



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Λογική

Ενότητα 1: Εισαγωγή

Δημήτρης Πλεξουσάκης

Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται στην άδεια χρήσης Creative Commons και ειδικότερα

Αναφορά – Μη εμπορική Χρήση – Όχι Παράγωγο Έργο v. 3.0

(Attribution – Non Commercial – Non-derivatives)



- Εξαιρείται από την ως άνω άδεια υλικό που περιλαμβάνεται στις διαφάνειες του μαθήματος, και υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης. Η άδεια χρήσης στην οποία υπόκειται το υλικό αυτό αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
 - Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Επισκόπηση Μαθήματος

- Εισαγωγή στη **Μαθηματική Λογική** και το ρόλο της στην Επιστήμη Υπολογιστών
- **Θέματα:**
 - Βασικές έννοιες Προτασιακού και Κατηγορηματικού Λογισμού (Propositional and Predicate Calculus)
 - Τυπικά Συστήματα Αποδείξεων (Formal Proof Systems)
 - Πρωτοβάθμιες Θεωρίες (First-Order Theories)
 - Λογικός Προγραμματισμός (Logic Programming)
 - Συστήματα Αυτομάτων Αποδείξεων (Automated Theorem Proving Systems)

Επισκόπηση Μαθήματος

- Προαπαιτούμενες γνώσεις:
 - δεν υπάρχει τυπικό προαπαιτούμενο μάθημα!
 - Επί της ουσίας, απαιτούνται:
 - εξοικείωση με το μαθηματικό συμβολισμό
 - βασικές γνώσεις Άλγεβρας και Διακριτών Μαθηματικών
 - δεν συνιστάται για φοιτητές που βρίσκονται στο 1ο έτος σπουδών

Επισκόπηση Μαθήματος

- Βιβλιογραφία

- η ύλη βασίζεται κυρίως στις παραδόσεις και τις σημειώσεις του μαθήματος
- βιβλία για συμπληρωματική μελέτη:
 - Γ. Τουρλάκης, «Μαθηματική Λογική – Από τη Θεωρία στην Πράξη», 2011, Παν. Εκδόσεις Κρήτης
 - Γ. Μητακίδης, «Από τη Λογική στο Λογικό Προγραμματισμό και την Prolog»
 - H. Enderton, «A Mathematical Introduction to Logic»
 - C. Allen and M. Hand, «Logic Primer»
 - C. Chang and R. Lee, «Symbolic Logic and Mechanical Theorem Proving»

Ιστορική Ανασκόπηση

- Θεμελιωτής της Λογικής ως επιστήμης θεωρείται ο **Αριστοτέλης**
 - νωρίτερα, κάποια βήματα είχαν γίνει από τους Ίωνες, Ελεάτες φιλοσόφου και τους Σοφιστές
- Φθίνει το ενδιαφέρον για την Λογική στους πρώτους μ.Χ. αιώνες και μέχρι το Μεσαίωνα
- Αναζοπυρώνεται με την ανακάλυψη των **μη-Ευκλείδιων γεωμετριών** και την ανάγκη **θεωρητικής θεμελίωσης της Ανάλυσης**:
 - 1879 : ο **Frege** προτείνει την πρώτη τυπική γλώσσα για τα **Μαθηματικά και τη Λογική**
 - 1895-97: ο **Cantor** δημοσιεύει τη **θεμελίωση της θεωρίας συνόλων**

Ιστορική Ανασκόπηση

- 1899: δημοσιεύεται το παράδοξο της θεωρίας του Cantor για τους πληθικούς αριθμούς
- 1902: παράδοξο του Russell

Κάθε σύνολο χαρακτηρίζεται στη θεωρία του Cantor από τη χαρακτηριστική ιδιότητα των στοιχείων του. Έστω A το σύνολο των συνόλων X , όπου τα σύνολα X χαρακτηρίζονται από την ιδιότητα $X \notin A$. Δηλαδή, $A = \{ X \mid X \notin A \}$.

Τέτοια παράδοξα έδειξαν ότι μόνο αυστηρή τυποποίηση μπορεί να προσφέρει θεωρίες χωρίς αντινομίες.

- 1930: ο Russell αναπτύσσει την αξιωματική μέθοδο της Λογικής

Ιστορική Ανασκόπηση

- αρχές δεκαετίας 1950: με την ανάπτυξη των Η/Υ αρχίζει και η χρήση τους για υπολογισμούς με σύμβολα και γράφονται τα πρώτα προγράμματα για απόδειξη θεωρημάτων
- 1965: ο Robinson προτείνει τη Μέθοδο της Επίλυσης για χειρισμό συμβόλων και εκτέλεση αποδείξεων
- αρχές δεκαετίας 1970: προτείνεται η Λογική σαν γλώσσα προγραμματισμού (Prolog) από τους Kowalski και Colmerauer
- Στη σύγχρονη εποχή η Λογική αποτελεί βασικό εργαλείο για την Επιστήμη Υπολογιστών.

Ρόλος της Λογικής στην Επιστήμη Υπολογιστών

- **Λογικά κυκλώματα (Logic Circuits)**
 - λογικά κυκλώματα σχηματίζονται με συνδυασμούς πυλών AND, OR, NOT.
 - στη Λογική, προτάσεις συνδυάζονται με σύζευξη, διάζευξη, άρνηση
 - κάθε κύκλωμα μπορεί να χαρακτηριστεί από μια πρόταση του Προτασιακού Λογισμού
 - προβλήματα σχεδιασμού κυκλωμάτων μεταφράζονται σε προβλήματα εύρεσης αντίστοιχων προτάσεων και του χειρισμού αυτών

Ρόλος της Λογικής στην Επιστήμη Υπολογιστών

- **Προγραμματισμός**: τύποι δεδομένων Boolean
 - επιδέχονται τιμές `true`, `false`
 - μπορούν να συνδυαστούν μέσω συνδετικών `and`, `or`, `not` για να παράγουν σύνθετες εκφράσεις του ίδιου τύπου
 - Π.χ., η έκφραση
`if (A and B) or (A and C) then ...`
μπορεί να απλοποιηθεί στην **ισοδύναμη** έκφραση
`if A and (B or C) then ...`
- Η **ισοδυναμία** των δύο εκφράσεων δίνεται από τα **αξιώματα του Προτασιακού Λογισμού**.

Ρόλος της Λογικής στην Επιστήμη Υπολογιστών

- **Σχεδίαση Προγραμμάτων** (Program Design)
 - ο σχεδιασμός προγραμμάτων απαιτεί την κατάρτιση **προδιαγραφών** (program specifications) που περιγράφουν τη **συμπεριφορά** του προγράμματος
 - οι προδιαγραφές μπορούν να γραφούν σε **τυπικές γλώσσες** οι οποίες συχνά επιτρέπουν την **επαλήθευση** της σωστής συμπεριφοράς του προγράμματος
 - η Λογική μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή του ίδιου του προγράμματος αλλά και της επιθυμητής συμπεριφοράς του
 - ζητούμενο είναι να αποδειχθεί ότι η συμπεριφορά είναι λογική συνέπεια της περιγραφής

Ρόλος της Λογικής στην Επιστήμη Υπολογιστών

- **Λογικός Προγραμματισμός** (Logic Programming)
 - ακολουθεί το **δηλωτικό** στυλ προγραμματισμού: περιγράφει **ποιο** είναι το επιθυμητό αποτέλεσμα και όχι το **πώς** θα επιτευχθεί
 - αυτό γίνεται με χρήση προτάσεων και **κανόνων εξαγωγής συμπερασμάτων** που ορίζονται από τον προγραμματιστή
 - ένα λογικό πρόγραμμα είναι ένα σύνολο **εκτελέσιμων προδιαγραφών**
- **Αυτοματοποιημένος Λογισμός** (Automated Reasoning)
 - συστήματα αυτομάτων αποδείξεων βασισμένα στη Λογική και το χειρισμό συμβόλων

Ρόλος της Λογικής στην Επιστήμη Υπολογιστών

- **Αυτοματοποιημένος Λογισμός** (Automated Reasoning)
 - συστήματα αυτομάτων αποδείξεων βασισμένα στη Λογική και το χειρισμό συμβόλων για συγκεκριμένους κλάδους των Μαθηματικών (π.χ. Θεωρία Αριθμών, Άλγεβρα)
 - παρόμοια συστήματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για την **επαλήθευση προγραμμάτων**
 - ενδιαφέρον παρουσιάζει και η **σύνθεση προγραμμάτων**, δηλαδή το πρόβλημα παραγωγής ενός προγράμματος δεδομένων κάποιων προδιαγραφών έτσι ώστε να αποδεικνύεται ότι το πρόγραμμα υλοποιεί σωστά τις προδιαγραφές

Ρόλος της Λογικής στην Επιστήμη Υπολογιστών

- **Τεχνητή Νοημοσύνη** (Artificial Intelligence)
 - ασχολείται με την κατασκευή **υπολογιστικών μοντέλων** της ανθρώπινης νοητικής διαδικασίας
 - η Λογική παρέχει το τεχνικό υπόβαθρο για την **τυποποίηση διαφόρων νοητικών διαδικασιών**, όπως η **αναπαράσταση γνώσης** και ο **λογισμός**

Ρόλος της Λογικής στην Επιστήμη Υπολογιστών

- **Βάσεις Δεδομένων και Γνώσεων** (Data and Knowledge Bases)
 - η Λογική και η Θεωρία Συνόλων αποτέλεσαν τη βάση του **Σχεσιακού Μοντέλου Δεδομένων** (Relational Data Model)
 - οι βάσεις γνώσεων αναπαριστούν γνώση υπό μορφή λογικών προτάσεων
 - η παραγωγή συμπερασμάτων από βάσεις δεδομένων ή γνώσεων γίνεται με **γλώσσες ερωτήσεων** (query languages) και **συμπερασματικούς κανόνες** (inference rules) που βασίζονται συνήθως σε διαλέκτους του **Κατηγορηματικού Λογισμού**