιλισμούς (vortices) αλλά διατηρεί συνεκτικές δομές (coherent structures).

- Τυρβώδης (turbulent)

Οι δυνάμεις ιξώδους έχουν μικρή συμμετοχή στη διαμόρφωση της ροής.

Εμφάνιση τοπικών περιδυνίσεων (local eddies). Η κίνηση των σωματίων του ρευστού αποκτά μια ακανόνιστη και χαοτική συνιστώσα επιπλέον της μέσης ροής η οποία περιγράφεται με μέσες τιμές πίεσης και ταχύτητας.

Αριθμός Reynolds

Re=αδρανειακές δυνάμεις / ιξώδεις δυνάμεις

$$\text{Re} = \frac{\rho u \frac{\partial u}{\partial x}}{\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}} \cong \frac{\rho u \frac{u}{d}}{\mu \frac{u}{d^2}} = \frac{\rho u d}{\mu} = d \frac{u}{\nu}$$

ρ : πυκνότητα ρευστού

μ : συντελεστής ιξώδους

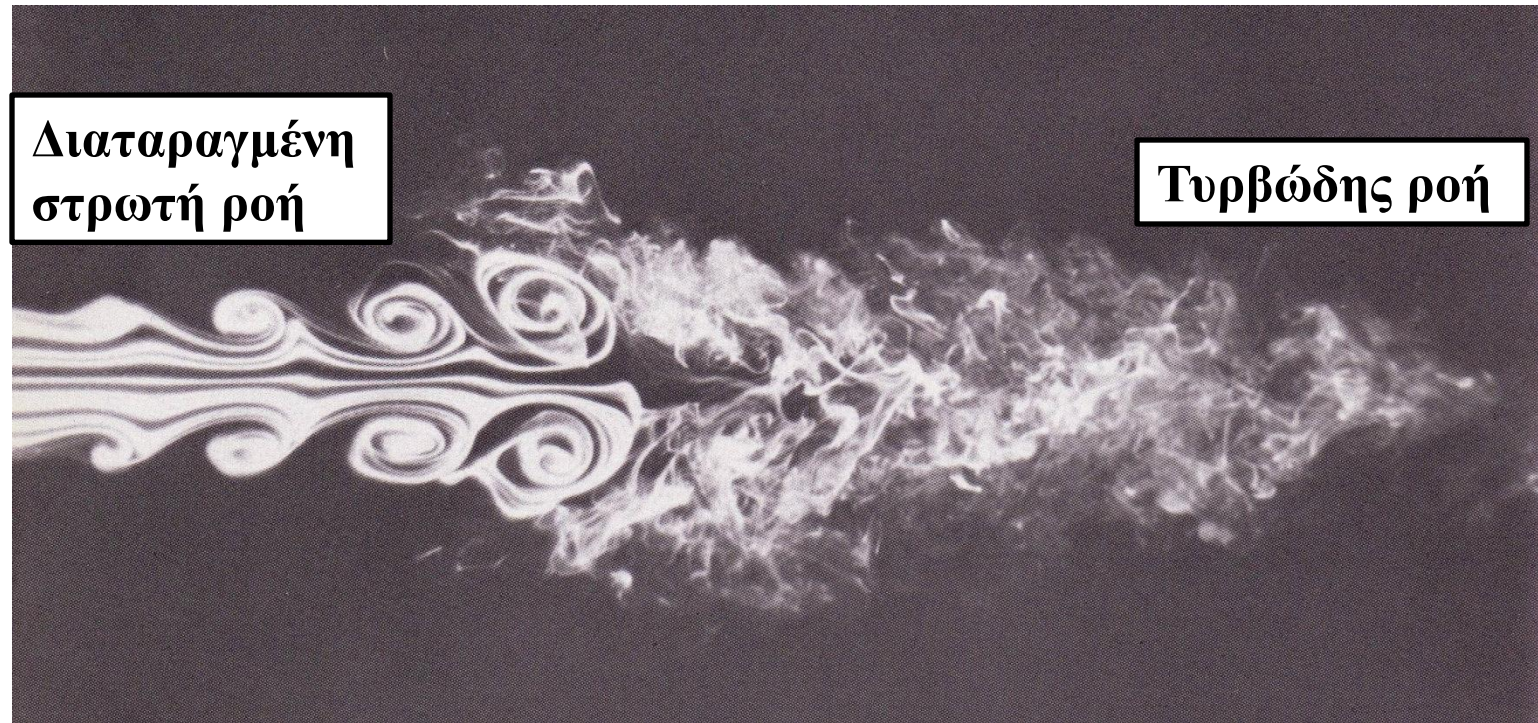
ν : κινηματικό ιξώδες

x : συνιστώσα για την οποία εφαρμόζεται η σχέση

u : μέση ταχύτητα ροής

Κρίσιμη τιμή αριθμού Reynolds – Τυρβώδης ροή

- Μετά από στενωτική βαλβίδα (φύσημα εξώθησης)
- Μετά από αρτηριακές στενώσεις
- Στην ανιούσα αορτή κατά την φάση μέγιστης συστολικής εξώθησης

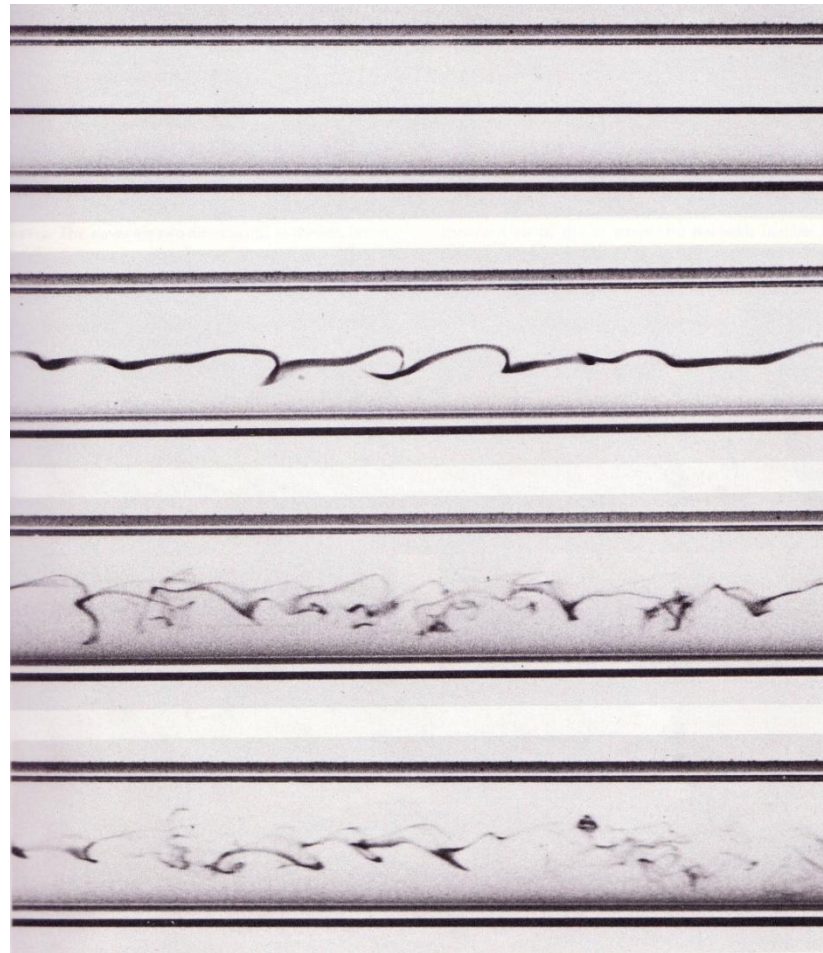


Η χαρακτηριστική τιμή Re στην οποία η στρωτή ροή μετατρέπεται σε τυρβώδης ονομάζεται κρίσιμη

Κρίσιμη τιμή αριθμού Reynolds – Τυρβώδης ροή

Το πείραμα του Reynolds (1883)

Στρωτή ροή

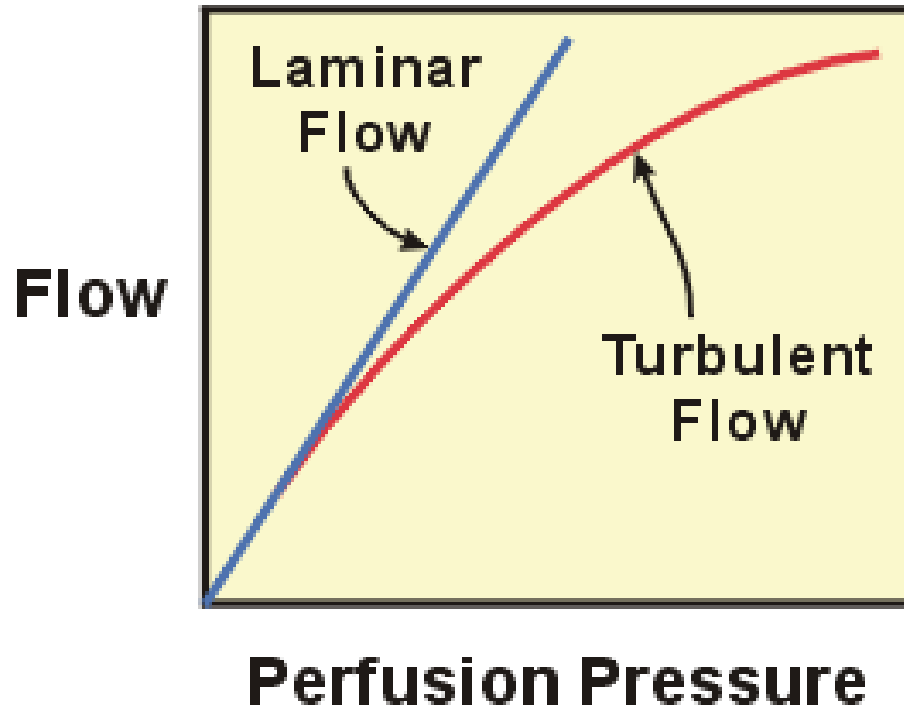


Διαταραγμένη
ροή

Τυρβώδης
ροή

Διοχέτευση
από λεπτό
ακροφύσιο
μελανής μέσα
σε γυάλινο
κυλινδρικό
σωλήνα

Τυρβώδης ροή και ενεργειακές απώλειες



- Η ανάπτυξη τύρβης ελαττώνει την ροή για μια δεδομένη πίεση αιμάτωσης (αυξημένες ενεργειακές απώλειες).

Dr. Jean Léonard Marie Poiseuille (1797-1869)



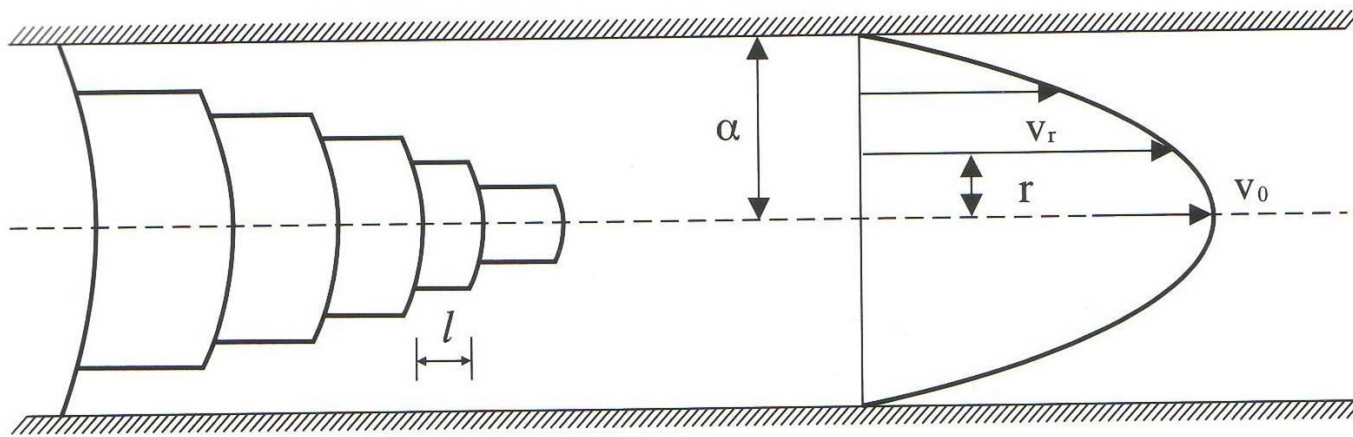
$$R = \frac{\Delta P}{Q} = \frac{P_1 - P_2}{Q} = \frac{8\mu l}{\pi\alpha^4}$$

Ομοιότητα (Similitude)

- Υπό όμοιες γεωμετρικές συνθήκες τα υγρά τα οποία έχουν τον ίδιο αριθμό Re (και παράμετρο $Womersley$ αν πρόκειται για χρονικά μεταβαλλόμενη ροή) εμφανίζουν σύμμετρη δυναμική συμπεριφορά

Νόμος Poiseuille

- Στρωτή ροή, αμετάβλητη στο χρόνο, πλήρως ανεπτυγμένη, ευθυτενής κυλινδρικής διατομής αγωγός με άκαμπτα τοιχώματα, Νευτώνειο ρευστό

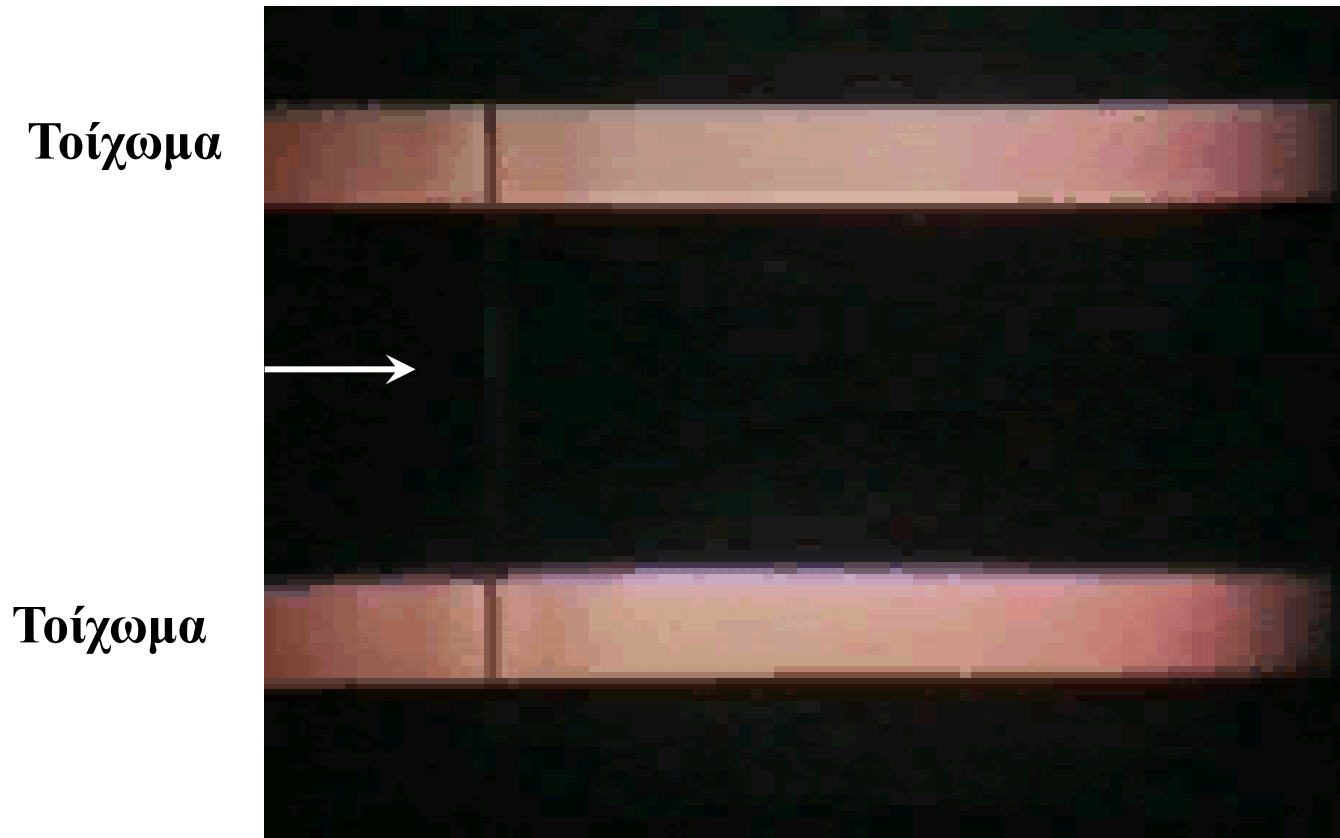


$$u_r = u_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)$$

$$\Delta P = P_1 - P_2 = Q \frac{8\mu l}{\pi a^4}$$

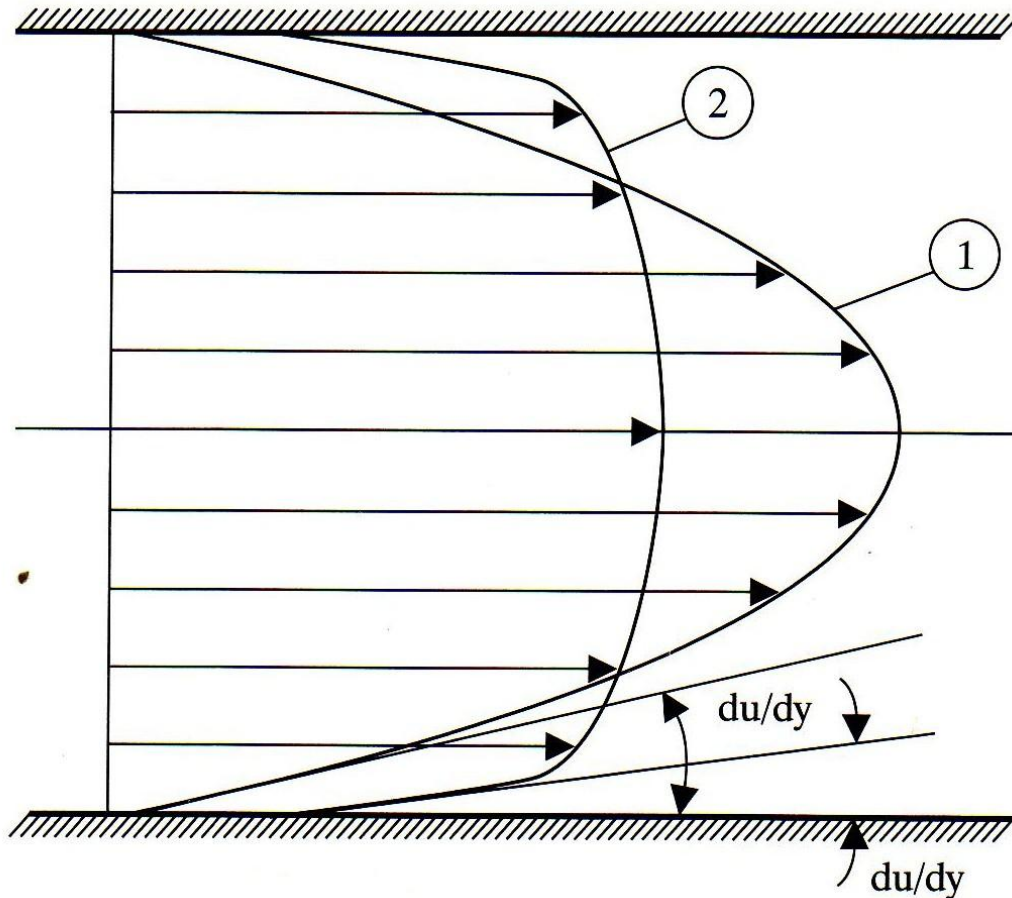
$$R = \frac{\Delta P}{Q} = \frac{8\mu l}{\pi a^4}$$

Ροή μεταξύ παράλληλων πλακών



Νόμος Poiseuille

Κατανομή $u(r)$ σε ευθυτενή αγωγό κυκλικής διατομής

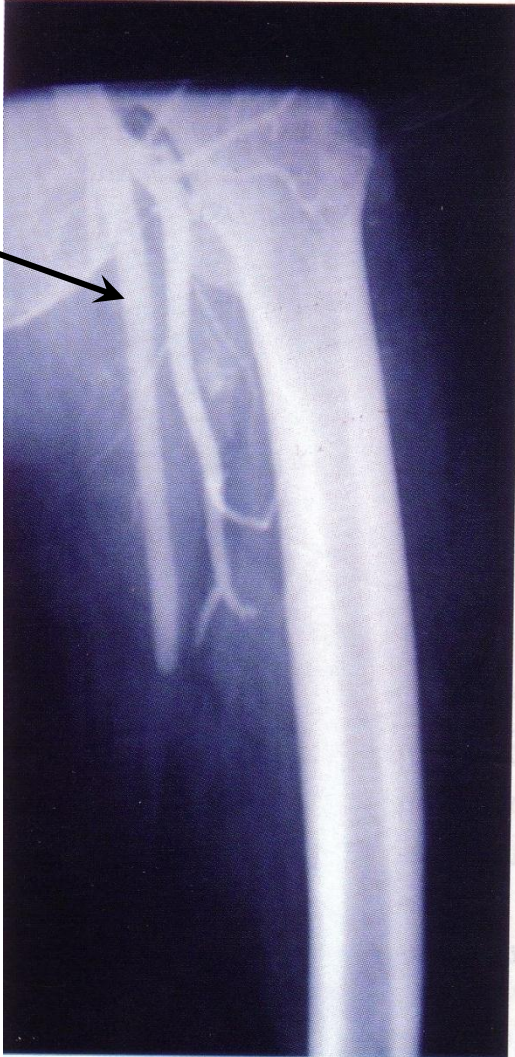
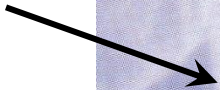


1) Στρωτή ροή

2) Τυρβώδης ροή

Νόμος Poiseuille

Επιπολής
μηριαία
αρτηρία



(α)



(β)



(γ)

Νόμος Poiseuille - Υδραυλική Αντίσταση Ροής (R)

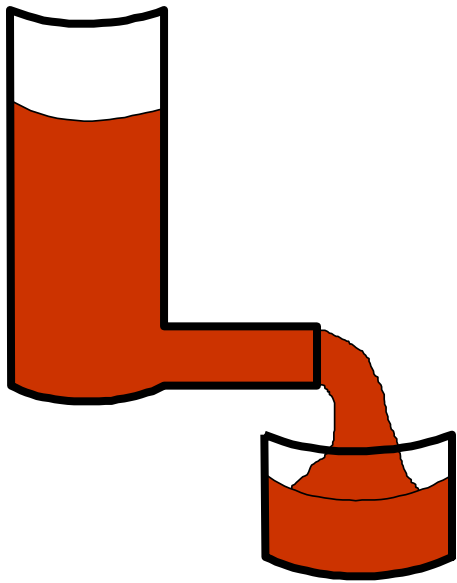
$$Q = \frac{\Delta P}{R}$$

$$R = \frac{8 \mu l}{\pi r^4}$$

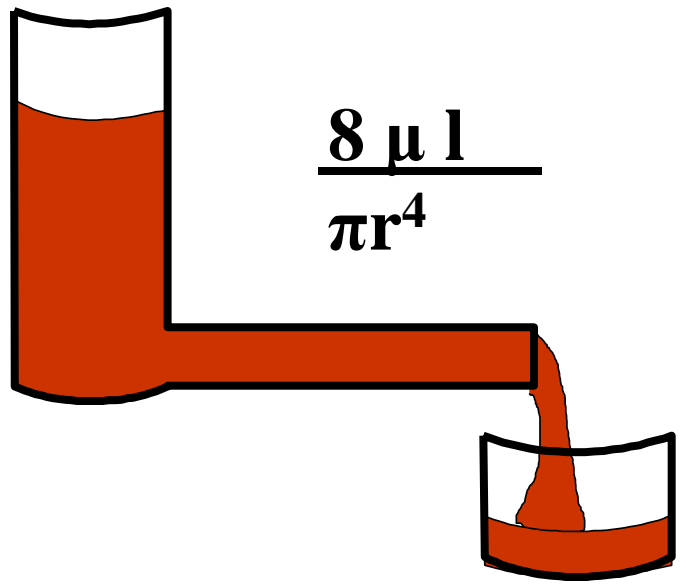
$$Q = \frac{\Delta P \pi r^4}{8 \mu l}$$

$$\Delta P = \frac{Q 8 \mu l}{\pi r^4}$$

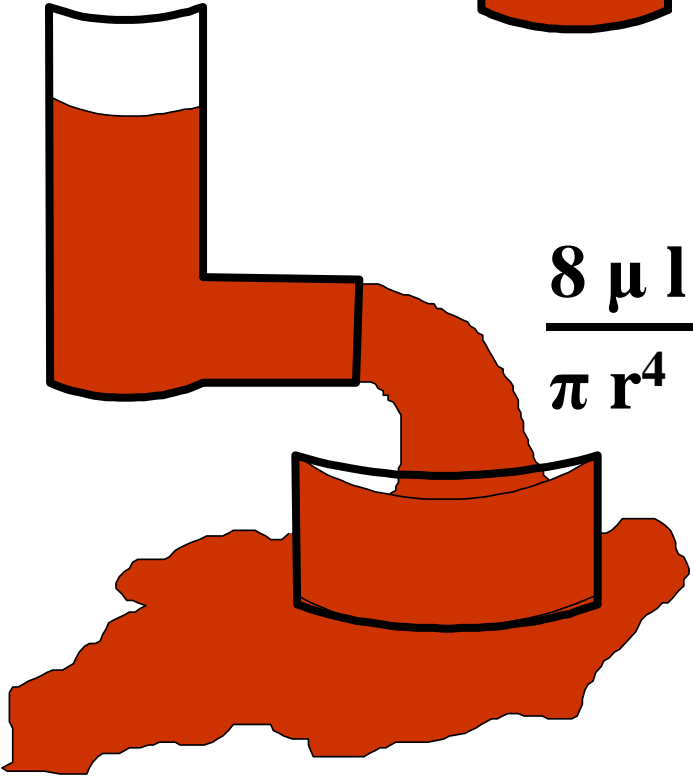
$$\frac{\delta \mu l}{\pi r^4}$$



$$\frac{\delta \mu l}{\pi r^4}$$



$$\frac{\delta \mu l}{\pi r^4}$$

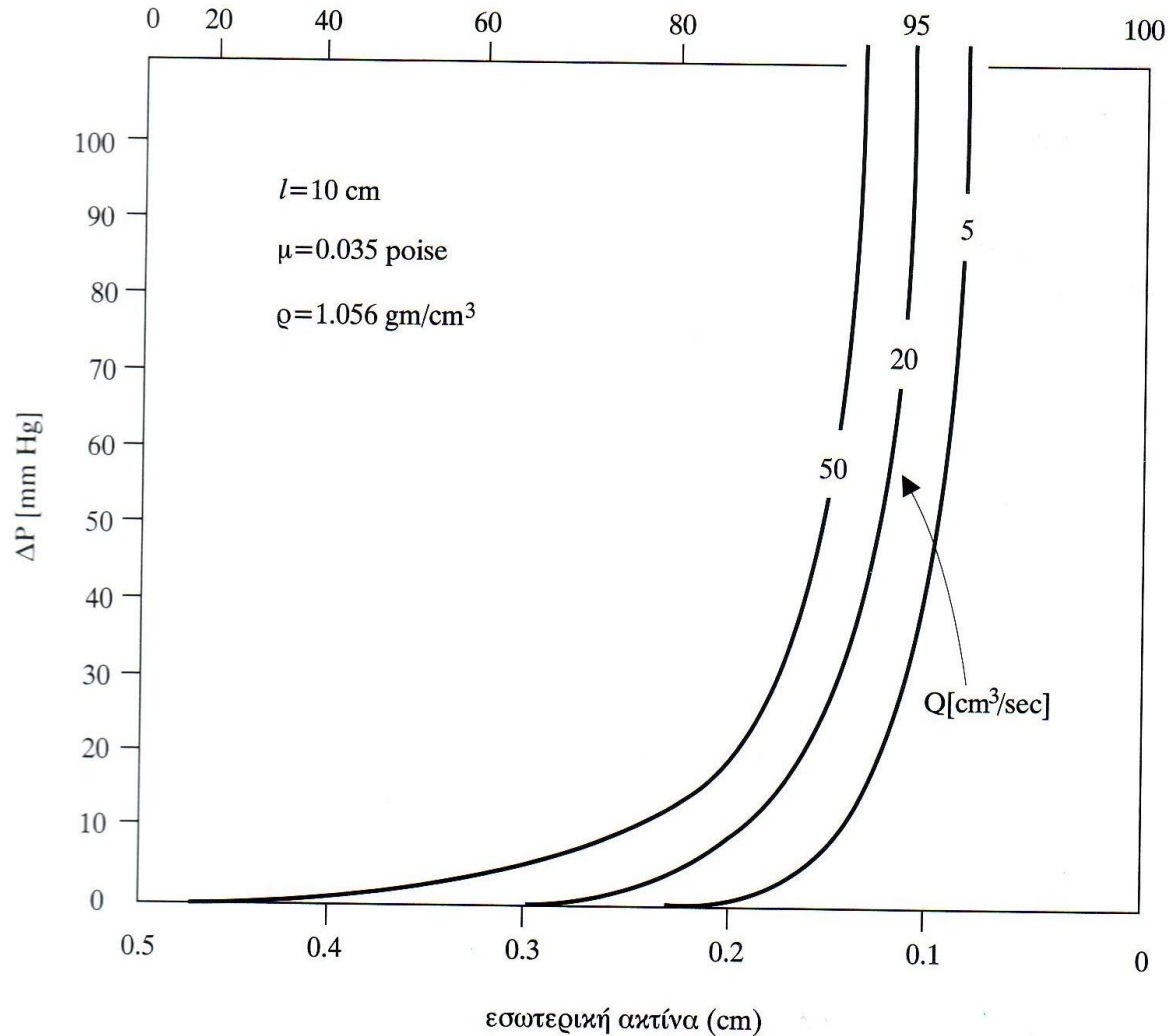


$$\frac{\delta \mu l}{\pi r^4}$$



Νόμος Poiseuille

στένωση (%)



Τμήμα λαγόνιας αρτηρίας 10 cm

Φυσιολογικές αποκλίσεις από το νόμο Poiseuille

- Το αίμα δεν είναι Νευτώνειο ρευστό (αποτελεί αιώρημα μικροσωματιδίων στο πλάσμα - μικροκυκλοφορία)
- Η αιματική ροή εξαρτάται από το χρόνο
- Η κατανομή της ταχύτητας στα αγγεία σε πολλές περιπτώσεις δεν είναι παραβολική
- Τα τοιχώματα των αγγείων είναι ελαστικά

Παρόλα αυτά

Αποτελεί μια προσεγγιστική ποσοτική περιγραφή της συσχέτισης των παραμέτρων αιματικής ροής P , Q , R στη μεγαλοκυκλοφορία

Υδραυλική αντίσταση- Ρευστοδυναμικό ανάλογο του νόμου του Ohm

Νόμος του Ohm: $I=V/R$

I = ρεύμα (ηλεκτρική ροή)

V = τάση (ηλεκτρική δυναμική ενέργεια)

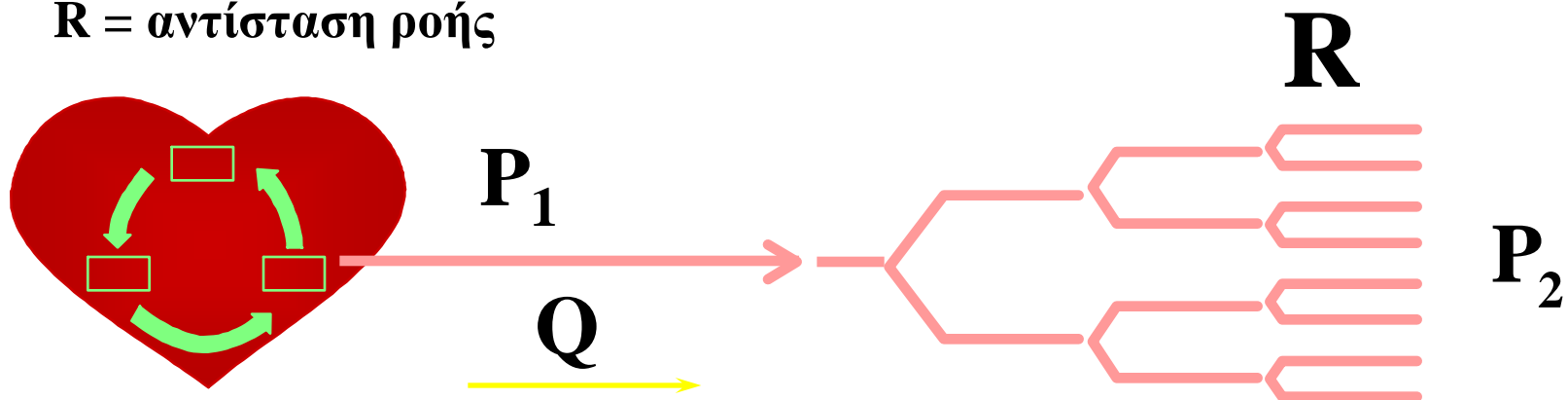
R = αντίσταση ροής

Στη μηχανική ρευστών: $Q=P/R$

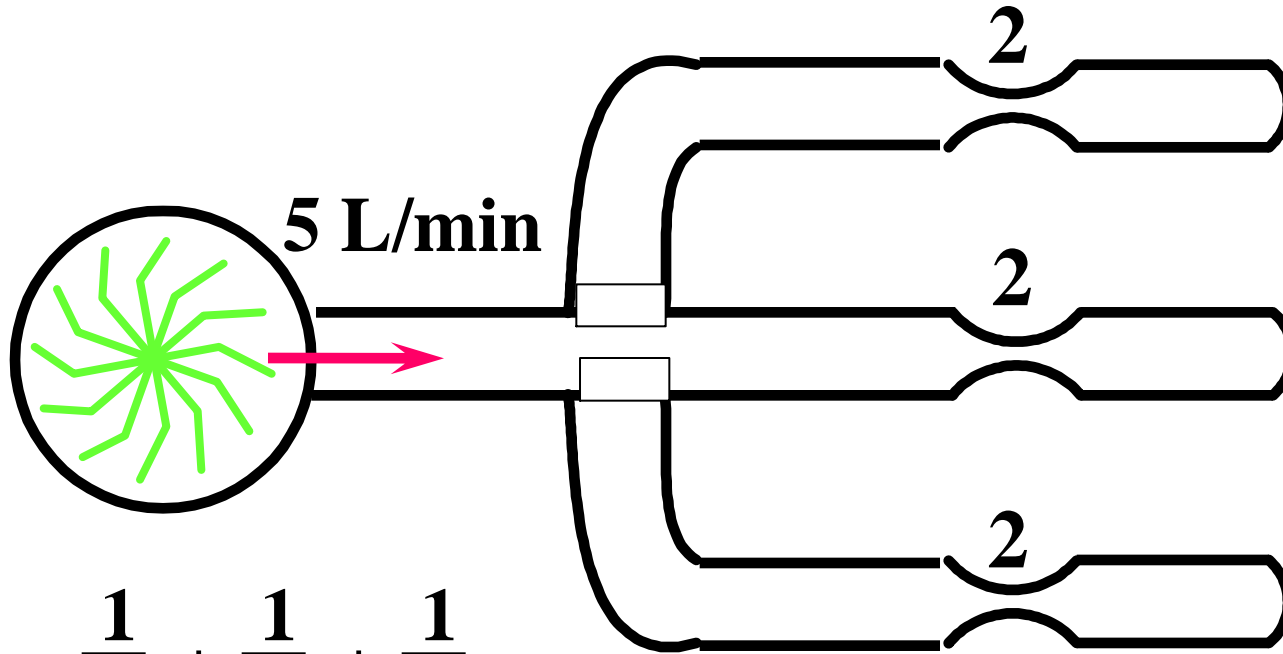
Q = ροή ρευστού (αίματος)

P = πίεση (δυναμική ενέργεια)

R = αντίσταση ροής



Αντιστάσεις τοποθετημένες παράλληλα



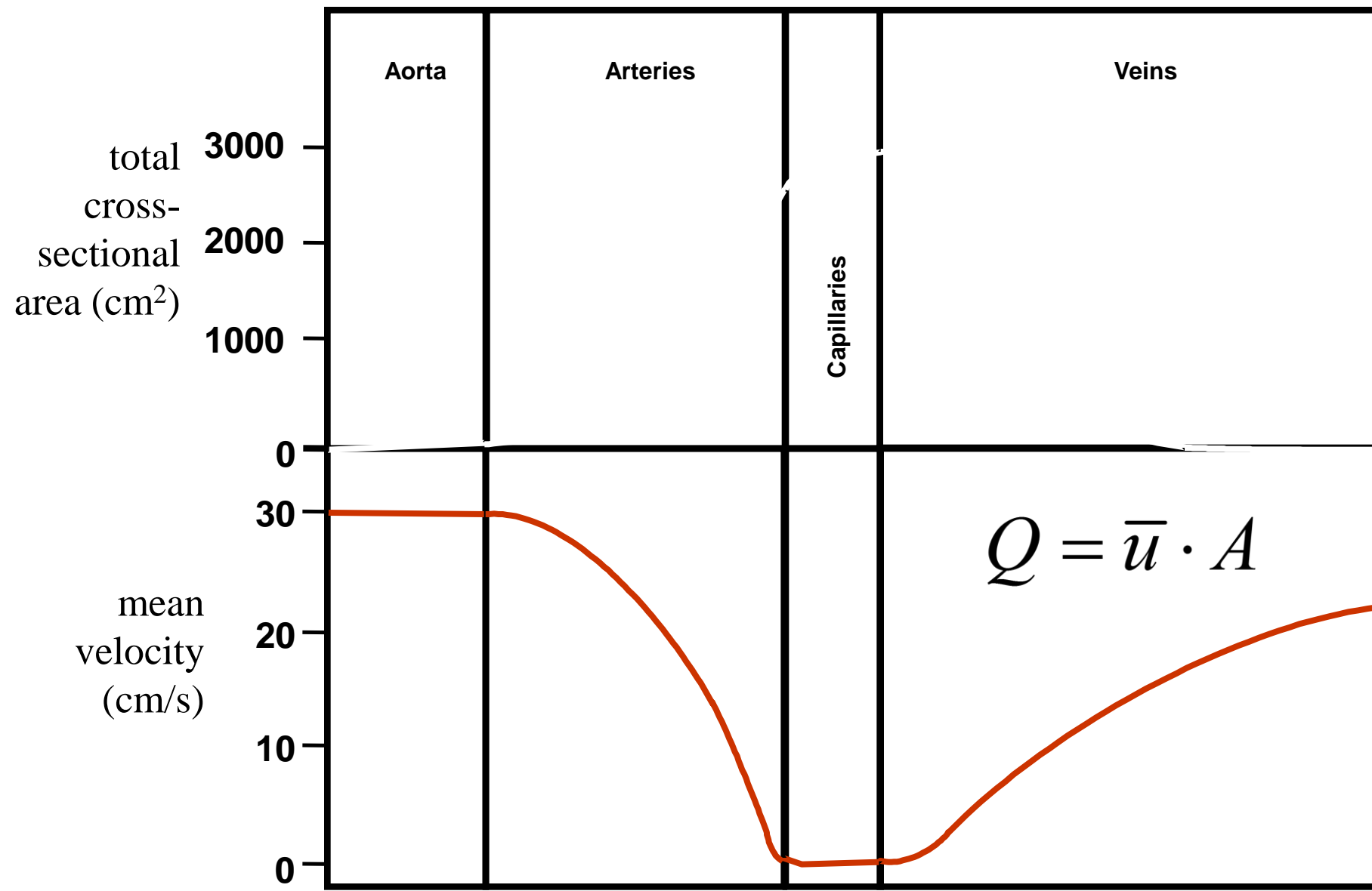
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_n}$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad R_T = \frac{2}{3}$$

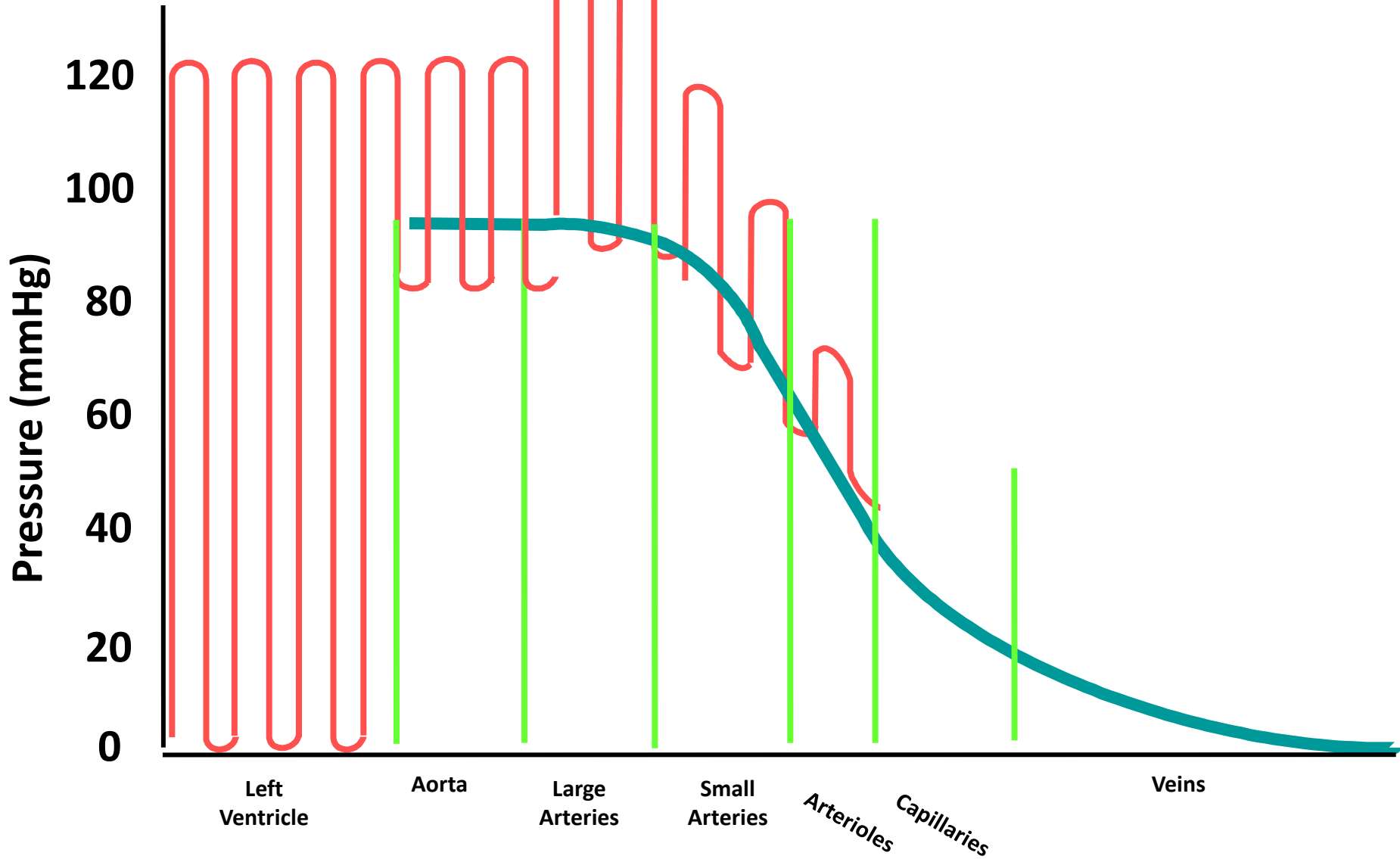
Πλεονεκτήματα παράλληλης διάταξης αντιστάσεων

- Ολική αντίσταση μικρότερη από την αντίσταση οποιασδήποτε αντίστασης χωριστά
- Η επίπτωση αλλαγών στην αντίσταση μερικών αγγειακών κοιτών στην πίεση ελαχιστοποιείται

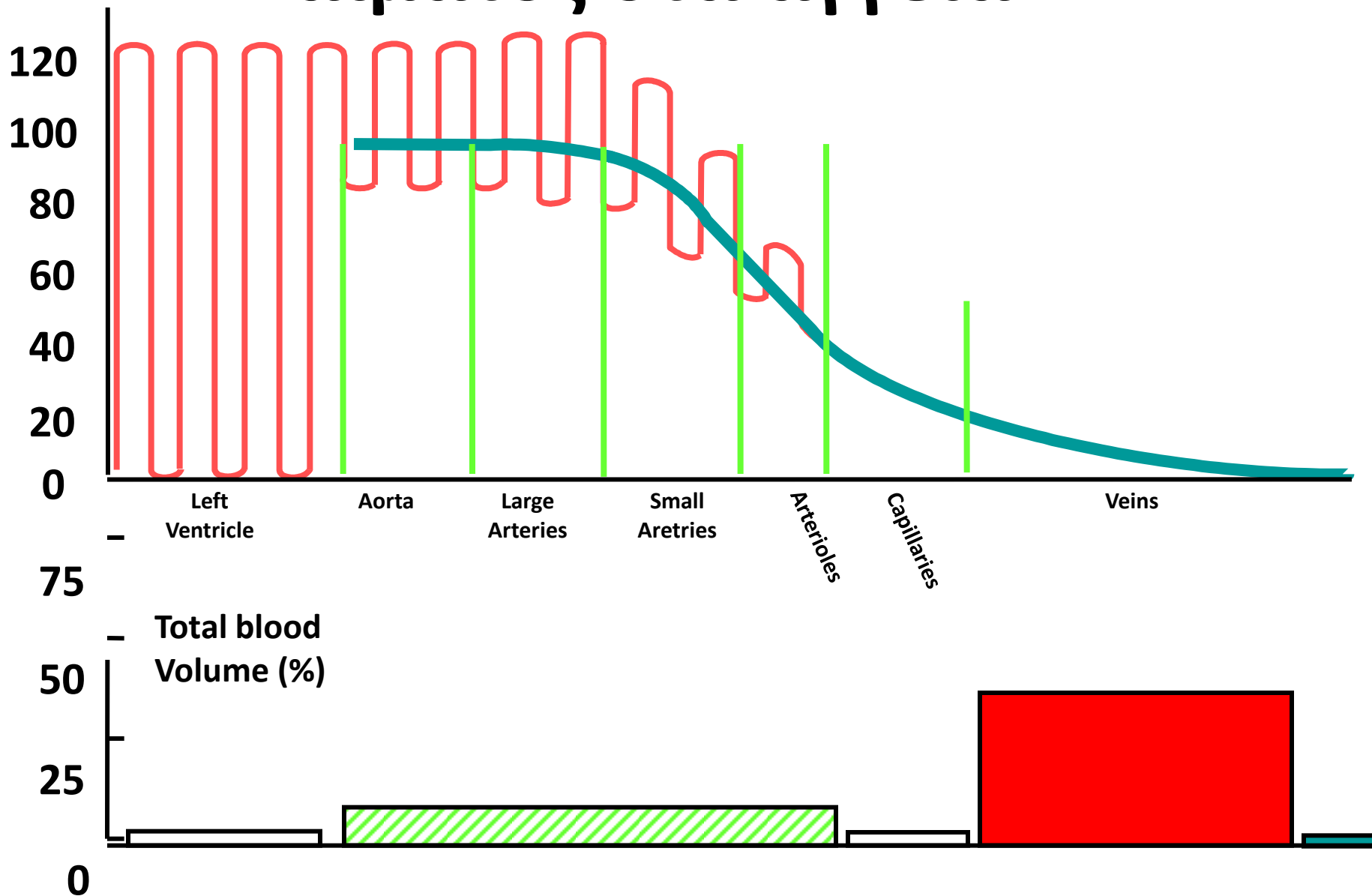
Διατομές και μέση ταχύτητα ροής στο αγγειακό σύστημα



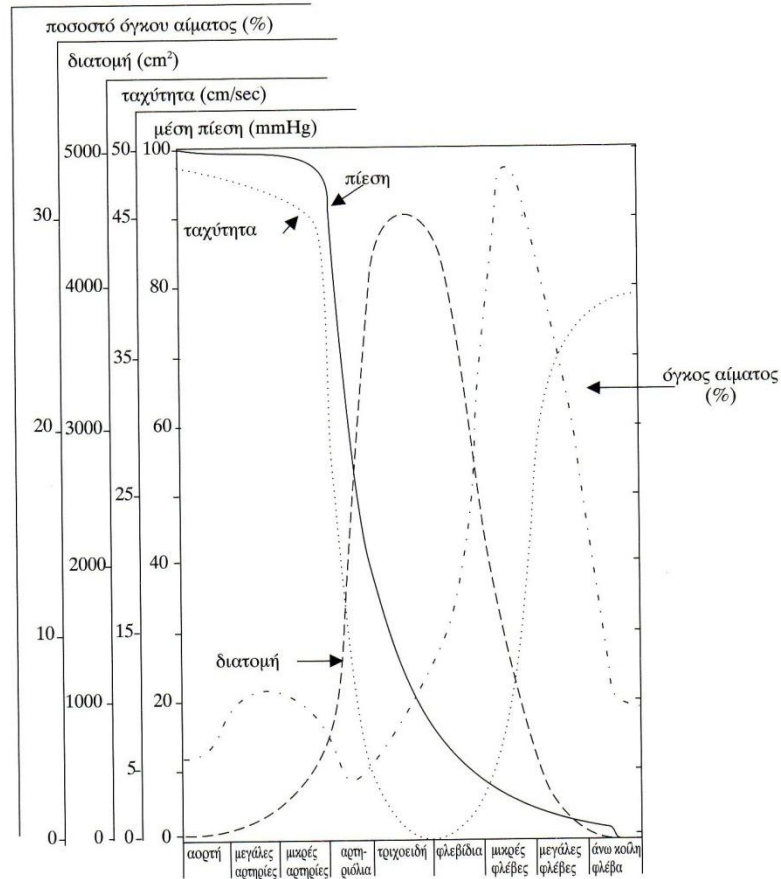
Κατανομή πίεσης στο αγγειακό σύστημα



Κατανομή πίεσης και όγκου αίματος στα αγγεία



Κατανομή πίεσης και όγκου αίματος στα αγγεία

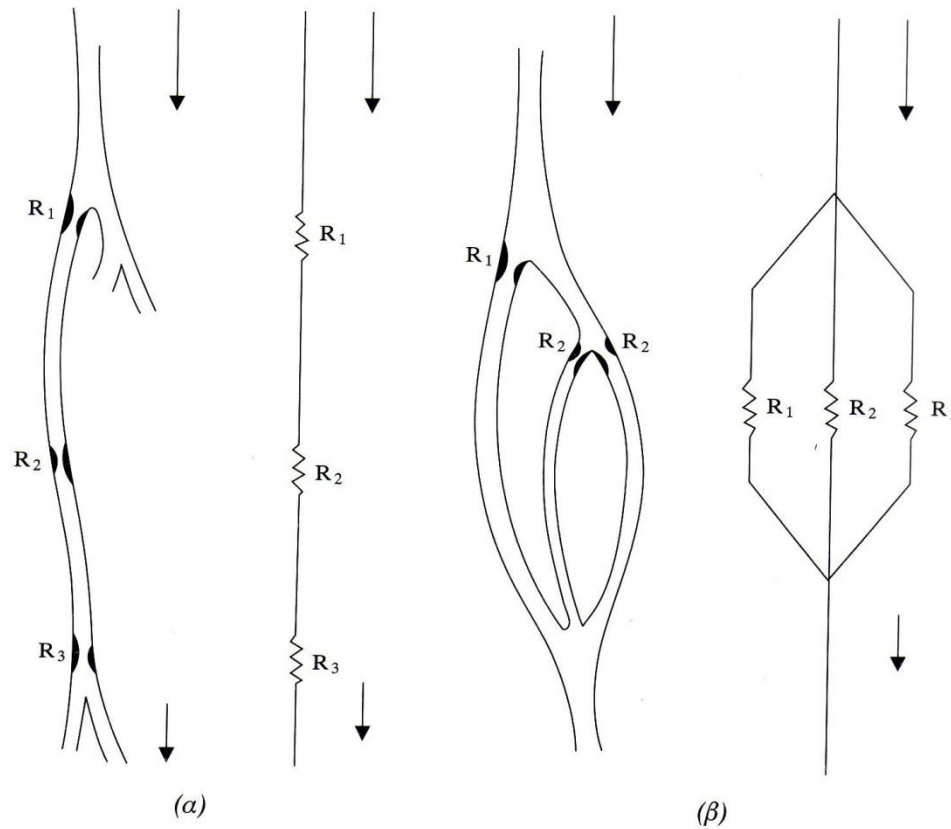


Κύριες αντιστάσεις του κυκλοφορικού συστήματος

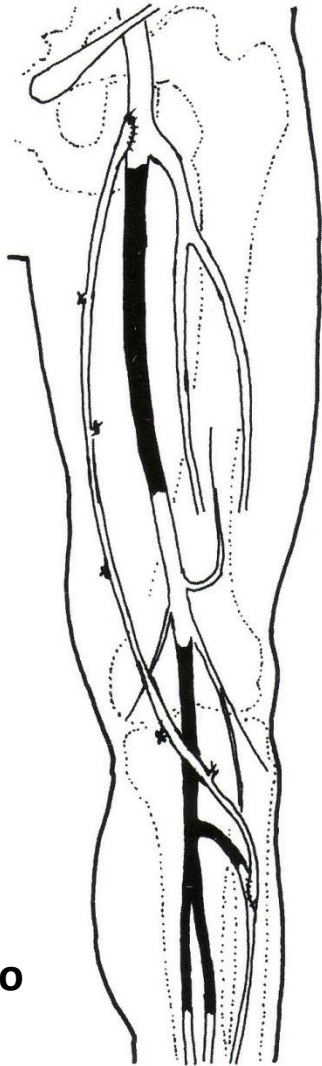
Σχετική εκατοστιαία αντίσταση Poiseuille των επιμέρους αγγείων

Αορτή	4 %	Φλεβίδια	4 %
Μεγάλες Αρτηρίες	5 %	Τερματικές Φλέβες	0.3 %
Μεσαίες Αρτηρίες	10 %	Κύριοι φλεβικοί κλάδοι	0.7 %
Τερματικοί Κλάδοι	6 %	Μεγάλες φλέβες	0.5 %
Αρτηριόλια	41 %	Κοίλη φλέβα	1.5 %
Τριχοειδή	27 %		
Αρτηριακή Αντίσταση	93 %	Φλεβική Αντίσταση	7 %

Σε σειρά και παράλληλη σύνδεση αντιστάσεων

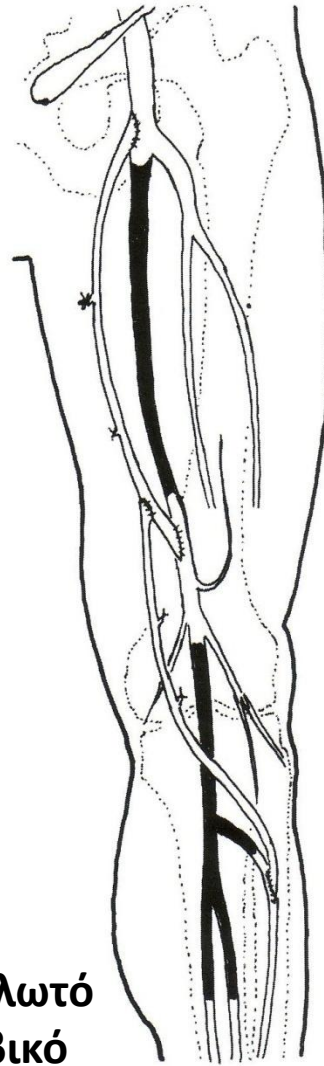


Σε σειρά και παράλληλη σύνδεση αντιστάσεων



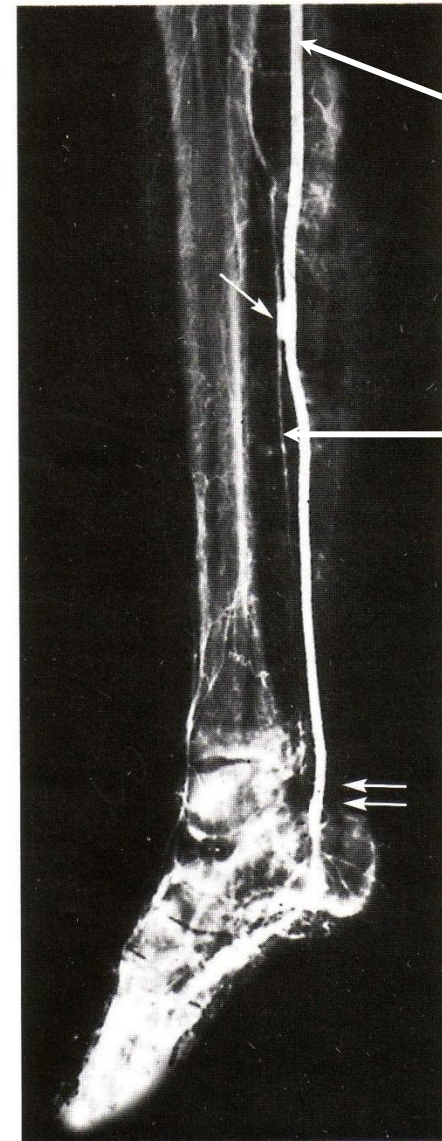
Μηροκνημιαίο
φλεβικό
μόσχευμα

(α)



Διχαλωτό
φλεβικό
μόσχευμα

(β)



Διχαλωτό
φλεβικό
μόσχευμα

Οπίσθια
κνημιαία
αρτηρία

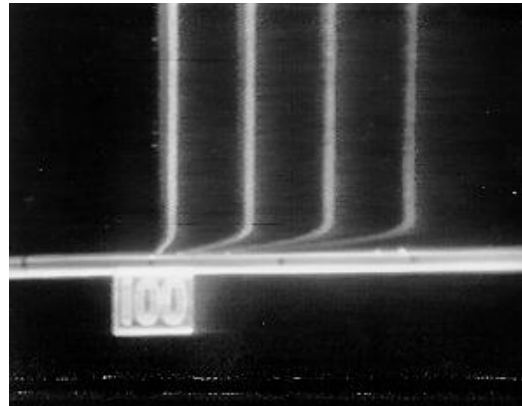
(γ)

Οριακή στριβάδα (Boundary Layer)

- Η περιοχή του ρευστού η οποία επηρεάζεται από το τοίχωμα και όπου η ταχύτητα μεταβάλλεται απότομα από τα ιξώδη φαινόμενα.

Οριακή Στοιβάδα (Boundary layer)

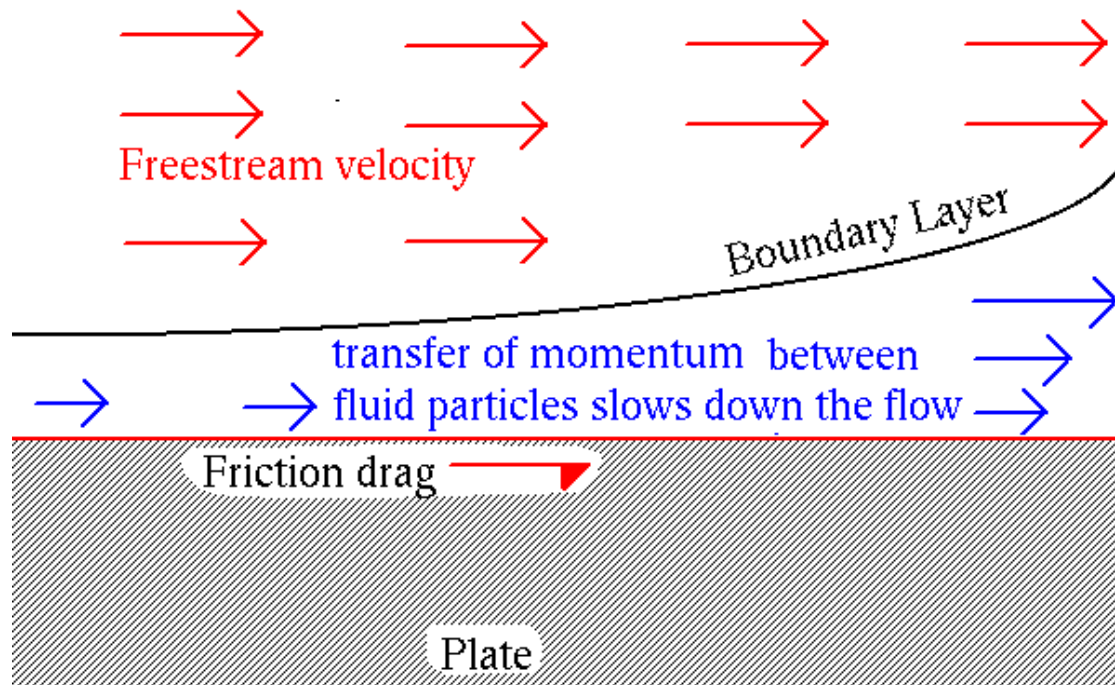
Ο Prandtl το 1904 εισήγαγε την έννοια της οριακής στοιβάδας



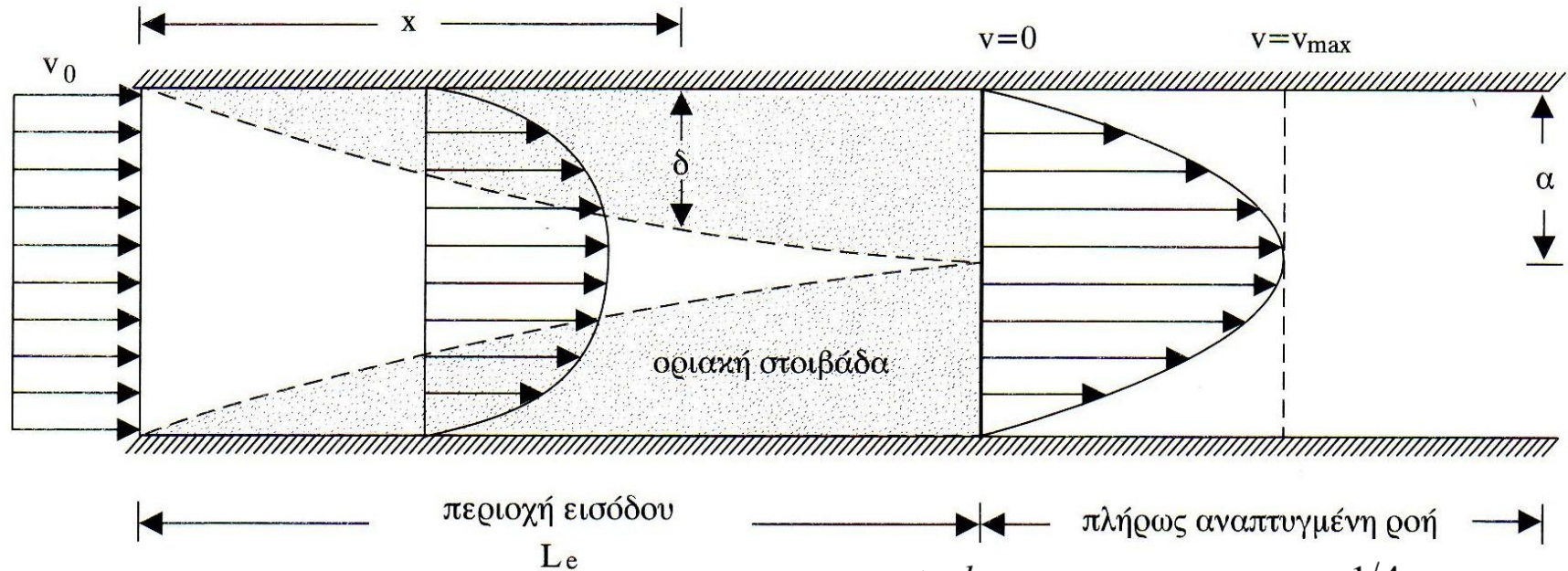
Απεικόνιση με χρήση φουσαλίδων H

Οριακή στοιβάδα

- Δημιουργείται εξαιτίας του ιξώδους το οποίο αποτελεί το μέσο για τη μεταφορά της ορμής μεταξύ των σωματίων του ρευστού
- Τα σωματρία ρευστού επιβραδύνονται κοντά στην επιφάνεια του στερεού και το στερεό δέχεται μια οπισθέλκουσα δύναμη τριβής με κατεύθυνση αυτή της ροής



Οριακή στοιβάδα και περιοχή εισόδου (entrance region)



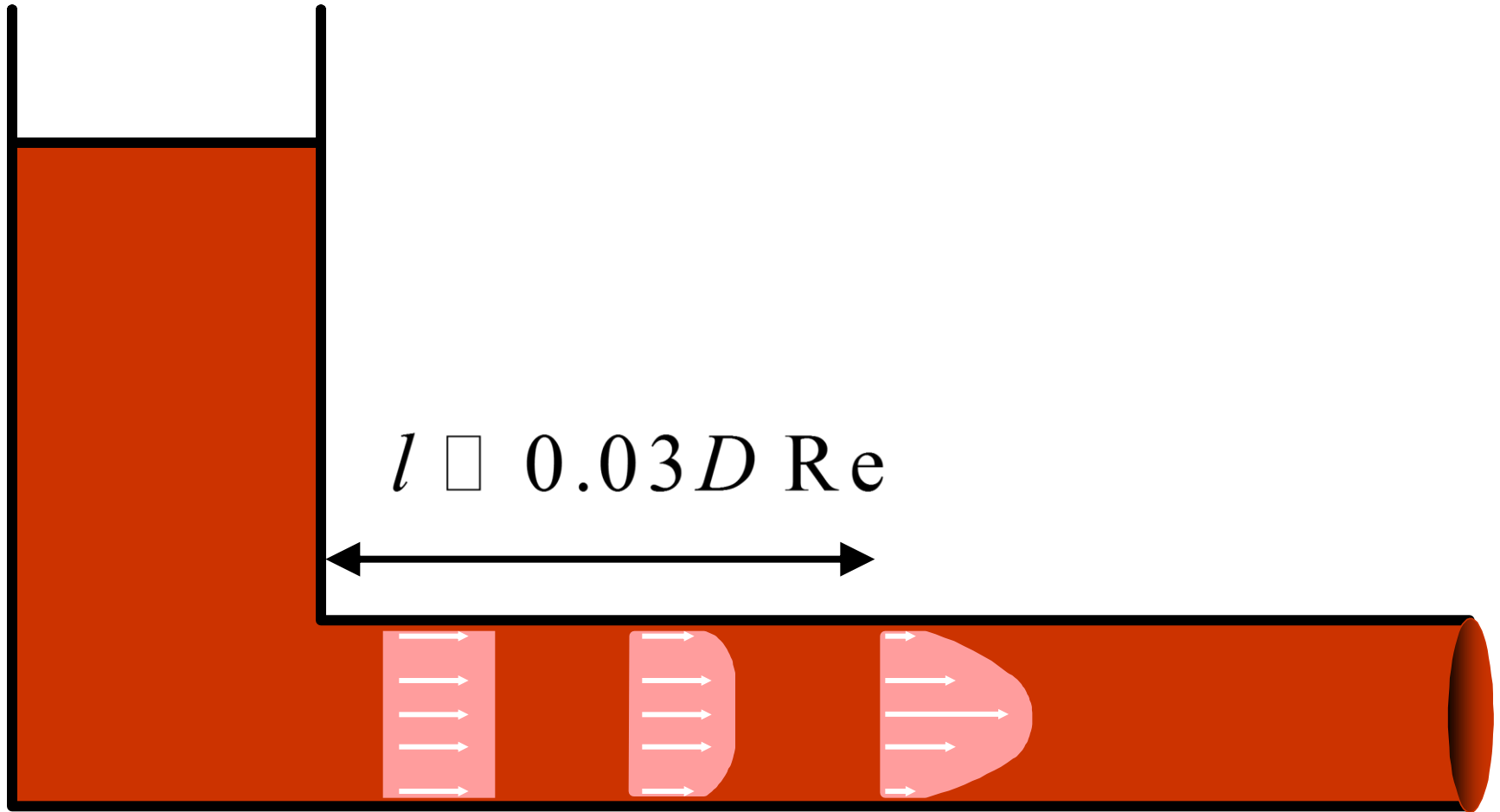
$$L_e^{lam} = 0.03d Re$$

$$L_e^{turb} = 0.693d Re^{1/4}$$

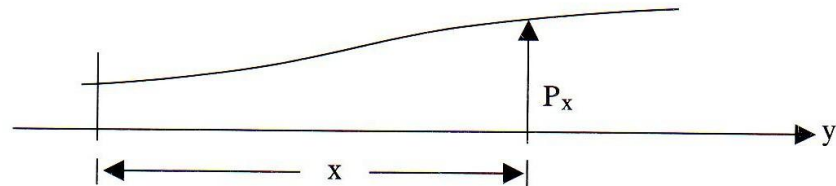
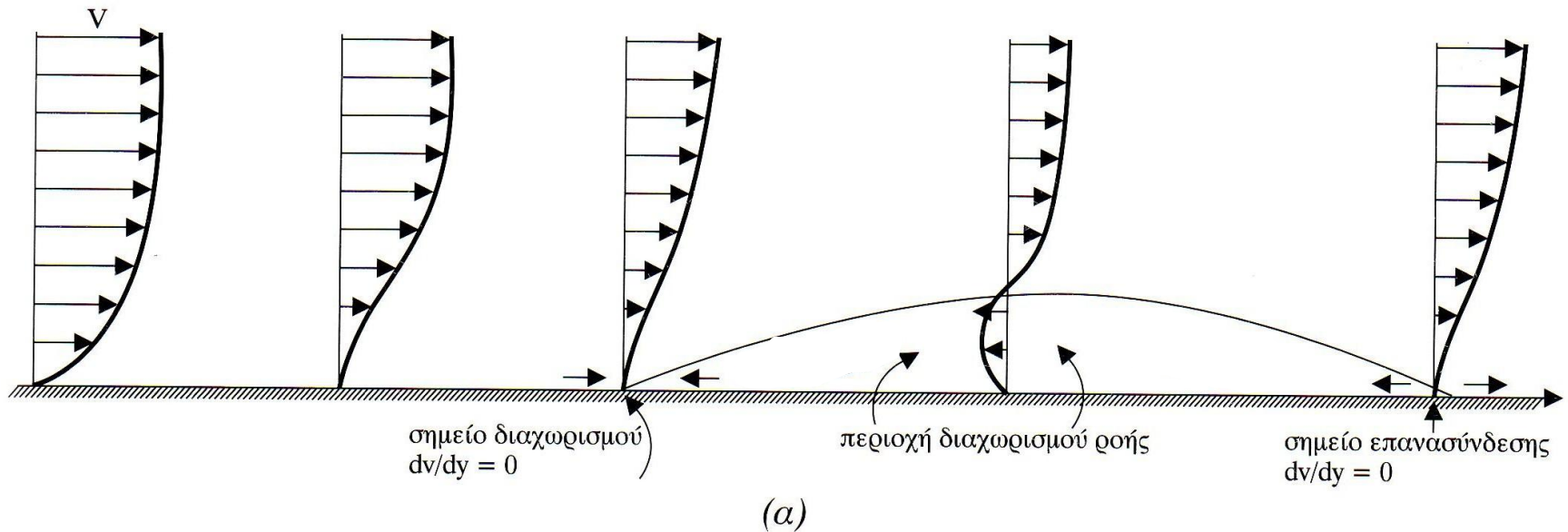
$$\frac{\delta}{x} = \frac{5}{\sqrt{Re}}$$

$$L_e \square 1m \text{ Αορτή}$$

Περιοχή εισόδου σε στρωτή ροή



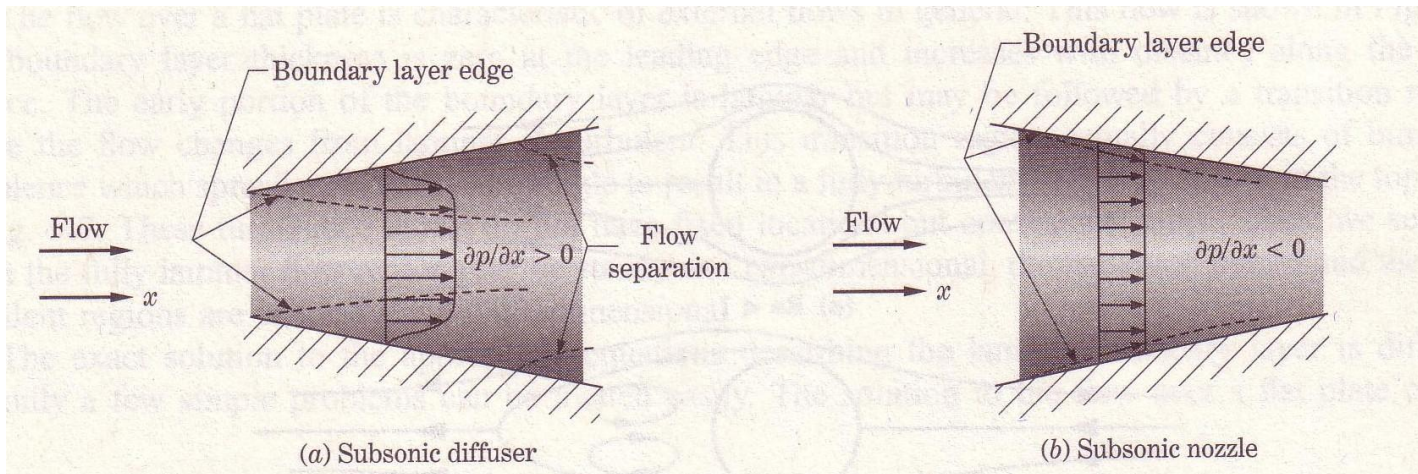
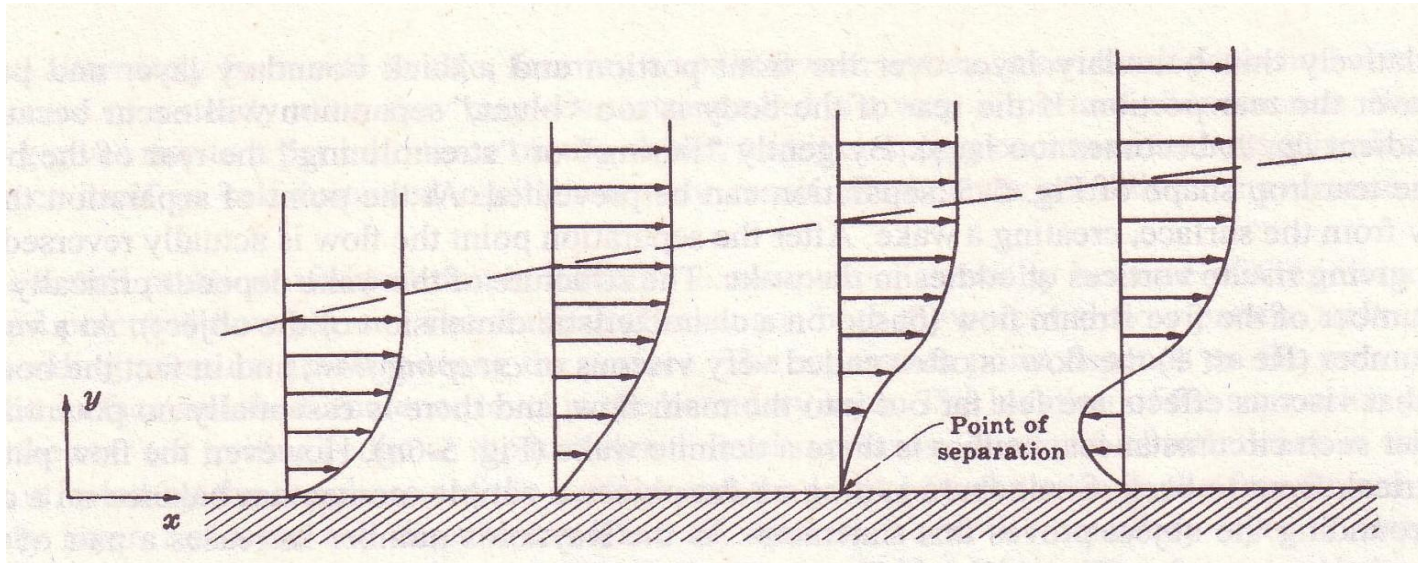
Αποκόλληση ή διαχωρισμός ροής



Αποκόλληση ή διαχωρισμός ροής

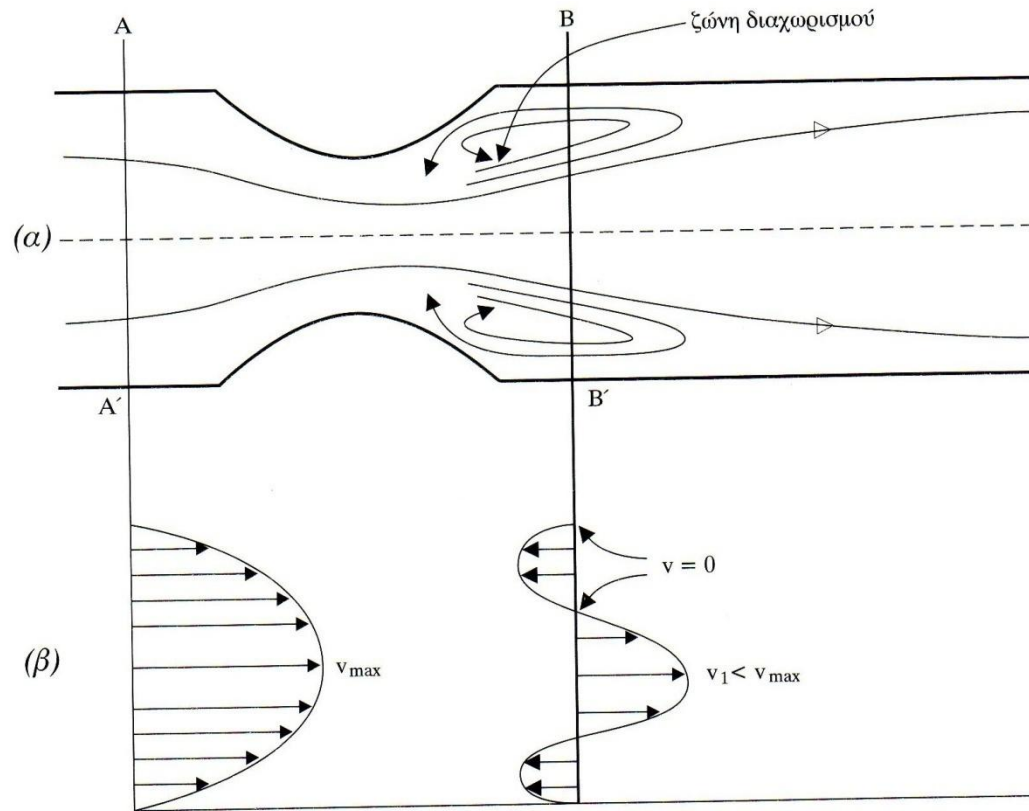
- Αίτια δημιουργίας φαινομένου:
 - Ανάπτυξη ανάδρομης κλίσης πίεσης στην κατεύθυνση της ροής.
 - ταχεία ελάττωση της ορμής των σωματιδίων ρευστού
 - ταχεία ανάπτυξη της οριακής στοιβάδας
 - Απότομη εκτροπή της διεύθυνσης ροής
 - ταχεία ελάττωση της ορμής των σωματιδίων ρευστού

Αποκόλληση ή διαχωρισμός ροής

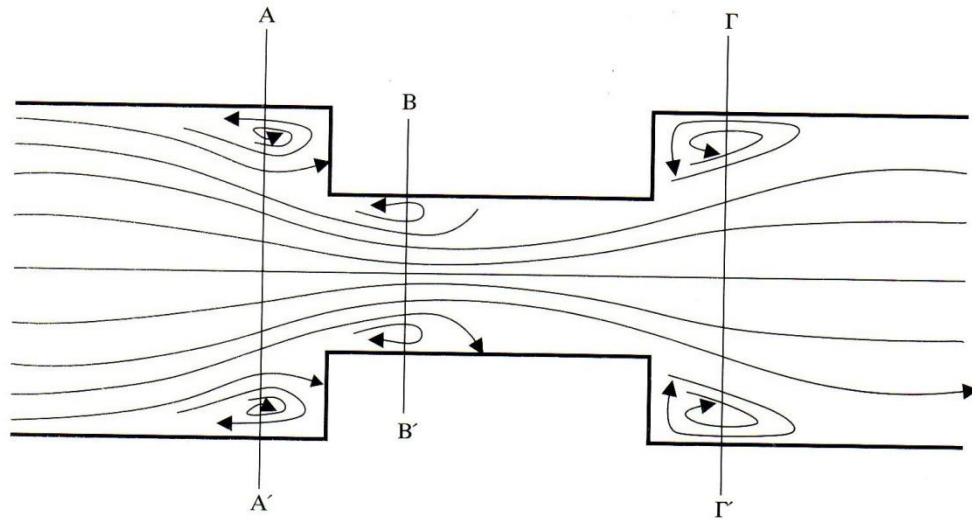


Αποκόλληση ή διαχωρισμός ροής

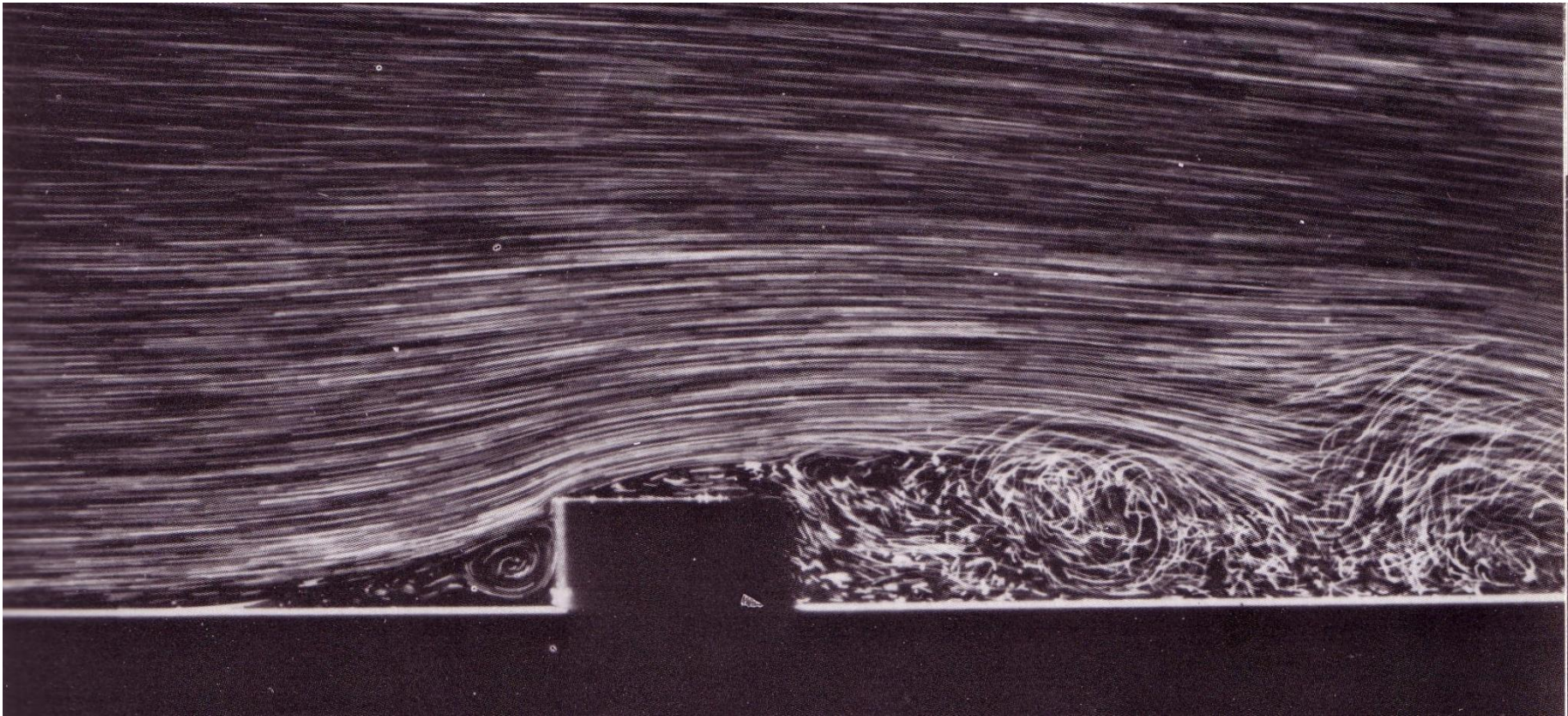
- Ομαλή στένωση



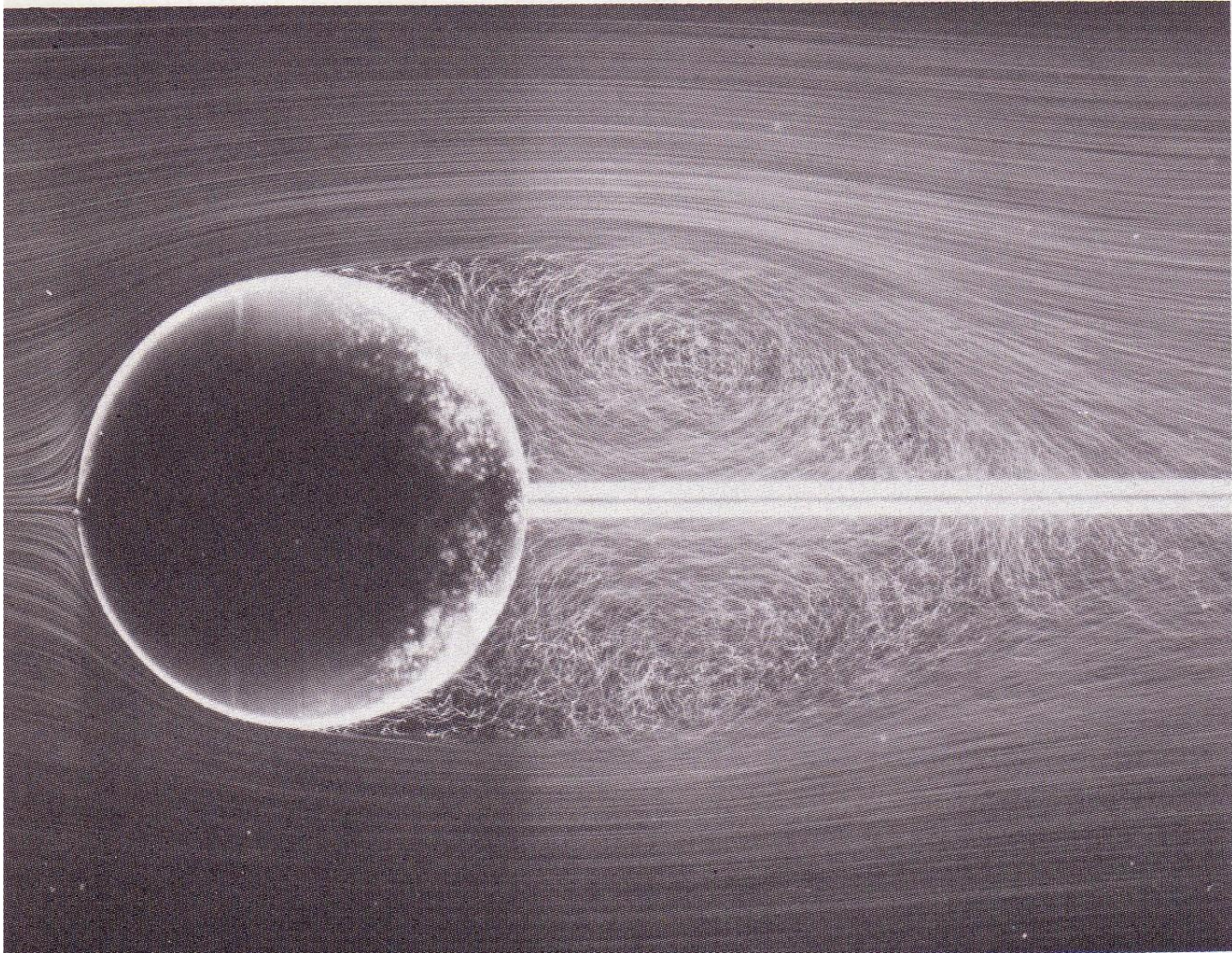
Αποκόλληση ή διαχωρισμός ροής - Οξεία στένωση



Αποκόλληση ή διαχωρισμός ροής

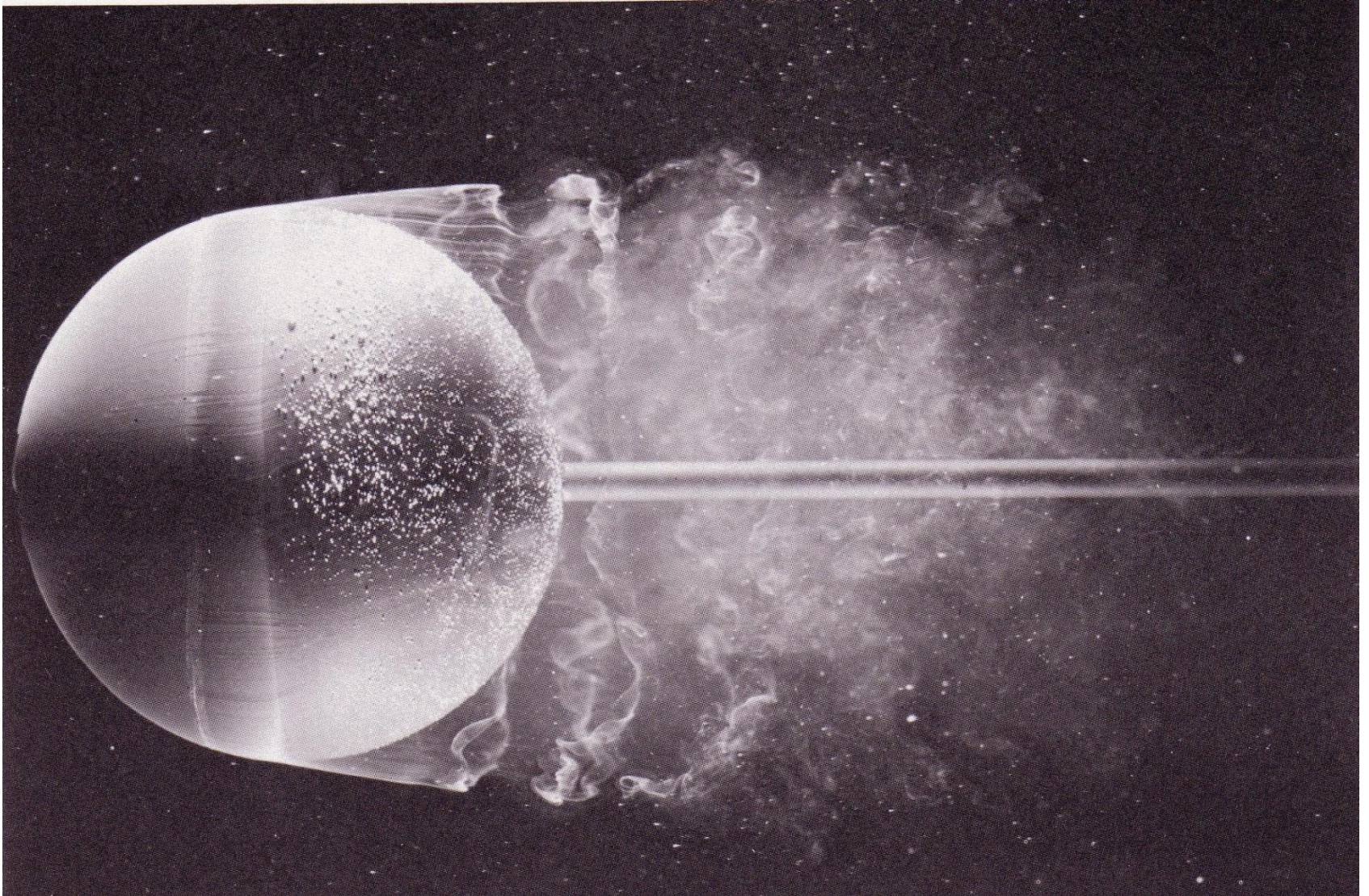


Αποκόλληση ή διαχωρισμός ροής



Ροή πίσω απο κυλινδρο

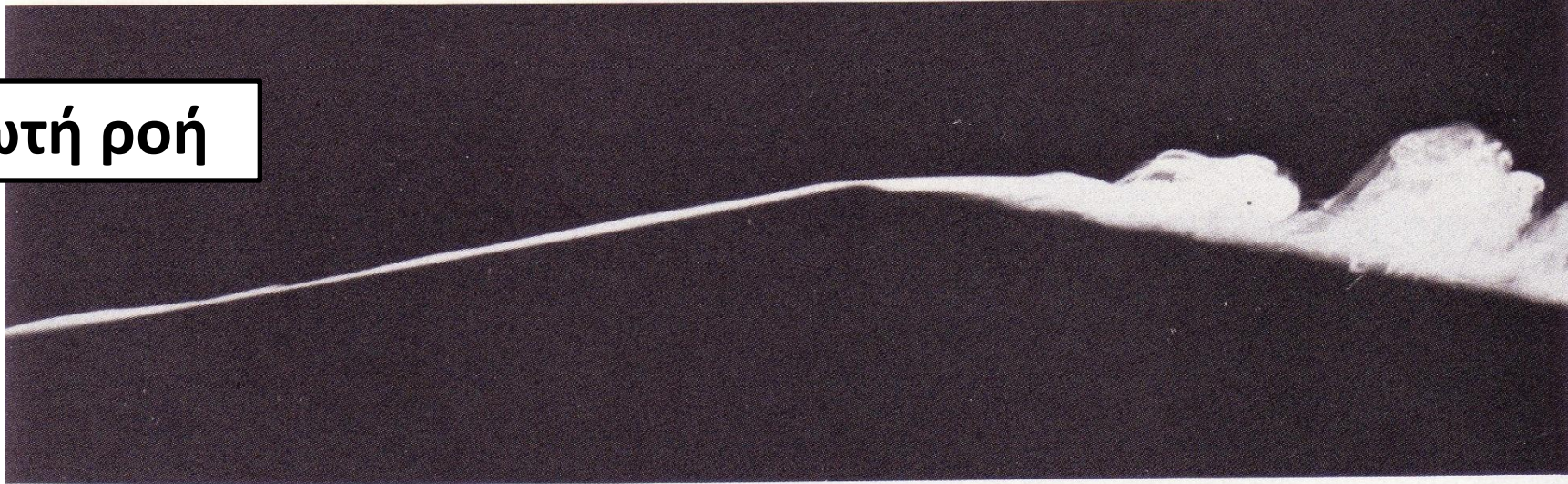
Αποκόλληση ή διαχωρισμός ροής



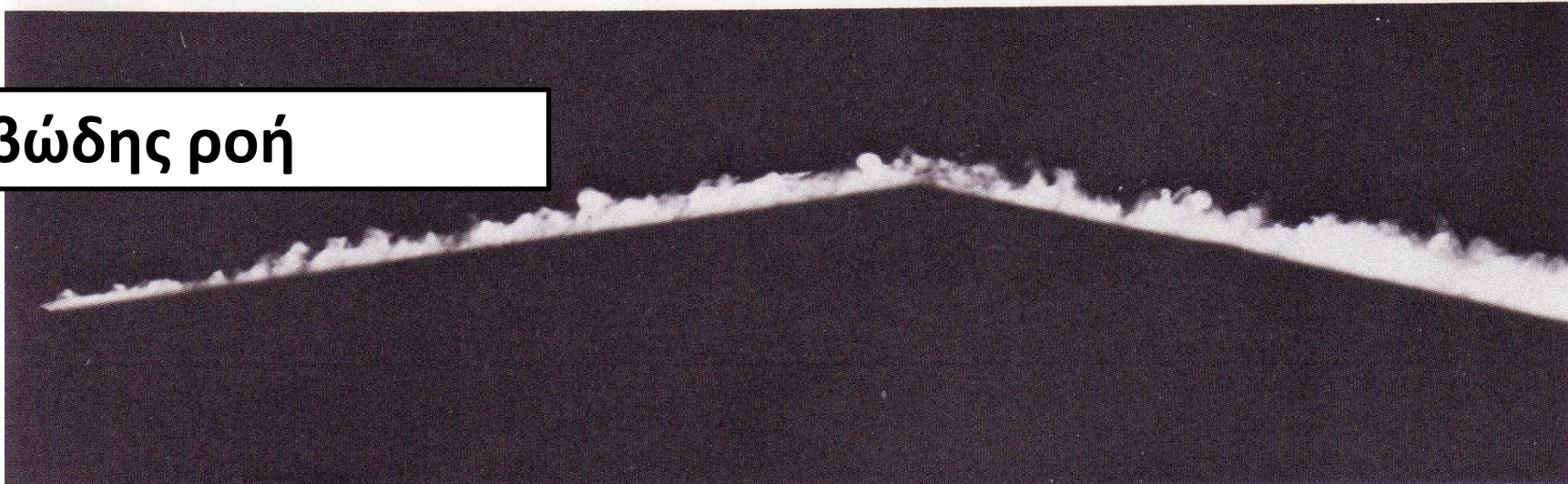
Ροή πίσω απο σφαίρα

Αποκόλληση ή διαχωρισμός ροής

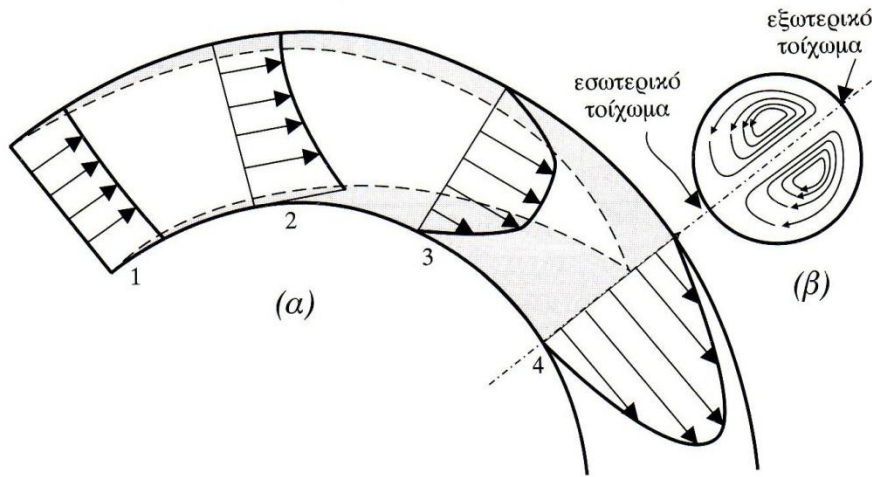
Στρωτή ροή



Τυρβώδης ροή



Αποκόλληση ροής - Καμπύλωση

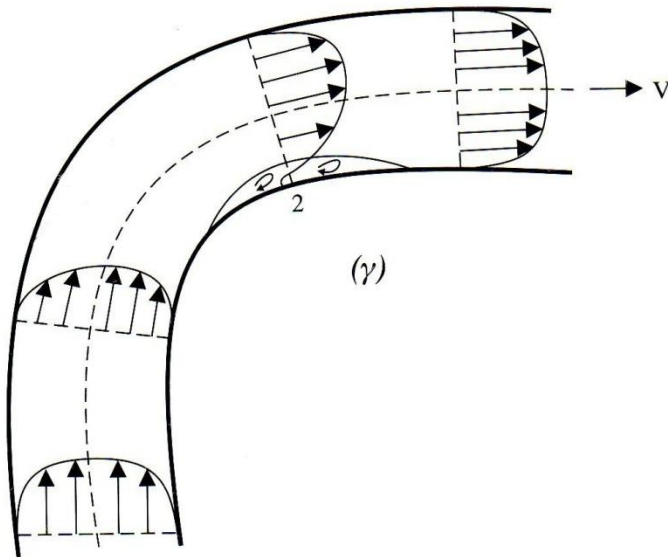


Φυγόκεντρη δράση $\propto u^2 / R$

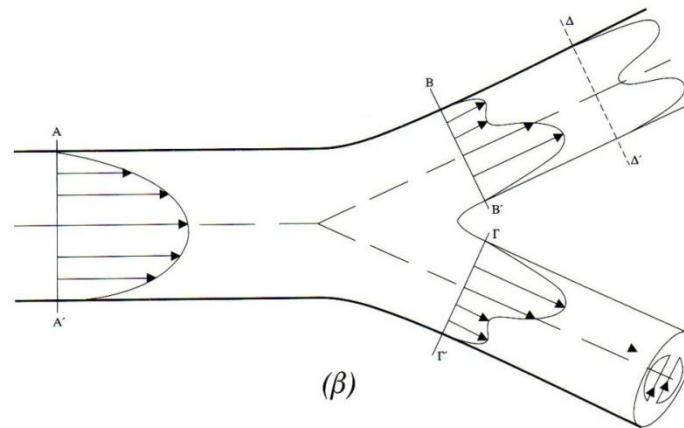
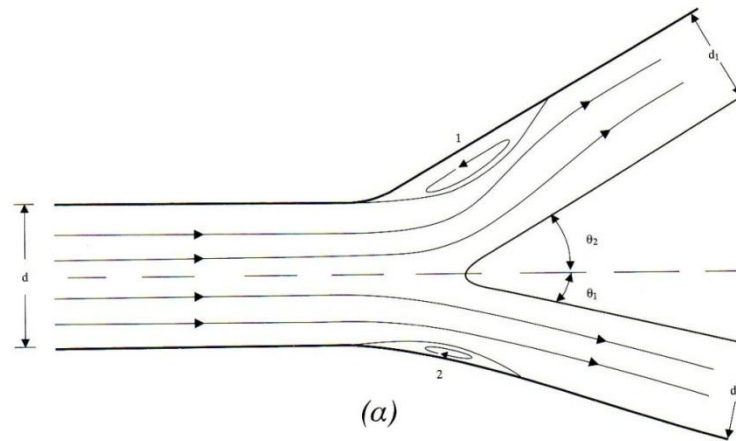
Δευτερογενής ροή

Αποκόλληση ροής

Αύξηση της κρίσιμης
τιμής αριθμού $Re \sim 6000$



Αποκόλληση ή διαχωρισμός ροής - Διχασμός



Αύξηση της γωνιάς διχασμού οδηγεί σε μείωση του κρίσιμου Re

Παλμική Ροή

Παλμική ροή – Παράμετρος Womersley

$$a = r \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} = \sqrt{\frac{2\pi f}{\nu}}$$

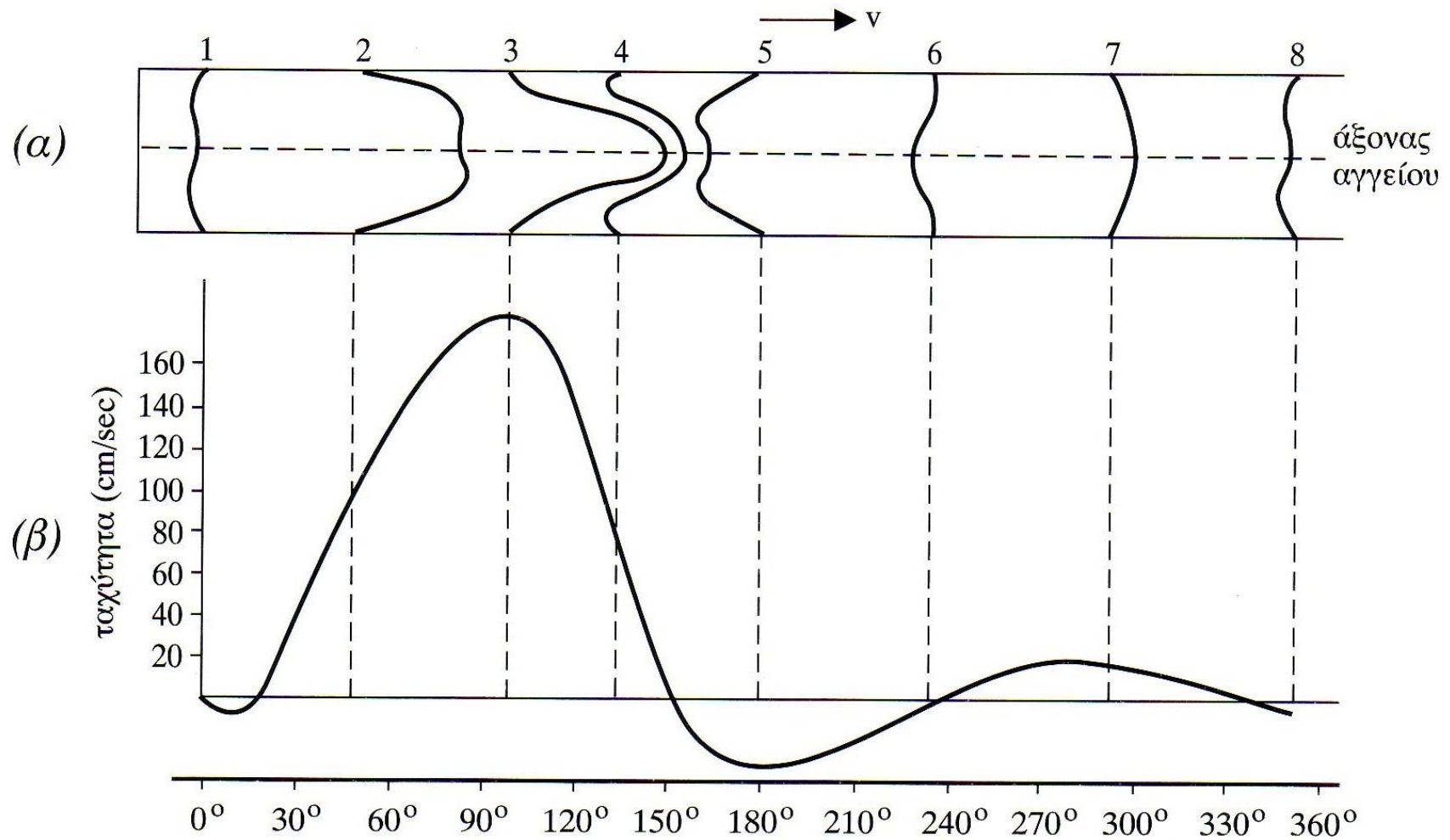
r : η ακτίνα του αγωγού

ω : η γωνιακή συχνότητα

ν : το κινηματικό ιξώδες

- Περιγράφει την αστάθεια της ροής
- Έκφραση του λόγου των αδρανειακών προς τις δυνάμεις ιξώδους
- Το ανάλογο του Re στην παλμική ροή

Παλμική ροή – Παράμετρος

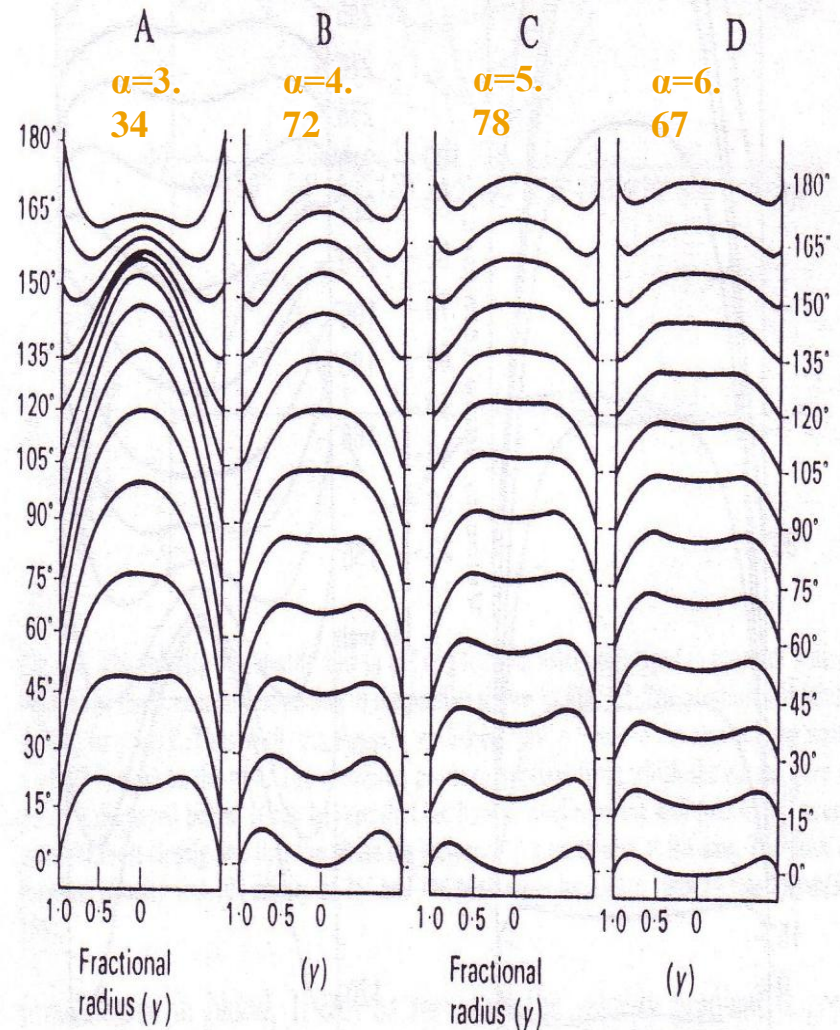


Μηριαία αρτηρία σκύλου

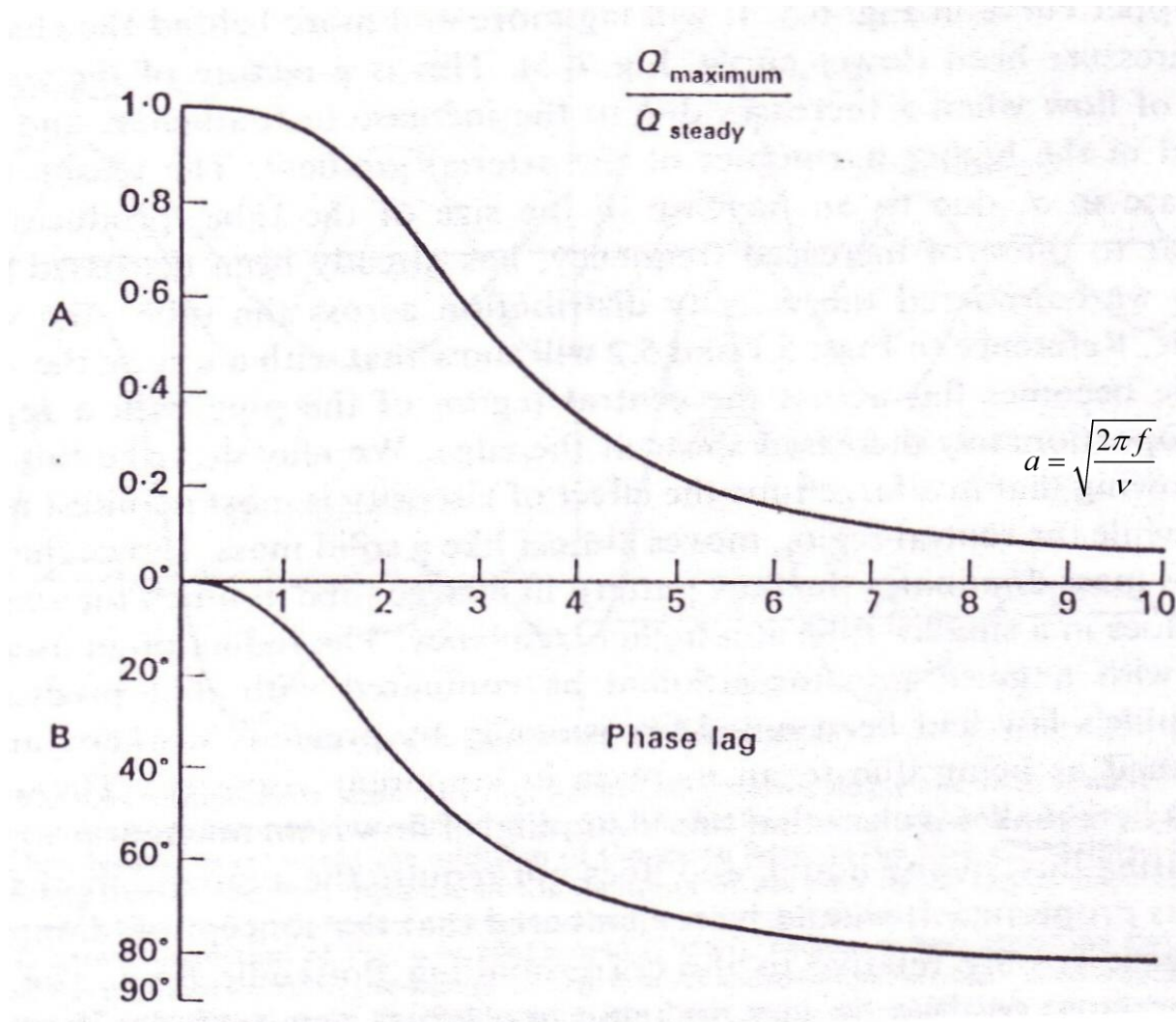
Παλμική ροή – Παράμετρος Womersley

Αύξηση της παραμέτρου α οδηγεί σε :

- Πλατύτερη κατανομή της u στο κέντρο του αυλού – ισοπέδωση του προφίλ ταχύτητας στο κέντρο του αυλού (συμπεριφορά αδιάτμητου μέσου)
- Ελάττωση της μέγιστης ταχύτητας
- Ελάττωση του εύρους της ροής



Παλμική ροή – Παράμετρος Womersley

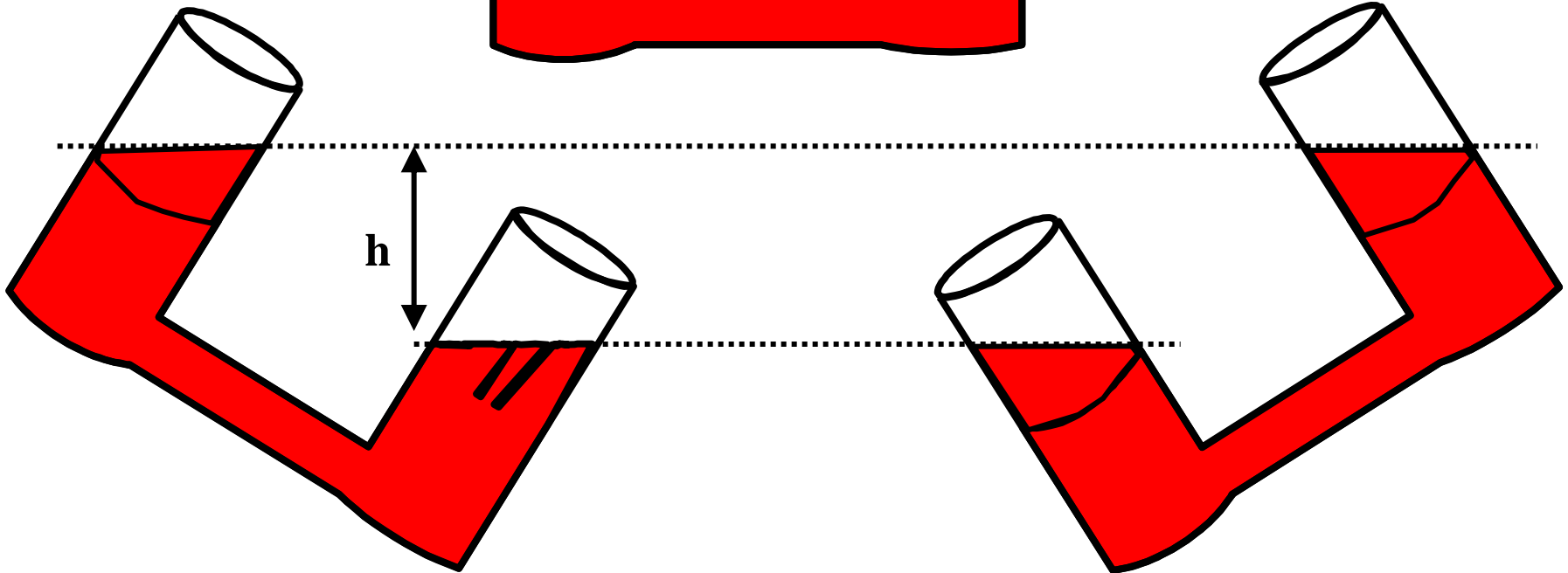
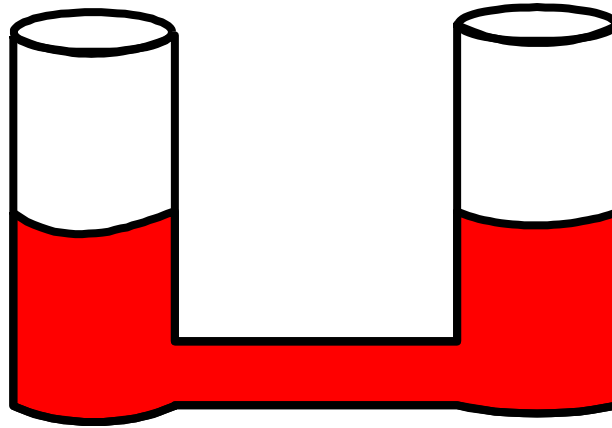


Παλμική ροή – Παράμετρος Womersley

$$P = \rho gh$$

$$F = ma$$

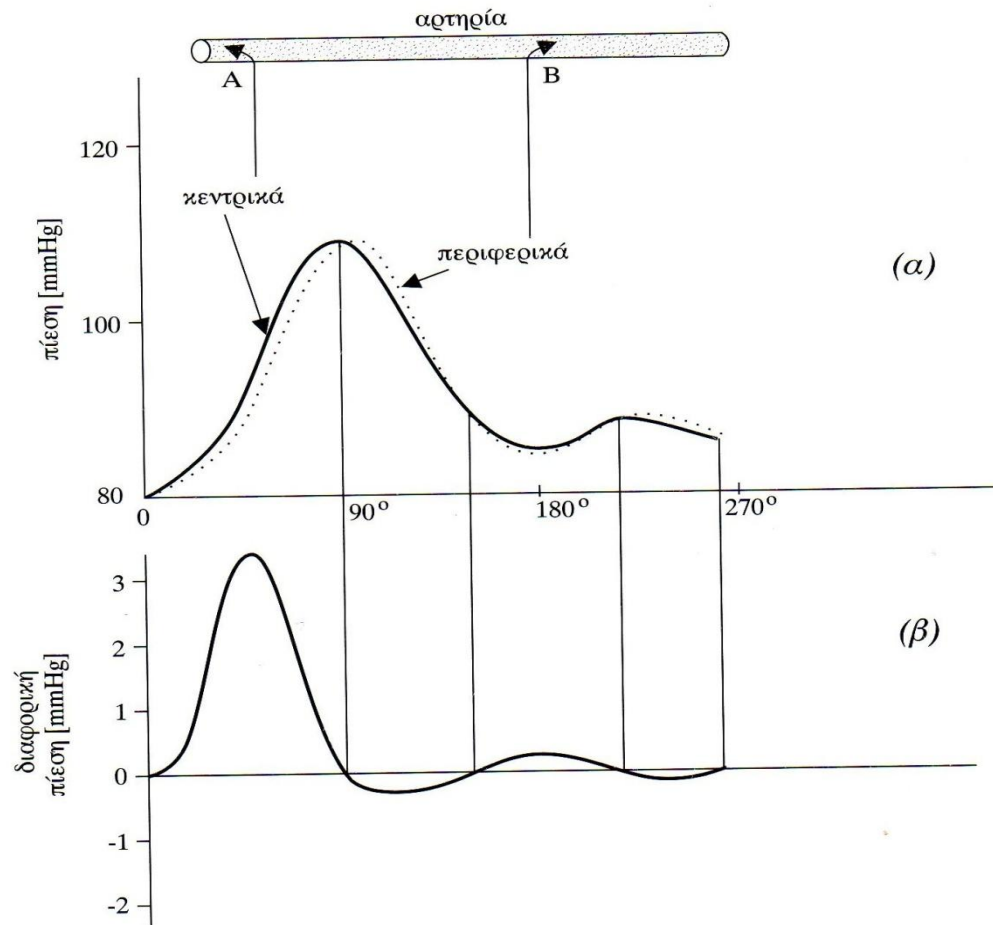
$$a = \sqrt{\frac{2\pi f}{\nu}}$$



Υποθέσεις για τον υπολογισμό της παραμέτρου Womersley

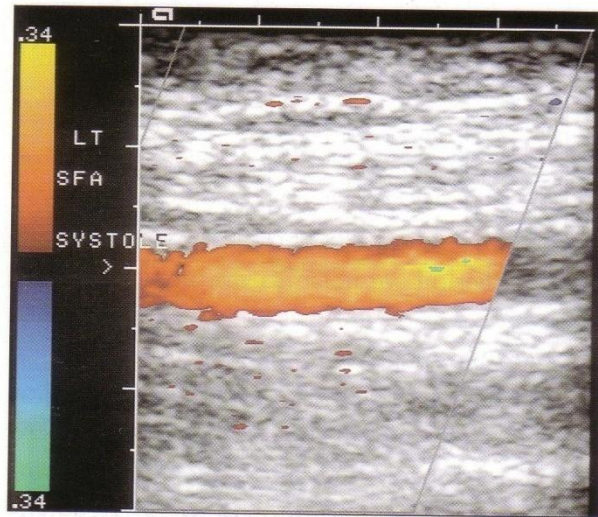
- Η ροή είναι στρωτή
- Το μήκος του αγγείου είναι μεγάλο σε σχέση με την περιοχή μελέτης (περιοχή εισόδου)
- Το ρευστό είναι Νευτώνειο
- Αγωγός κυκλικής διατομής με άκαμπτα τοιχώματα
- Η εξίσωση Womersley αποτελεί μια προσεγγιστική λύση της αρτηριακής ροής σαφώς καλύτερης από αυτήν που προκύπτει από το νόμο Poiseuille.

Διάδοση του σφυγμικού κύματος στις αρτηρίες

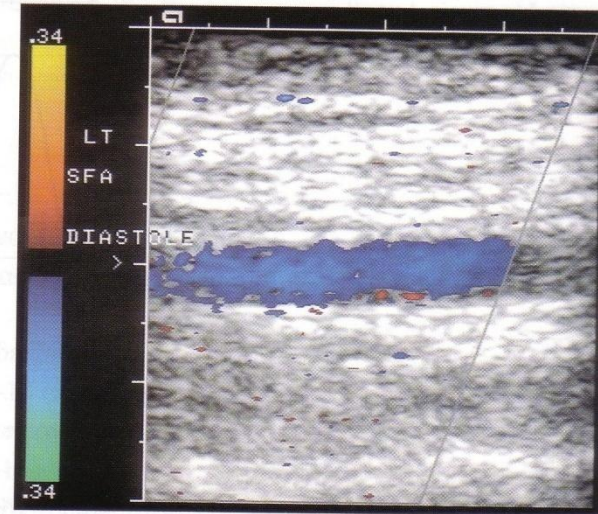


Διάδοση του σφυγμικού κύματος

Συστολή

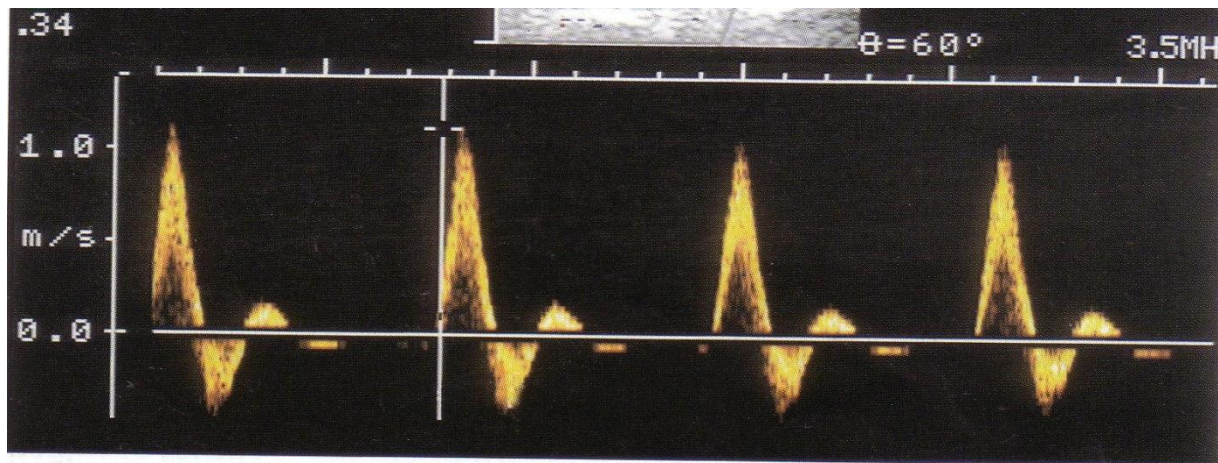


(α)



(β)

Τελοδιαστολή



(γ)

Έγχρωμο Doppler στη μεσότητα της επιπολής μηριαίας αρτηρίας

Σύνθετη αντίσταση στη ροή

$$Z = \rho \frac{c}{A}$$

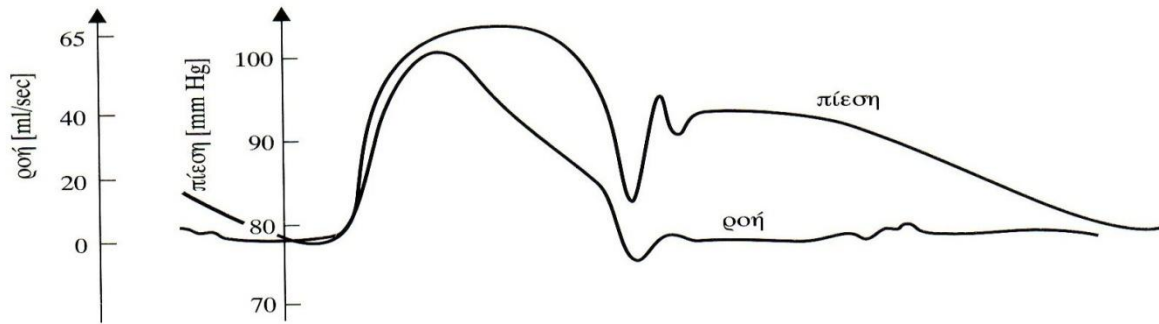
ρ : πυκνότητα αίματος
 c : ταχύτητα διάδοσης του κύματος
 A : διατομή του αγγείου

Η ολική αντίσταση (ενεργειακές απώλειες) στην παλμική ροή που οφείλεται:

- στις υδραυλικές αντιστάσεις Poiseuille,
- στην αδράνεια του ρευστού,
- στην διατατότητα του ελαστικού τοιχώματος και
- στα ανακλώμενα κύματα

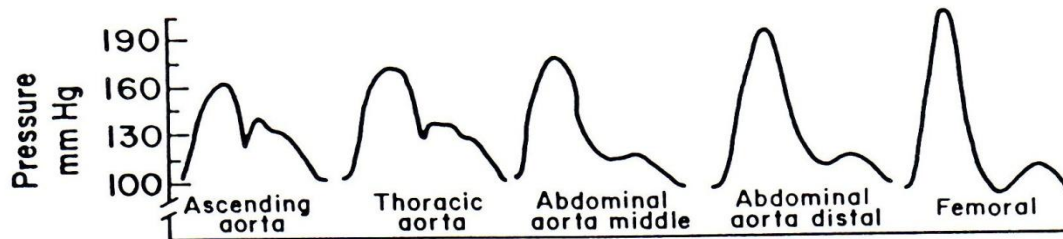
Η περιφερικές αρτηρίες ασκούν μεγαλύτερη σύνθετη αντίσταση από της κεντρικές;

Διάδοση του σφυγμικού κύματος στις αρτηρίες

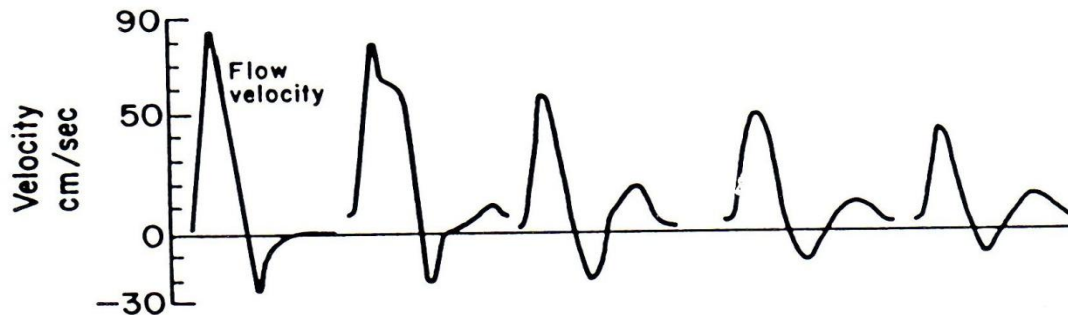


Ανιούσα
αορτή
σκύλου

Αορτή
σκύλου

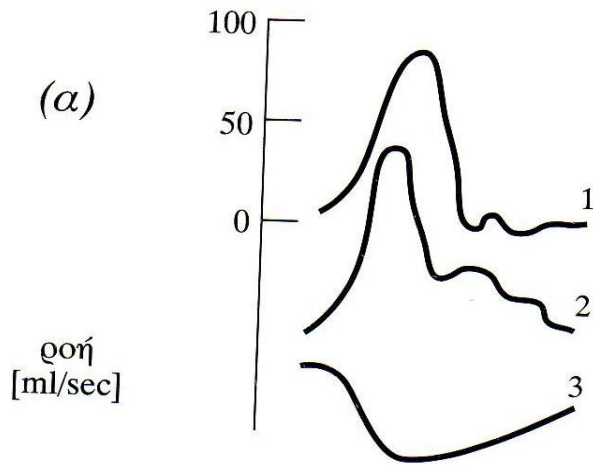


$$Z = \rho \frac{c}{A}$$



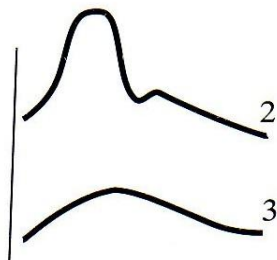
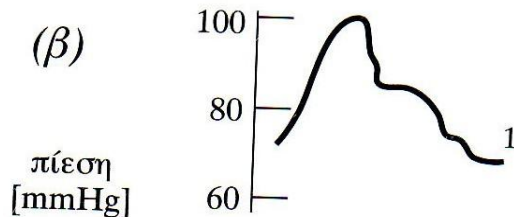
$$\frac{P_n}{P_{n-1}} \propto Z^2$$

Διάδοση του σφυγμικού κύματος στις αρτηρίες

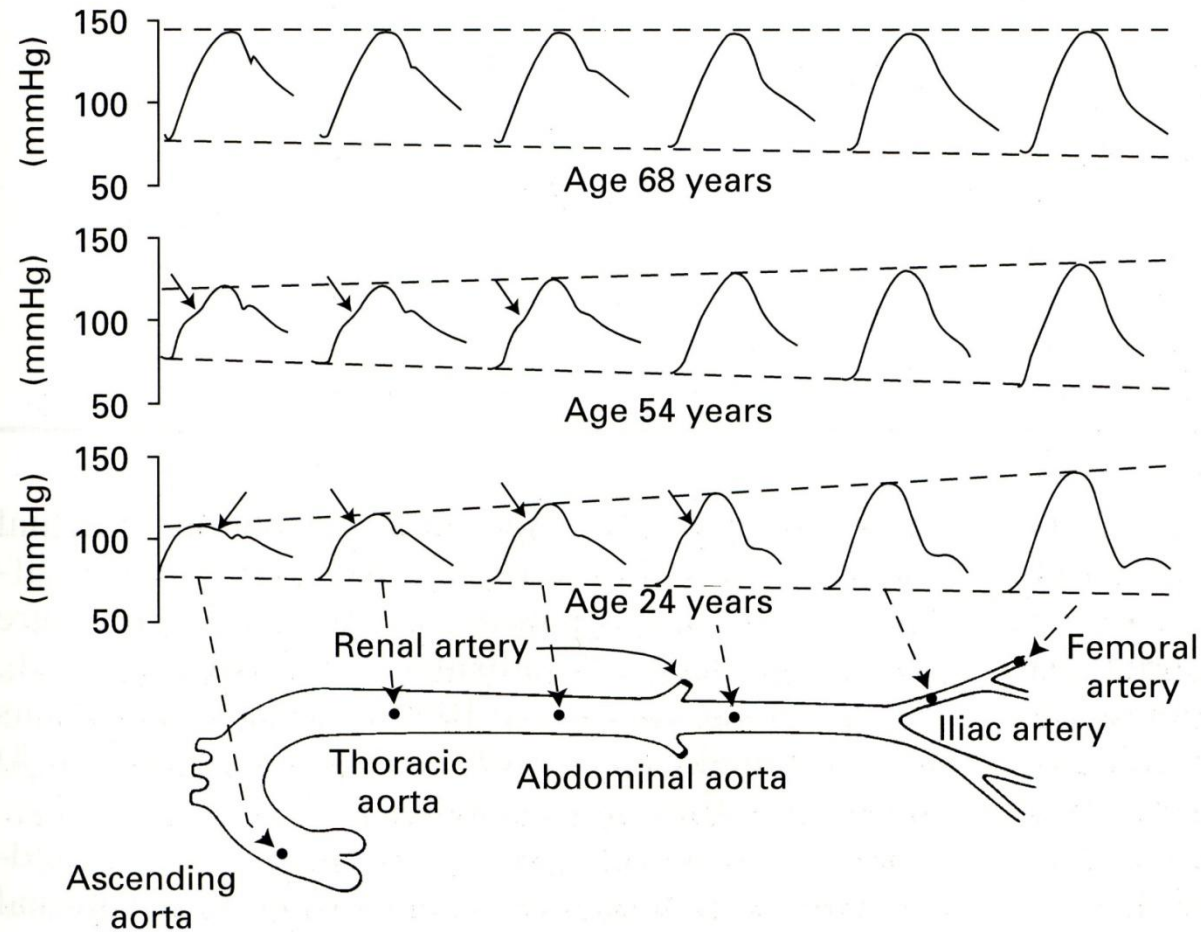


Κύμα πίεσης :

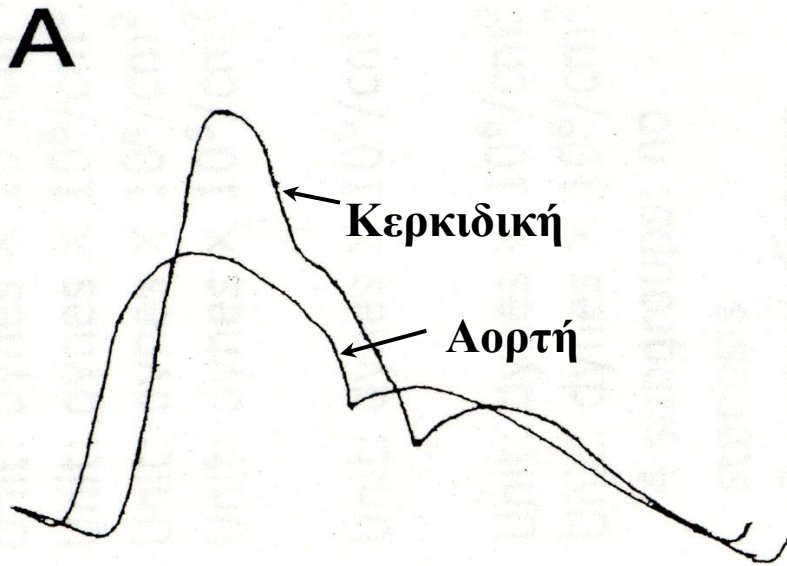
Μετρούμενο (1) = Προσπίπτων (2) + Ανακλώμενο (3)



Επίπτωση της ηλικίας στη διάδοση του σφυγμικού κύματος στις αρτηρίες

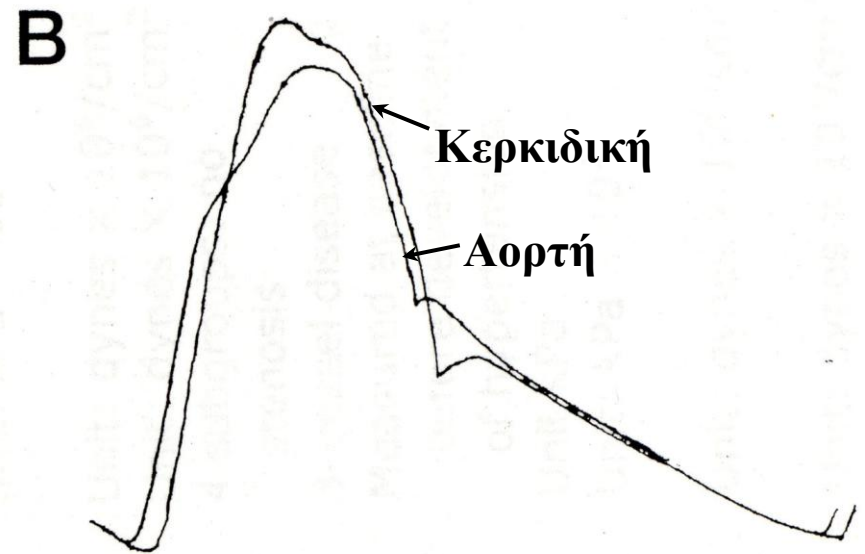


Διάδοση του σφυγμικού κύματος στις αρτηρίες



Νέοι:

Υψηλή Ενδοτικότητα Αορτής
Χαμηλή ταχύτητα διάδοσης
σφυγμικού κύματος



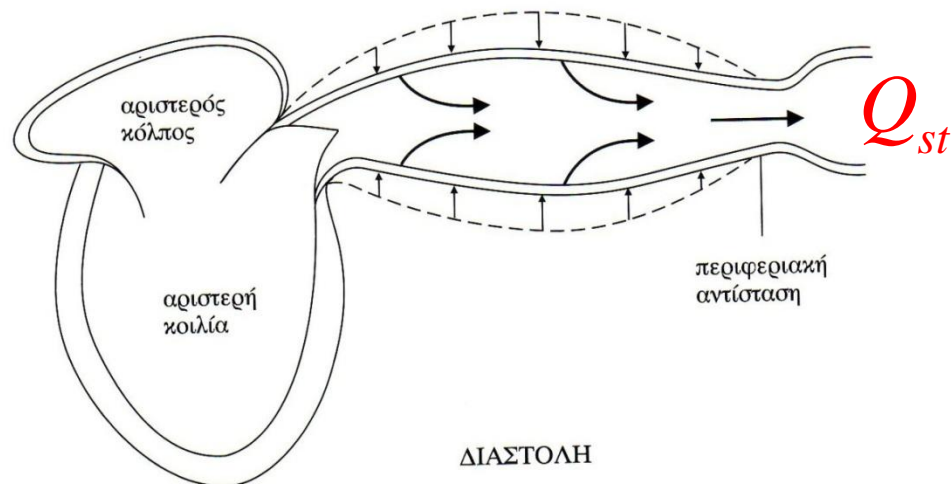
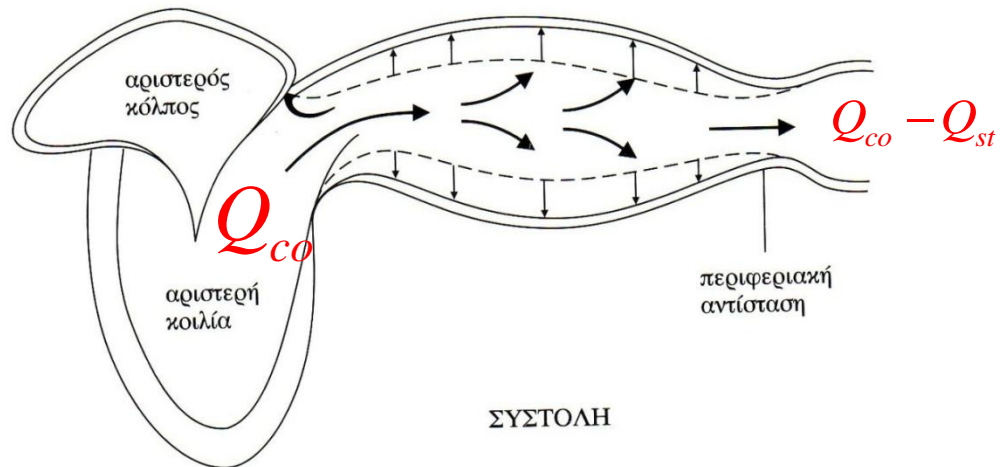
Ηλικιωμένοι :

Χαμηλή Ενδοτικότητα Αορτής
Υψηλή ταχύτητα διάδοσης
σφυγμικού κύματος

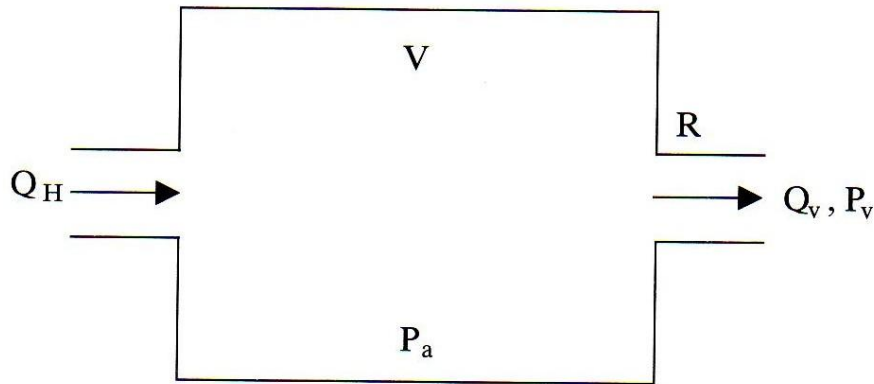
Αίτια αύξησης ταχύτητας διάδοσης σφυγμικού κύματος

- Αλλαγές στην αναλογία ελαστικής / κολλαγόνου στις μεγάλες αρτηρίες
- Αλλαγή στο είδος του κολλαγόνου
- Αυξημένη περιφερική αγγειοσυστολή
- Αθηροσκλήρωση, επασβέστωση

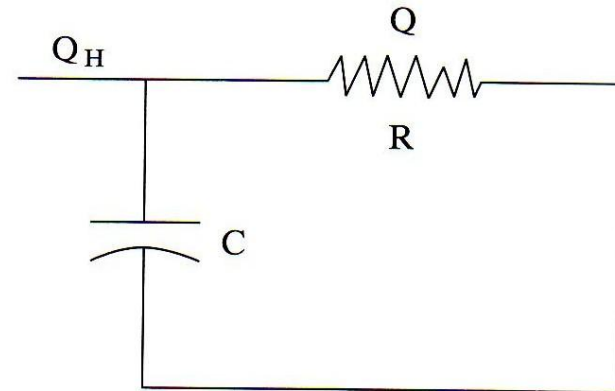
Μοντέλο Windkessel



Μοντέλο Windkessel



(a)



(β)

$$\left. \begin{aligned} V &= CP_a \\ P_a - P_v &= RQ_v \\ \frac{dV}{dt} &= Q_H - Q_v \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_a, V, Q$$

Ευνοεί την προκαταρκτική εργαστηριακή μελέτη ροής σε αρτηρίες με μικρή ενδοτικότητα

Μοντέλο κυκλοφορίας κυρίως ηλικιωμένων

Ροή σε
Ελαστικούς Σωλήνες

Δομικές ιδιότητες των ελαστικών υλικών

- **Ελαστικότητα:** Η τάση του υλικού να ανακτά το σχήμα, μόλις παύσει η δράση της δύναμης παραμόρφωσης
- **Πλαστικότητα:** Η τάση του υλικού να διατηρεί το νέο του σχήμα και μετά τη δράση της δύναμης παραμόρφωσης
- **Ιξώδες:** Το μέτρο της αντίστασης του υλικού στη διάτμηση

$$\text{Ελαστικότητα (Elastance)} \propto \frac{\Delta P}{\Delta V}$$

$$\text{Ενδοτικότητα (Compliance)} \propto \frac{\Delta V}{\Delta P}$$

Δομικές ιδιότητες των ελαστικών υλικών

$$\varepsilon = \frac{dx}{x}$$

-Παραμόρφωση

$$\tau = \frac{F_{\tau}}{A}$$

-Τάση

$$E = \frac{\tau}{\varepsilon}$$

-Σταθερά ελαστικότητας του Young

$$\tau = \Delta P \frac{r_i}{h}$$

-Περιμετρική τάση (κυλινδρικός αγωγός)

ΔP : διατοιχωματική πίεση

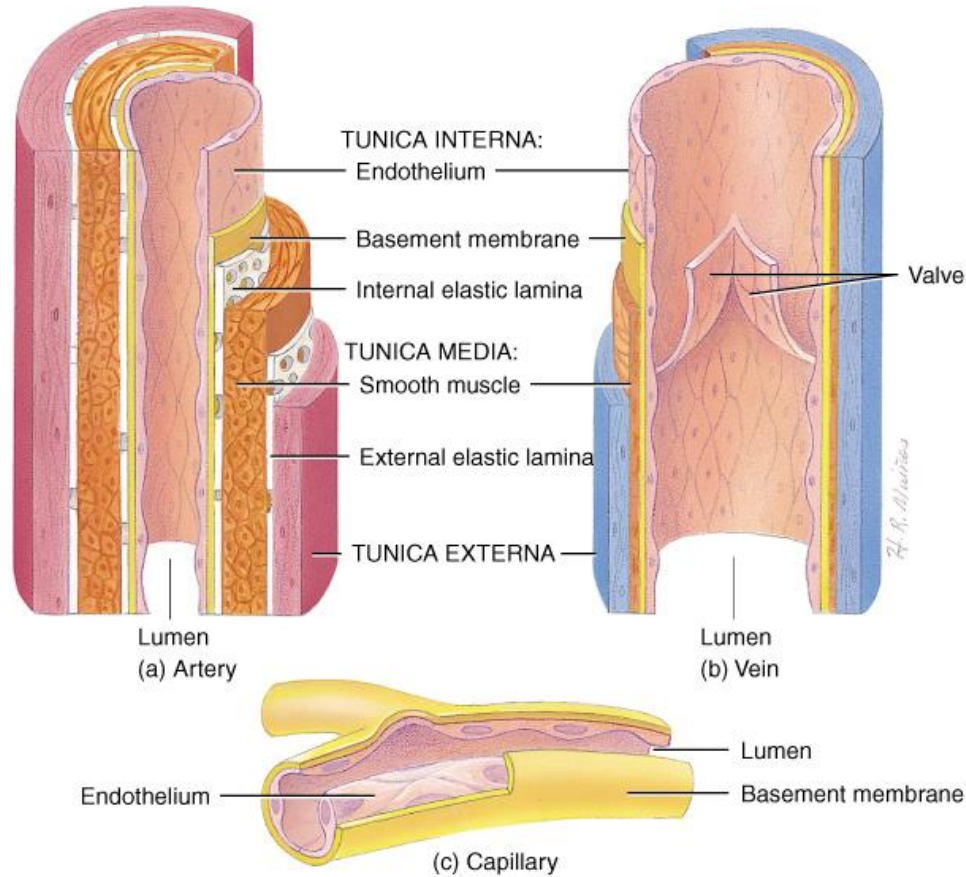
$$E = \Delta P \frac{r_o}{\Delta r_o} \frac{r_i}{h}$$

r_o : εξωτερική ακτίνα αγωγού

r_i : εσωτερική ακτίνα αγωγού

h : πάχος τοιχώματος

Δομή του τοιχώματος των αιμοφόρων αγγείων



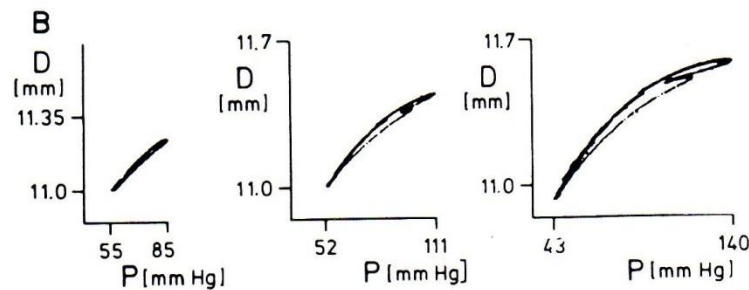
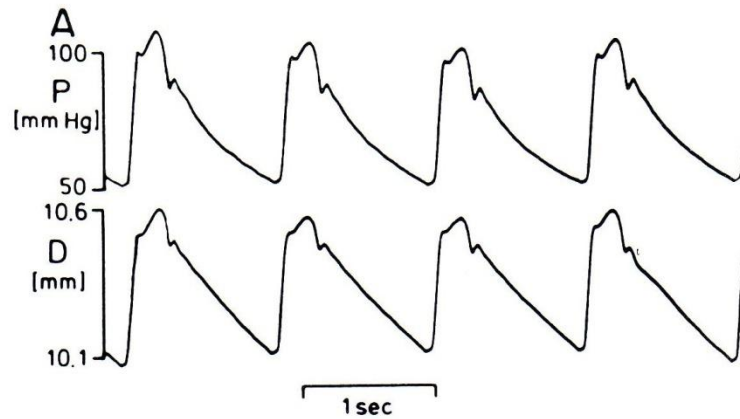
Δομή του τοιχώματος των αιμοφόρων αγγείων

- Νερό (~50%) – μη ελαστικό και ασυμπίεστο
- Ελαστίνη: ελαστικό υλικό που επιτρέπει την αποθήκευση ενέργειας πίεσης ($E=3-5 \cdot 10^6 \text{ dyn/cm}^2$)
- Κολλαγόνο ($E=10^9 - 10^{10} \text{ dyn/cm}^2$)
- Συνδετικός ιστός: δομική σταθερότητα
- Λείες μυϊκές ίνες: προκαλούν αγγειοσυστολή ($E=6 \cdot 10^4 \text{ dyn/cm}^2$) και αγγειοδιαστολή ($E=10^5 - 10^7 \text{ dyn/cm}^2$)
- Ενδοθήλιο:
 - Εξειδικευμένες λειτουργίες
 - Αλληλεπίδραση με συστατικά του αίματος (πήξη)
 - Μεταβολή τόνου λείων μυϊκών κυττάρων
 - Φιλτράρισμα (τριχοειδή)

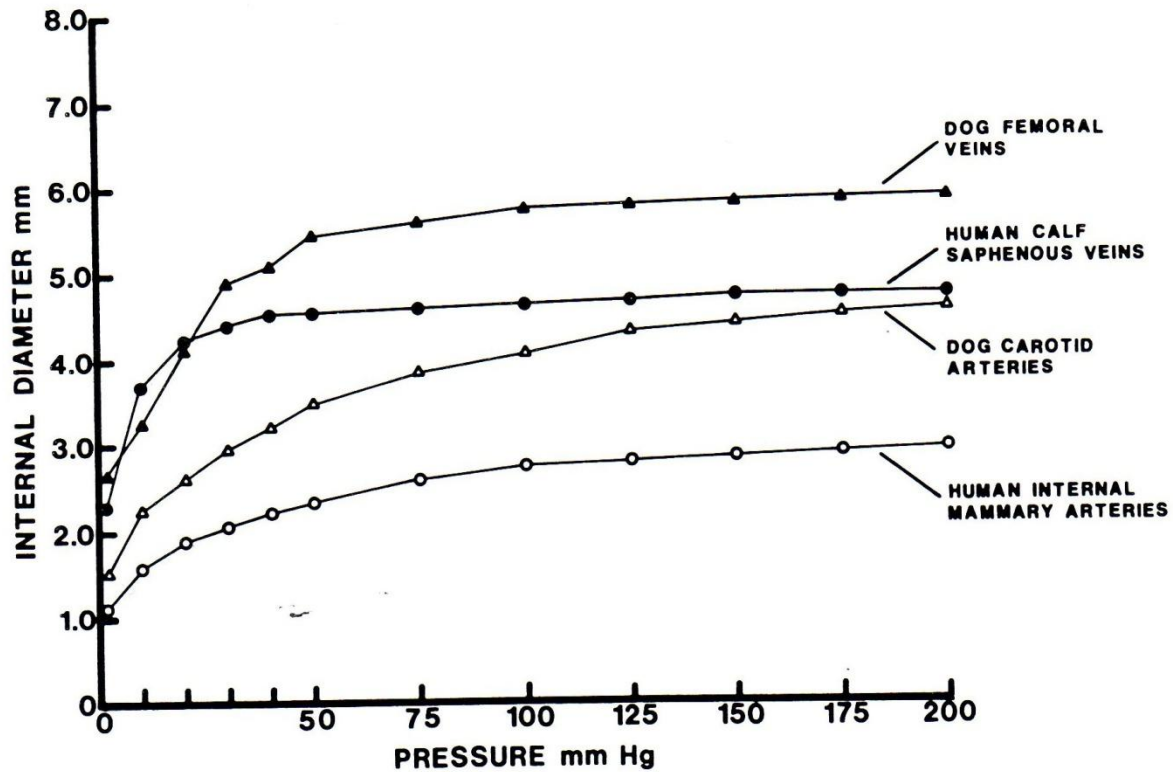
Rubber: $E \sim 4 \cdot 10^7 \text{ dyn/cm}^2$

Steel: $E \sim 2 \cdot 10^{12} \text{ dyn/cm}^2$

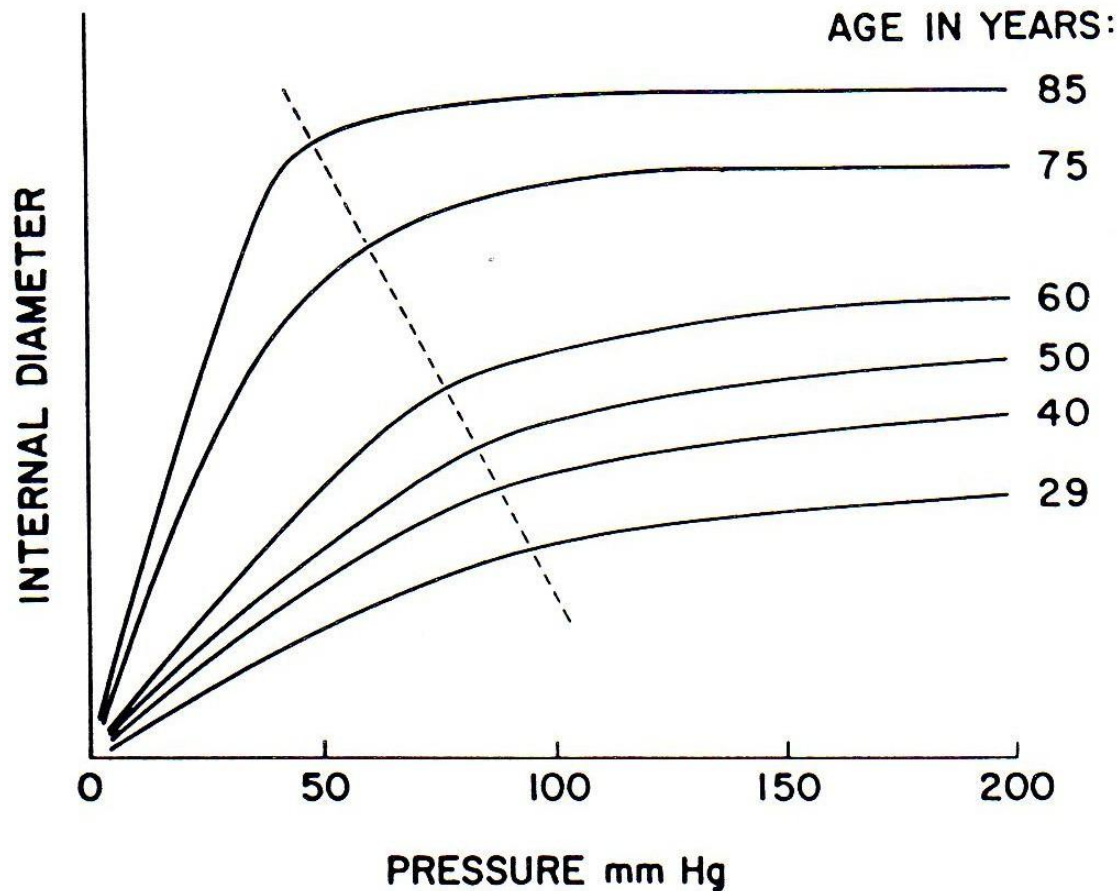
Σχέση πίεσης διαμέτρου στις αρτηρίες



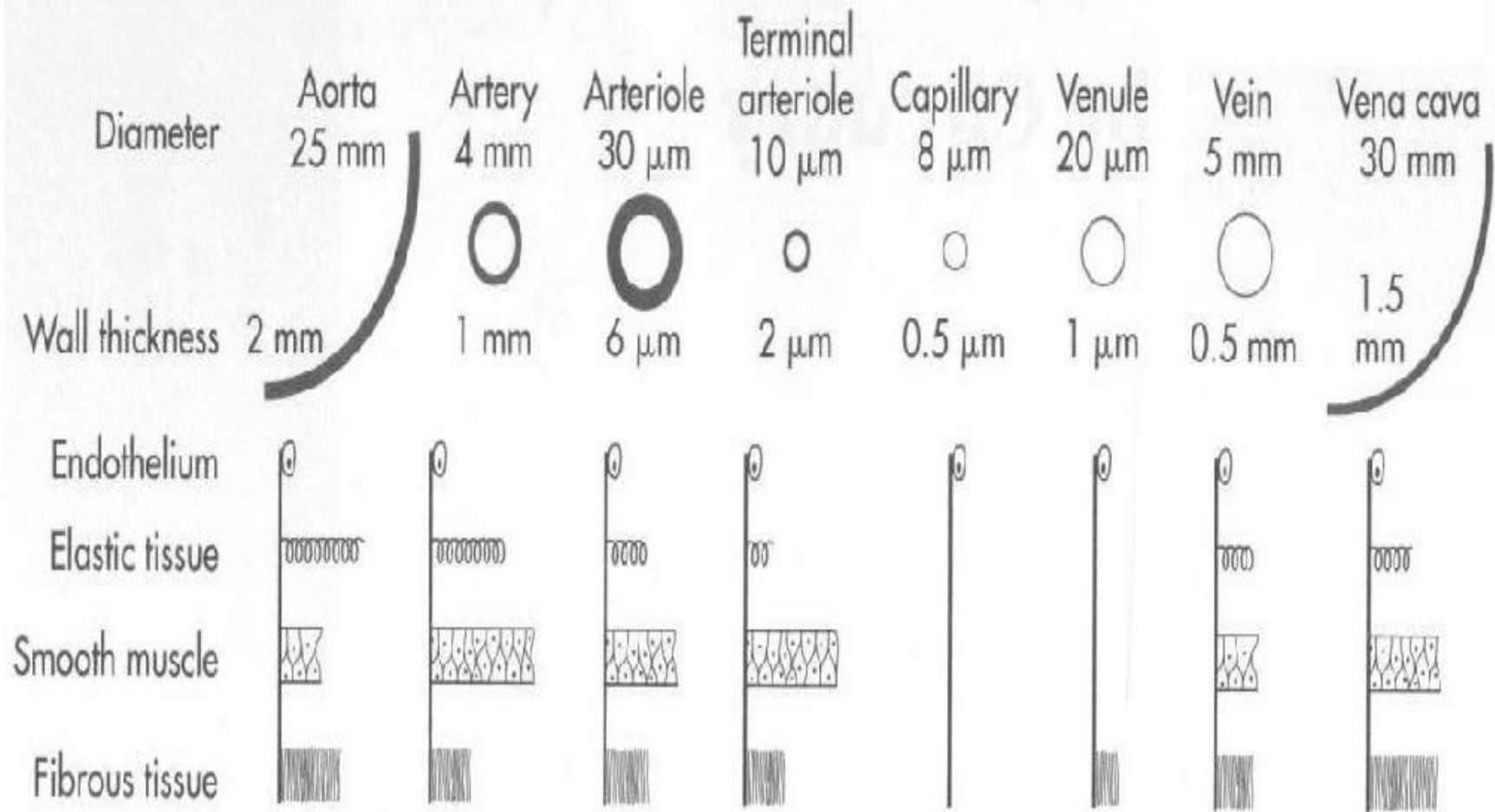
Σχέση πίεσης διαμέτρου στις αρτηρίες



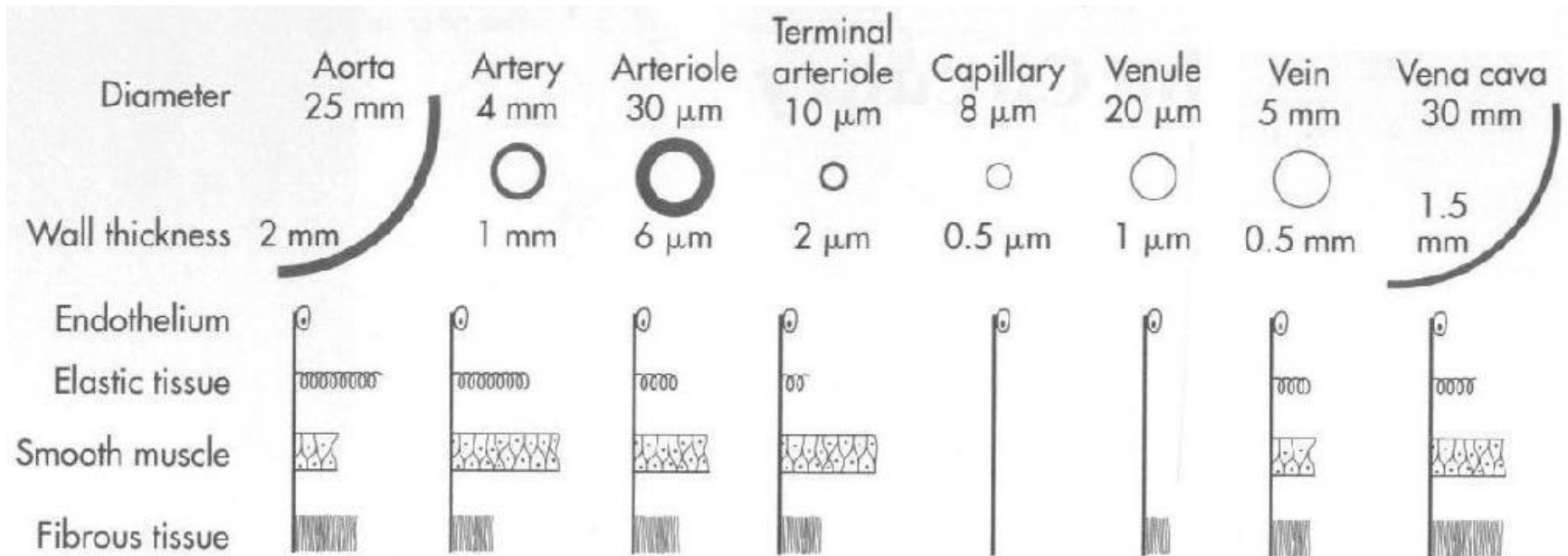
Επίπτωση της ηλικίας στην ελαστικότητα των αγγείων



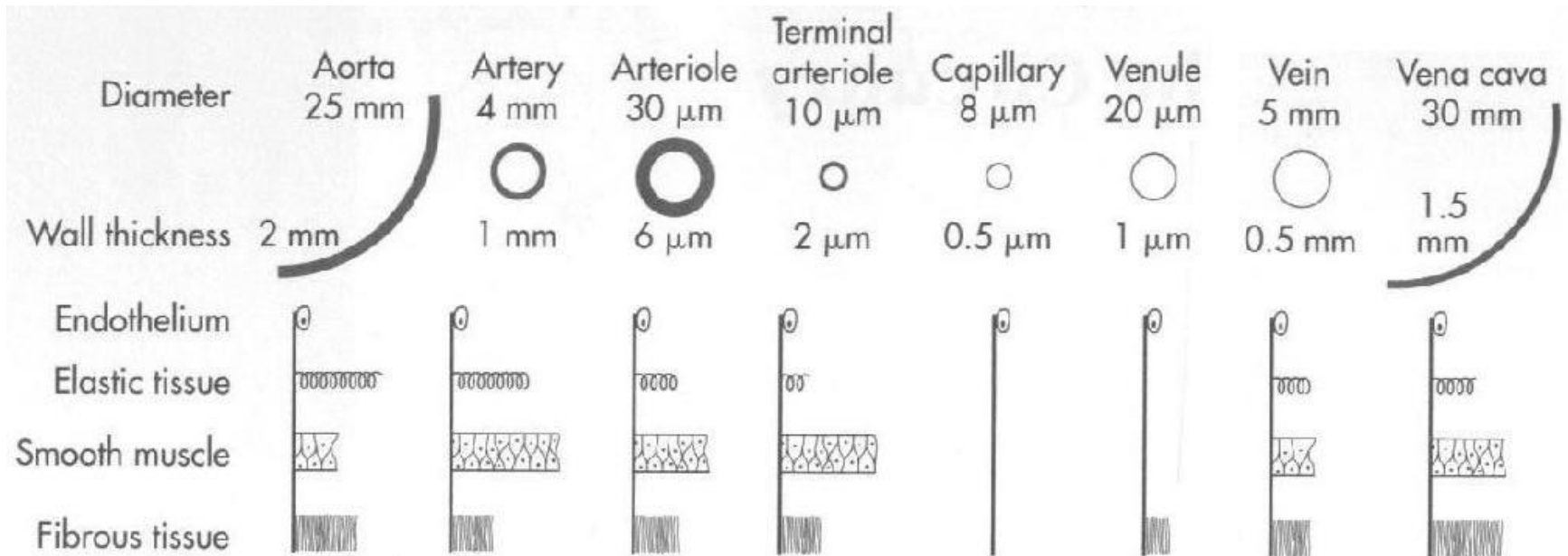
Κλίμακα και δομικά χαρακτηριστικά των αιμοφόρων αγγείων



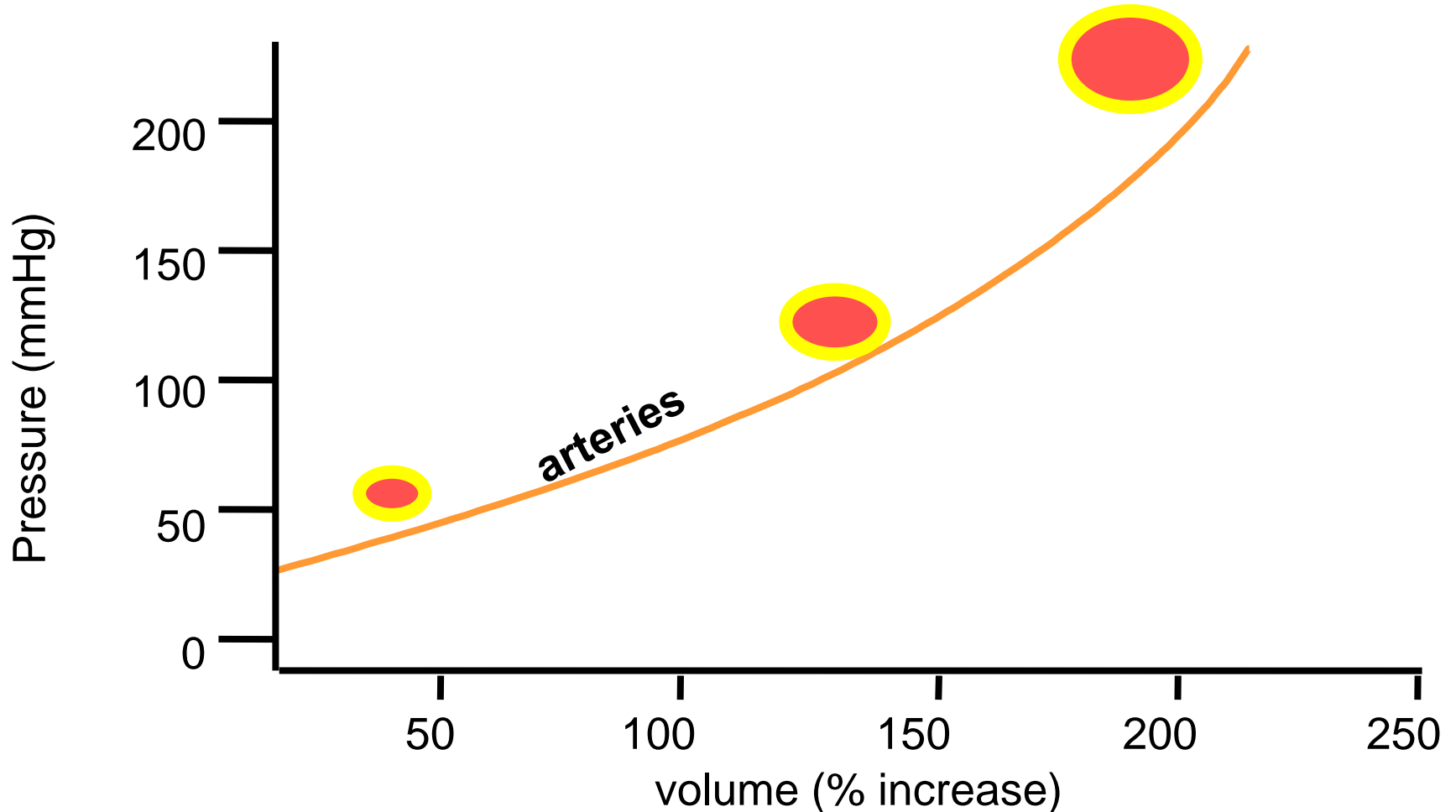
Κλίμακα και δομικά χαρακτηριστικά των αιμοφόρων αγγείων



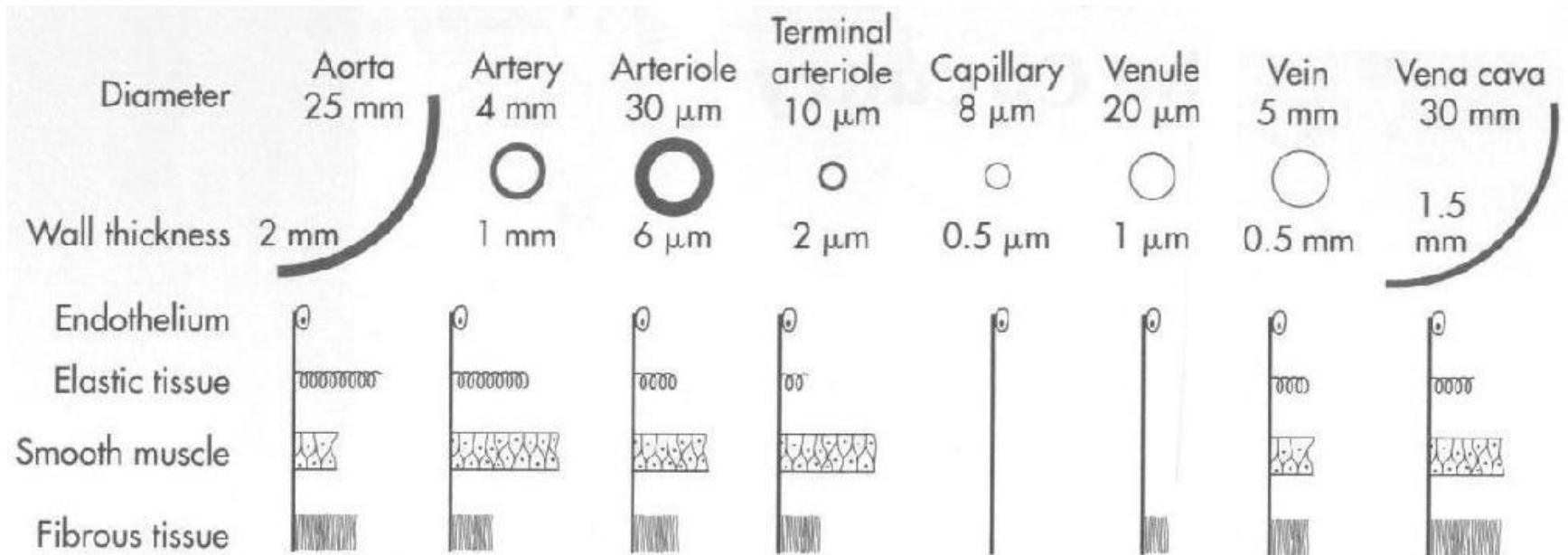
Κλίμακα και δομικά χαρακτηριστικά των αιμοφόρων αγγείων



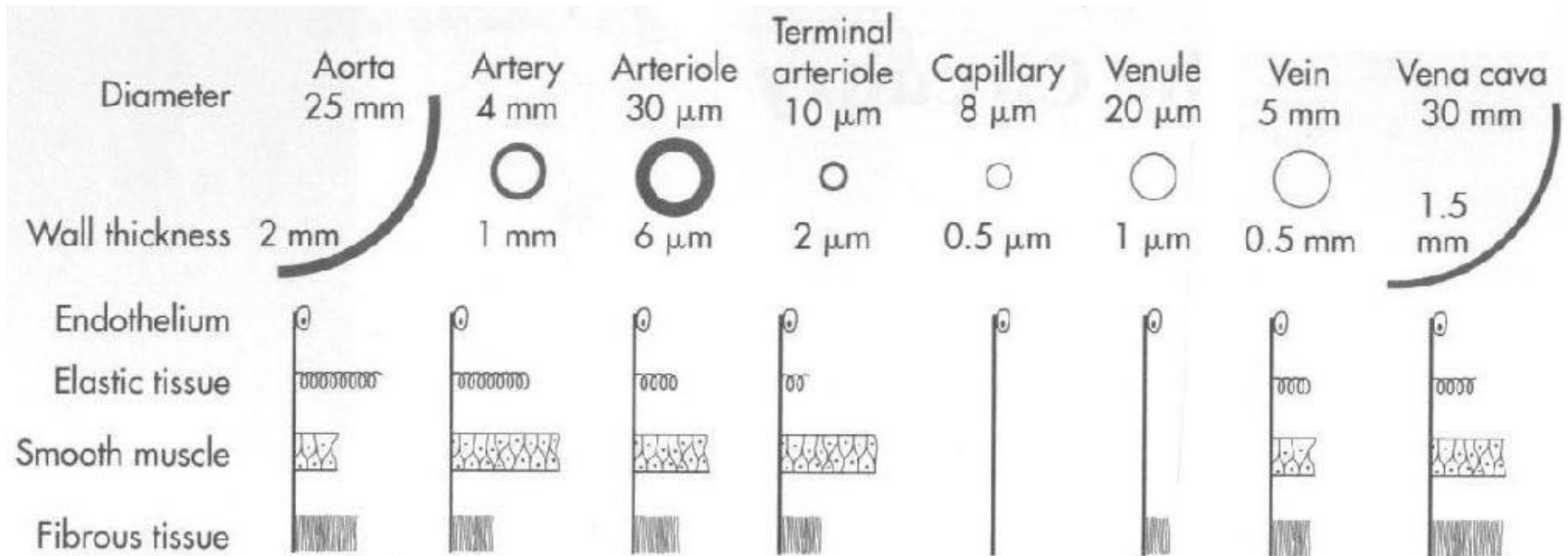
Σχέση πίεσης όγκου σε αρτηρίες



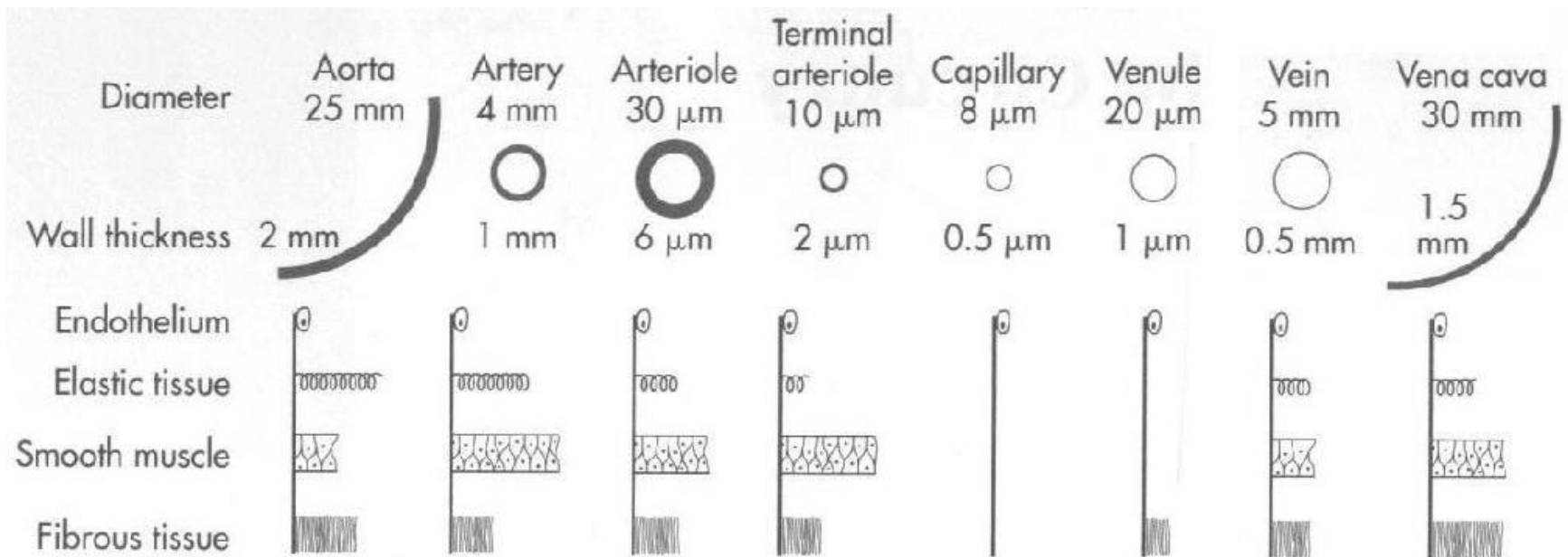
Κλίμακα και δομικά χαρακτηριστικά των αιμοφόρων αγγείων



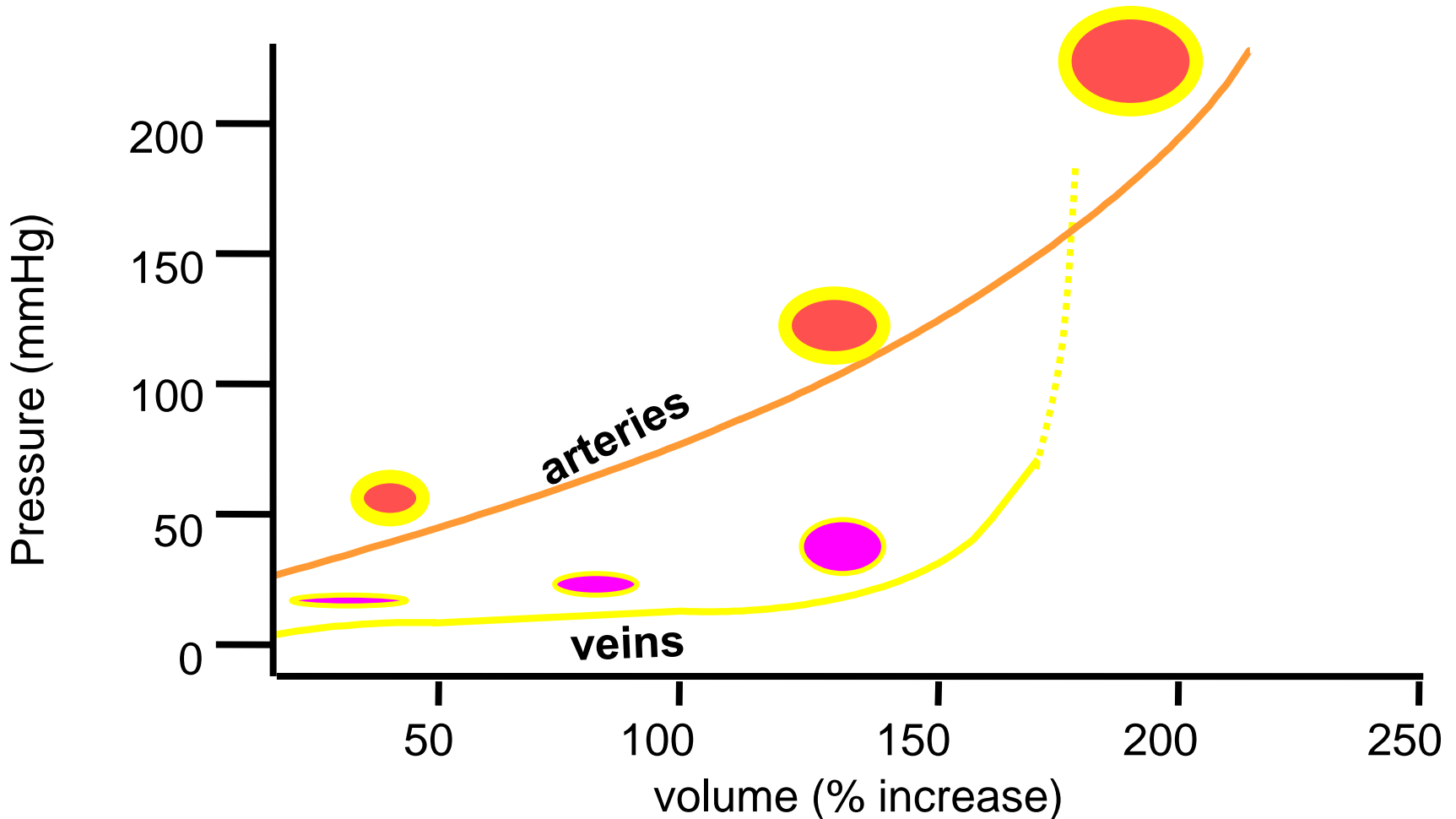
Κλίμακα και δομικά χαρακτηριστικά των αιμοφόρων αγγείων



Κλίμακα και δομικά χαρακτηριστικά των αιμοφόρων αγγείων



Σχέση πίεσης όγκου στα αγγεία



Νόμος του σωλήνα – Μονοδιάστατη εξίσωση τοιχωματικής κίνησης

$$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2} - T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + C_d \frac{\partial w}{\partial t} = P - P_e$$

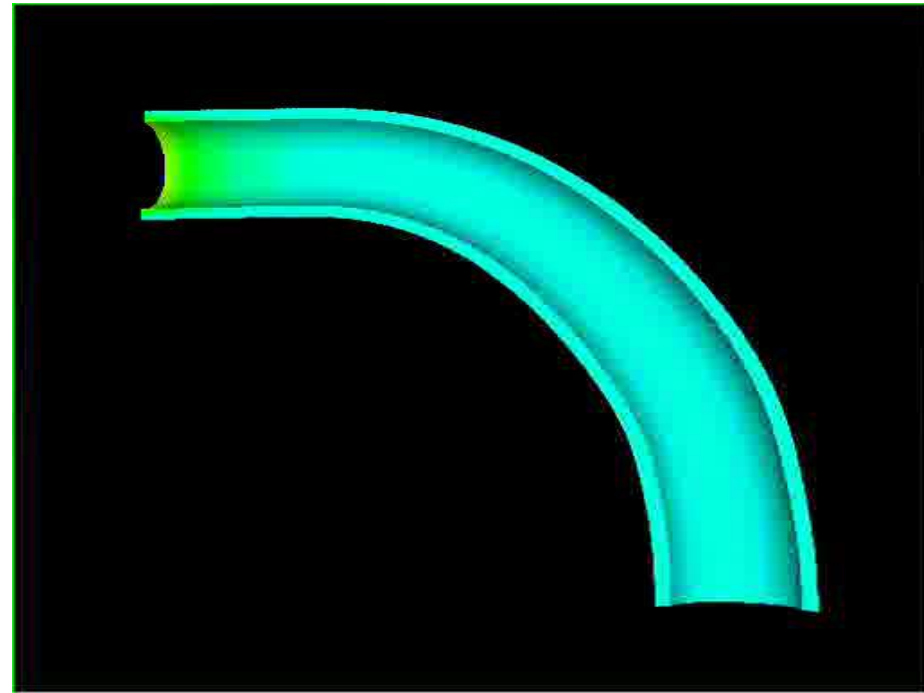
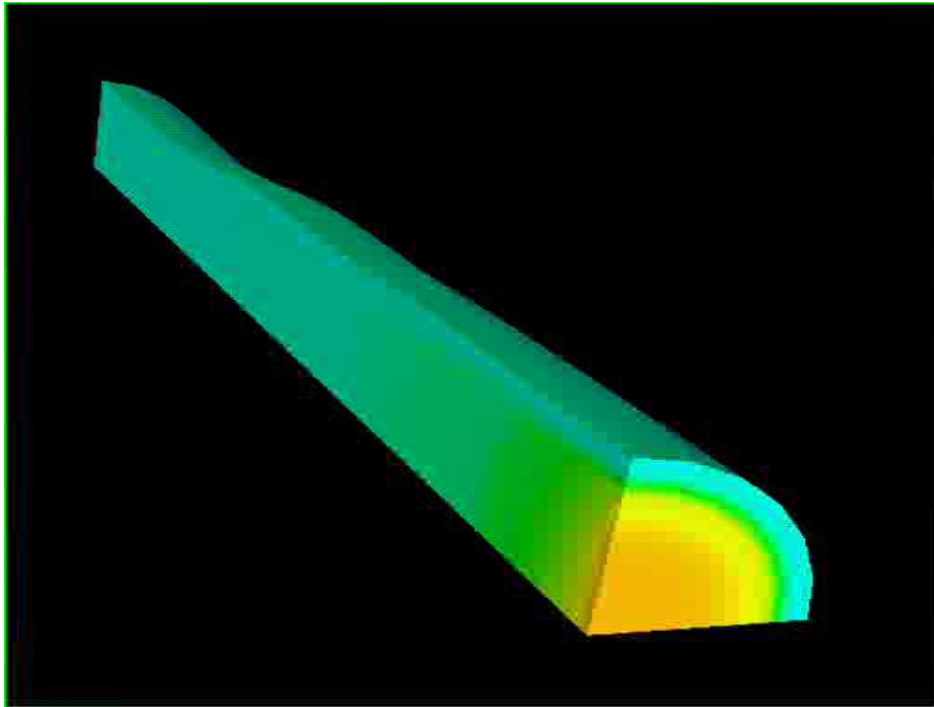
$$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2} : \text{ Φαινόμενα κάμψης}$$

$$T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} : \text{ Αξονική τάση}$$

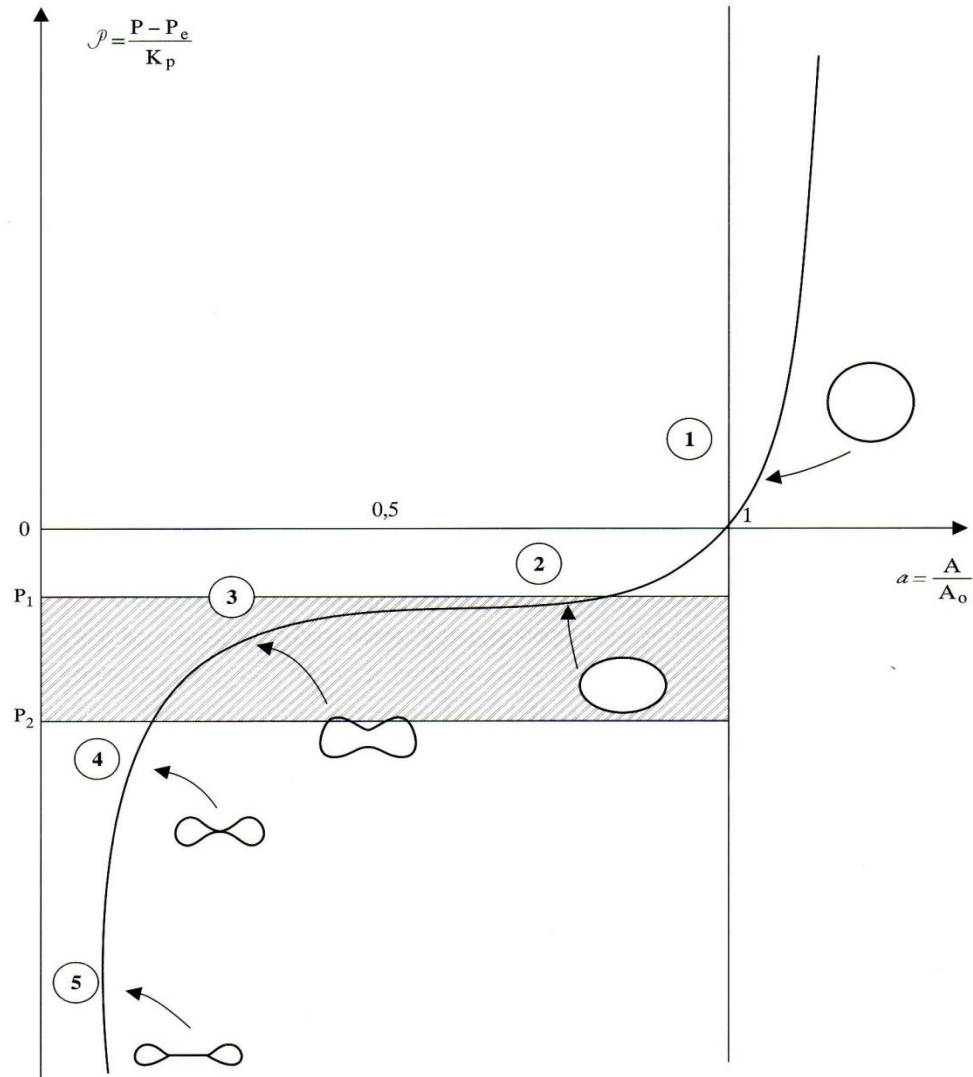
$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} : \text{ Φαινόμενα αδράνειας}$$

$$C_d \frac{\partial w}{\partial t} : \text{ Ιξωδοελαστικότητα}$$

FSI σε 3D μοντέλα ελαστικών σωλήνων



Νόμος του σωλήνα



Νόμος του σωλήνα

$$C = D \equiv \frac{1}{A} \frac{dA}{d(P - P_e)} \cong \frac{d}{Eh}$$

h : πάχος τοιχώματος

E : σταθερά ελαστικότητας Young

D : διατασιμότητα

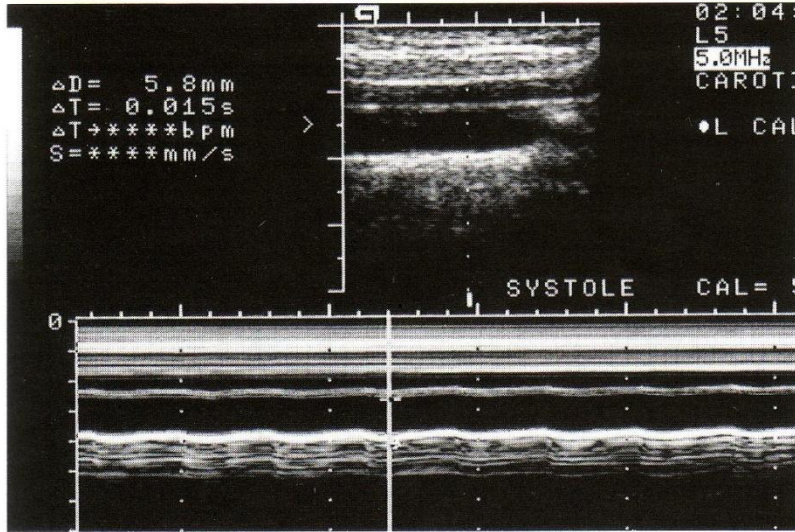
C : ενδοτικότητα

dA : μεταβολή διατομής A

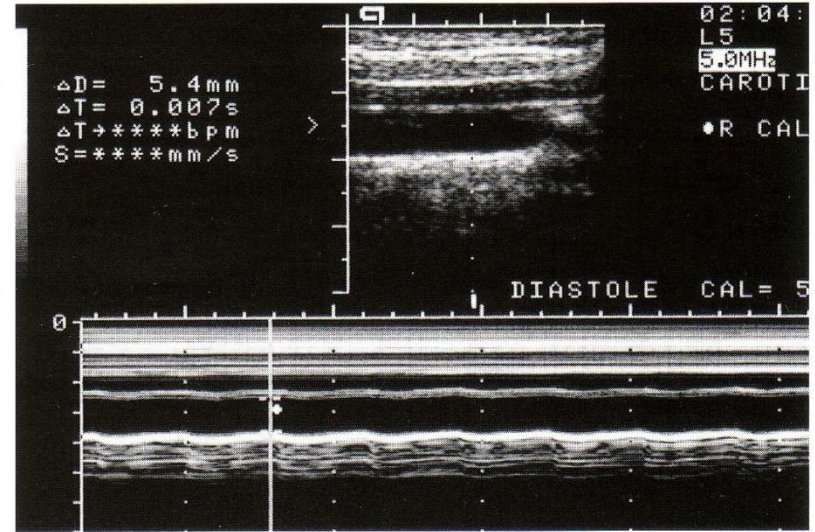
$d(P - P_e)$: μεταβολή διατοιχωματικής πίεσης

Ενδοτικότητα

CCA

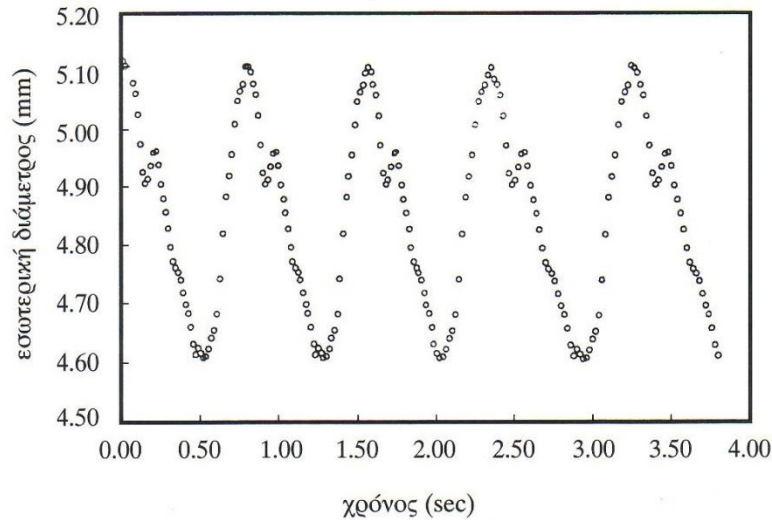


(α)



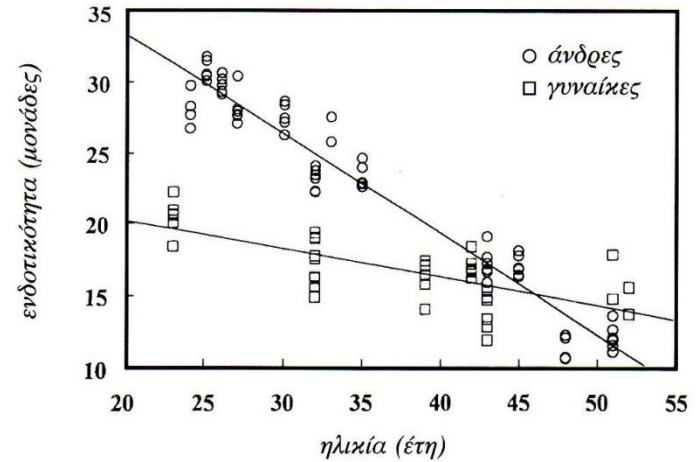
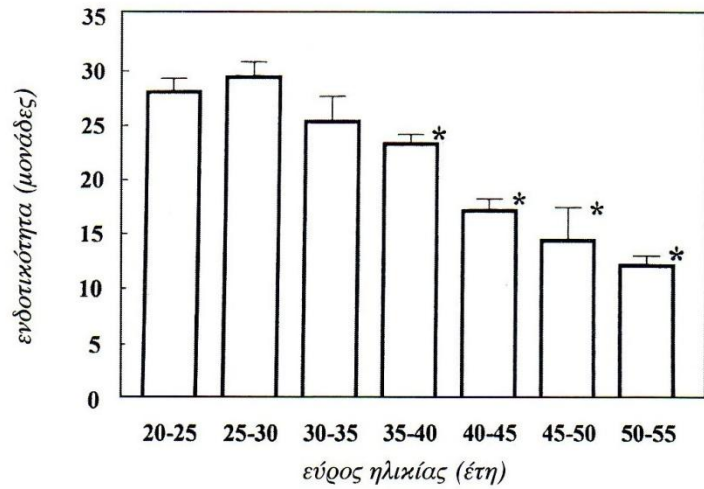
(β)

$$C = \frac{(d_s - d_d)}{d_{diast} (P_s - P_d)}$$



(γ)

Ενδοτικότητα



Ταχύτητα διάδοσης του σφυγμικού κύματος

Εξίσωση Moens-Korteweg

$$c^2 = \frac{A}{\rho} \frac{d(P - P_e)}{dA} = \frac{1}{\rho D} = \frac{Eh}{\rho d}$$

c : κυματική ταχύτητα πίεσης

E : σταθερά ελαστικότητας Young

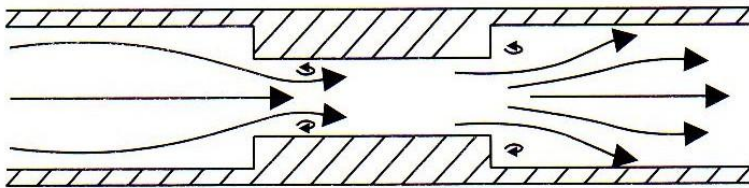
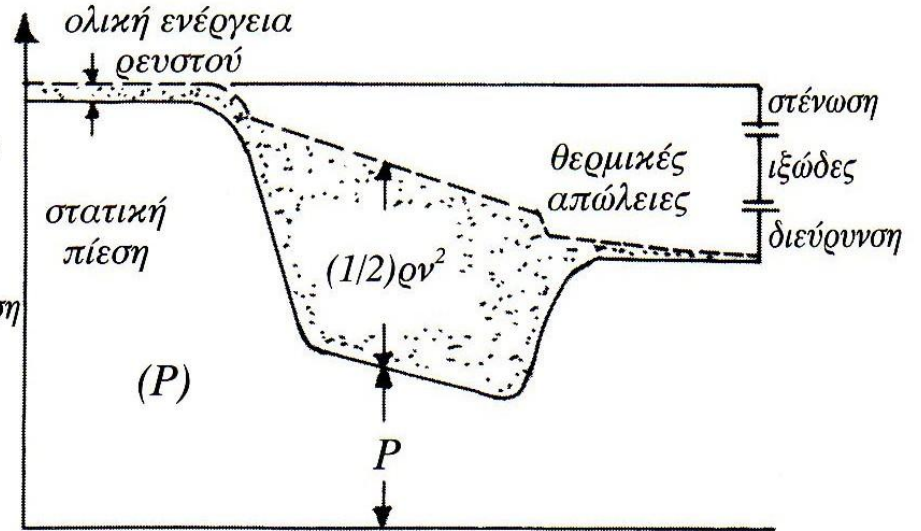
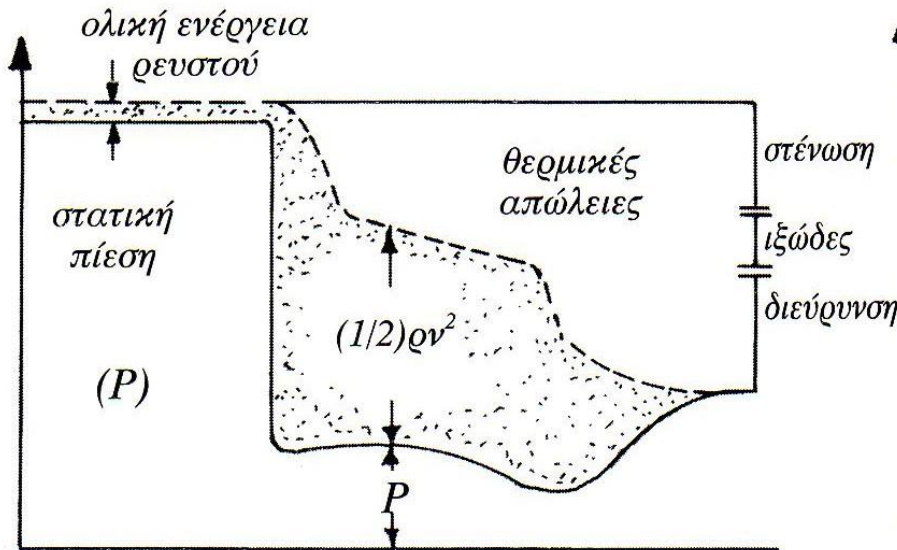
D : διατασιμότητα

dA : μεταβολή διατομής A

$d(P - P_e)$: μεταβολή διατοιχωματικής πίεσης

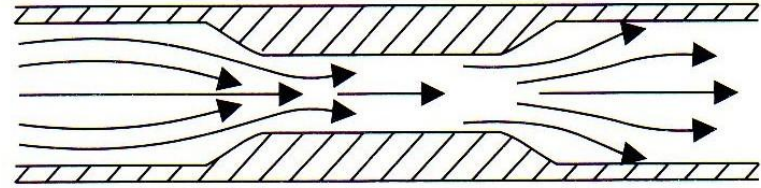
h : πάχος τοιχώματος αγγείου

Αθρωματική στένωση



(a)

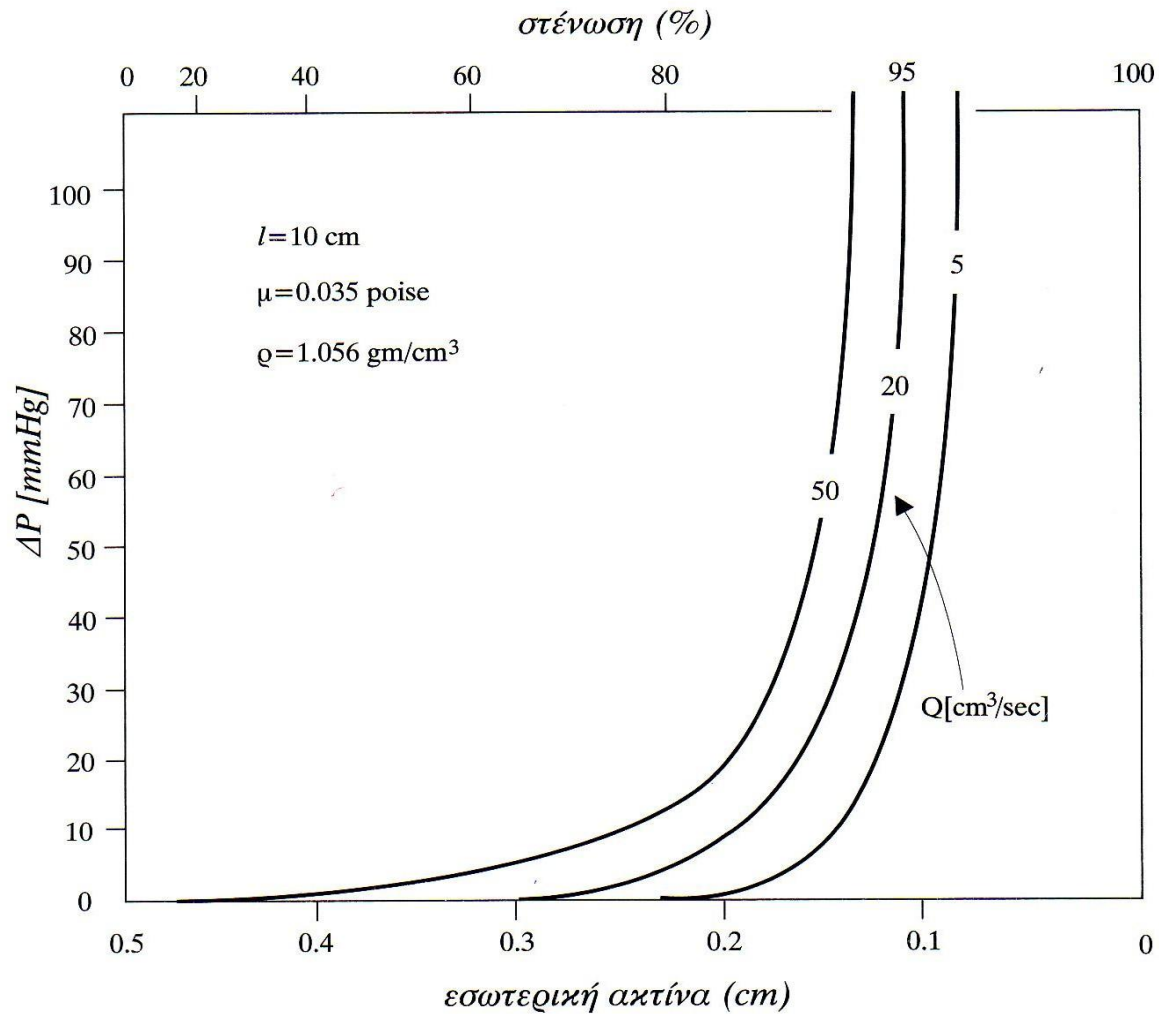
Οξεία Στένωση



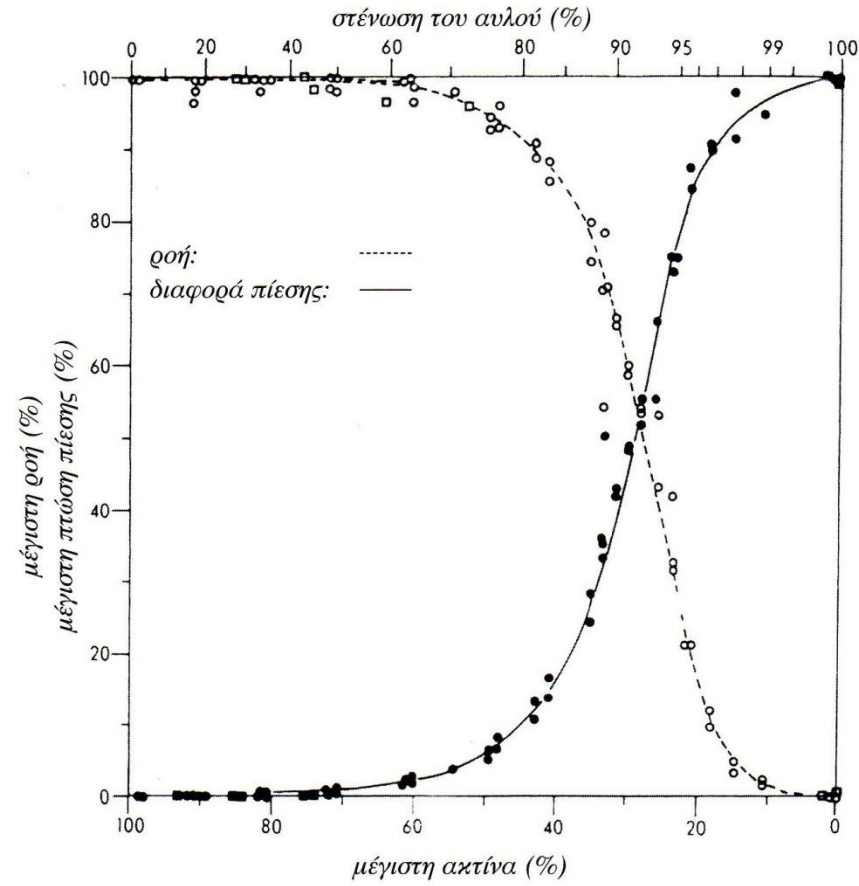
(β)

Ομαλή Στένωση

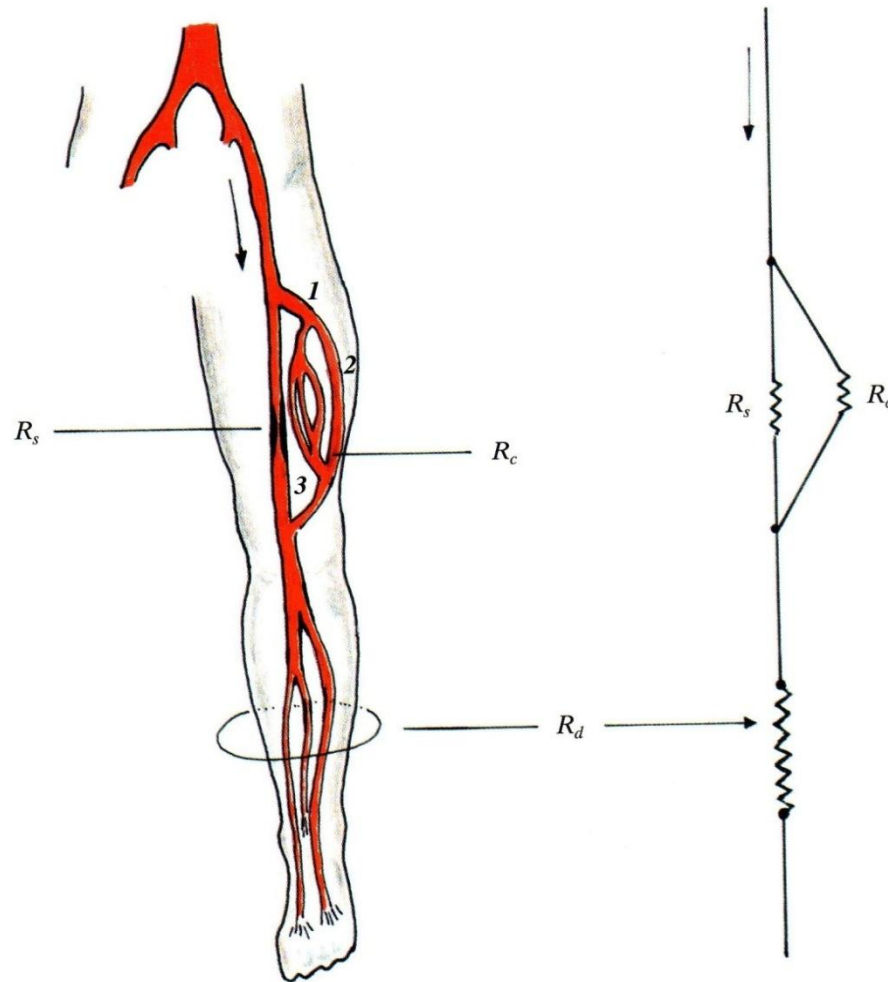
Αθηρωματική στένωση



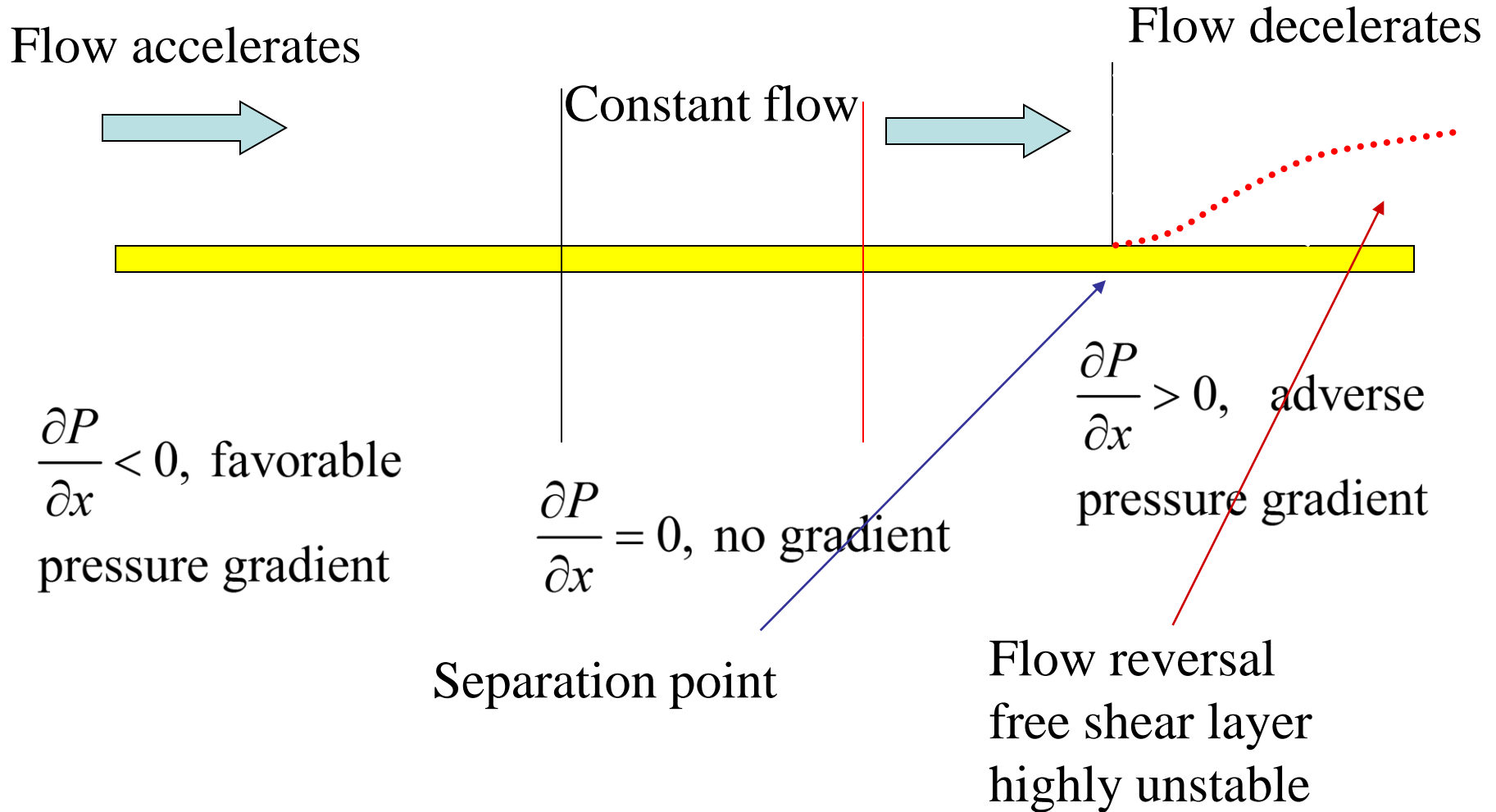
Αθηρωματική στένωση



Αθηρωματική στένωση – αιμοδυναμικό κύκλωμα



Οριακή στοιβάδα και αποκόλληση ροής



Αποκόλληση οριακής στοιβάδας

- Η αιμοδυναμικά σχετιζόμενες διαταραχές στη μεταφορά μάζας σχετίζονται με την δημιουργία παθολογικών αλλοιώσεων του αγγειακού τοιχώματος
- Σε περιοχές αποκόλλησης και ανακυκλοφορίας ροής η τοπική μεταφορά μάζας μεταξύ αίματος και αρτηριακού τοιχώματος ελαττώνεται

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

