



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

---

## Εισαγωγή στη Σύγχρονη Φυσική II

Θ. Ν. Τομαράς

Τμήμα Φυσικής

---

1. Βιβλίο *Serway, Moses and Moyer*: Κεφάλαιο 13, άσκηση 57 στη σελίδα 471.

Λύση: (α) Η ενέργεια  $Q$  μιας αντίδρασης ισούται, εξ' ορισμού, προς το άθροισμα των ενεργειών ηρεμίας των αντιδρώντων, μείον το άθροισμα των ενεργειών ηρεμίας των προϊόντων της αντίδρασης. Επομένως, για μια αντίδραση διάσπασης στο σύστημα ηρεμίας του αρχικού σωματίου, το  $Q$  ισούται και με τη συνολική κινητική ενέργεια των προϊόντων της διάσπασης. (β) Επίσης, λόγω διατήρησης της ορμής η ορμή  $p_\alpha$  του σωματίου  $\alpha$  ισούται με την ορμή  $p_Y$  του πυρήνα  $Y$ . (γ) Τέλος, χρησιμοποιώ το γεγονός ότι τα προϊόντα της αντίδρασης έχουν κινητικές ενέργειες πολύ μικρότερες των ενεργειών ηρεμίας τους, ώστε να χρησιμοποιήσω τον τύπο του Νεύτωνα  $K = p^2/2m$  για την κινητική τους ενέργεια.

$$Q = K_{tot} = K_\alpha + K_Y = K_\alpha \left( 1 + \frac{K_Y}{K_\alpha} \right) \simeq K_\alpha \left( 1 + \frac{p_Y^2/2M_Y}{p_\alpha^2/2M_\alpha} \right) = K_\alpha \left( 1 + \frac{M_\alpha}{M_Y} \right) \quad (1)$$

2. Βιβλίο *Serway, Moses and Moyer*: Κεφάλαιο 13, άσκηση 51 στη σελίδα 470.

Λύση: (α) Η μέση κινητική ενέργεια των “ατόμων” αερίου σε απόλυτη θερμοκρασία  $T$  είναι <sup>1</sup>

$$\bar{K} = 3k_B T/2 = 1.5 \times (k_B \times 300^\circ K) \times (T/300^\circ K) \simeq 1.5 \times (1/40)eV \times 2 \times 10^6 = 0.075 MeV \quad (2)$$

(β)

$$\begin{aligned} Q_1 &= (2M_C - M_{Ne} - M_{He})c^2 \\ &= (24u - 12m_e - 19.992439u + 10m_e - 4.002603u + 2m_e)c^2 \\ &= (24 - 19.992439 - 4.002603)uc^2 = 0.004958 \times 931.50 MeV \\ &= 4.618 MeV \end{aligned} \quad (3)$$

Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζουμε την ενέργεια της δεύτερης αντίδρασης.

(γ) Τα  $12g^{12}C$  περιέχουν  $N_A$  άτομα. Οπότε, η ολική ενέργεια που απελευθερώνεται είναι το πλήθος των ζευγών ατόμων άνθρακα στα 2000 gr επί την ενέργεια που εκλύεται από την αντίδραση του ενός ζεύγους, δηλαδή

$$\begin{aligned} E &= \frac{N_A \times 2000}{12} \times \frac{1}{2} \times 4.618 MeV \\ &\simeq 6.023 \times 10^{26} \times \frac{4.618}{12} \times 1.6 \times 10^{-13} \text{ Joules} \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Η σταθερά του Boltzmann είναι  $k_B = 8.617 \times 10^{-5} eV/^\circ K$ , ή κατά προσέγγιση  $k_B \times 300^\circ K \simeq (1/40)eV$ .

$$\begin{aligned}
&= 3.71 \times 10^{13} \text{ Joules} = \frac{3.71}{3.6} \times 10^{13} \times 10^{-6} \text{ kWh} \\
&= 1.03 \times 10^7 \text{ kWh}
\end{aligned} \tag{4}$$

3. Βιβλίο *Serway, Moses and Moyer*: Κεφάλαιο 13, άσκηση 63 στη σελίδα 472.

Λύση: Ονομάζω  $x$  τον υποτιθέμενο σταθερό<sup>2</sup> αριθμό των ατόμων  $^{59}\text{Fe}$ , που πέφτουν από το εξάρτημα στο λάδι της μηχανής ανα μονάδα χρόνου. Επίσης, ονομάζω  $N_{59}(t)$  το πλήθος των ατόμων  $^{59}\text{Fe}$  στο λάδι της μηχανής τη χρονική στιγμή  $t$ . Το πλήθος αυτό σε χρόνο  $dt$  αυξάνεται κατά  $xdt$  λόγω ρίψης και νέων ριτισμάτων από το εξάρτημα, και μειώνεται κατά  $\lambda N_{59}(t)dt$  λόγω ραδιενέργειας. Επομένως, ικανοποιεί την εξίσωση

$$\frac{dN_{59}}{dt} = x - \lambda N_{59} \tag{5}$$

που γράφεται ισοδύναμα

$$\frac{d}{dt}(\lambda N_{59} - x) = -\lambda(\lambda N_{59} - x) \tag{6}$$

και που με την προφανή αρχική συνθήκη  $N_{59}(0) = 0$  δίνει

$$N_{59}(t) = \frac{x}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \tag{7}$$

από την οποία, τέλος, παίρνω

$$x = \frac{\lambda N_{59}(t)}{1 - e^{-\lambda t}} = \frac{R(t)}{1 - e^{-\lambda t}} \tag{8}$$

όπου  $R(t)$  είναι η ολική ενεργότητα του λαδιού τη χρονική στιγμή  $t$ . Από αυτήν, λοιπόν, για  $t = 1000h$  βρίσκω το  $x$ .

Το πρόβλημα μου ζητάει το ρυθμό αφαίρεσης μάζας  $dm/dt$  από το εξάρτημα. Ξέρω το ρυθμό απόσπασης ατόμων  $^{59}\text{Fe}$  από το εξάρτημα. Αν  $r \equiv n_{56}(t)/n_{59}(t) \simeq n_{56}(0)/n_{59}(0)$  είναι το πηλίκον του αριθμού  $n_{56}$  των ατόμων  $^{56}\text{Fe}$  προς τα  $n_{59}$  άτομα  $^{59}\text{Fe}$  στο εξάρτημα, τότε

$$\frac{dm}{dt} = x \left( m_{59} + \frac{n_{56}}{n_{59}} m_{56} \right) \tag{9}$$

Όμως ξέρουμε ακόμα ότι

$$n_{59}(0) = \frac{R_0}{\lambda} \tag{10}$$

με

$$m_{56}n_{56}(0) + m_{59}n_{59}(0) = n_{59}(0)(m_{56} + r m_{56}) = M \tag{11}$$

<sup>2</sup>Για μικρά χρονικά διαστήματα κατά τα οποία το εξάρτημα δεν έχει υποστεί μεγάλες αλλαγές ώστε να είναι ακόμα λειτουργικό, μπορούμε να υποθέσουμε ότι ο συνολικός αριθμός ατόμων που αποσπώνται και πέφτουν στο λάδι είναι σταθερός. Εξαρτάται μόνο από την επιφάνεια των τριβομένων επιφανειών, τις οποίες μπορούμε να υποθέσουμε σταθερές. Είναι γεγονός ότι η αναλογία  $n_{56}$  προς  $n_{59}$  αλλάζει αφού οι  $^{59}\text{Fe}$  διασπώνται. Θα αγνοήσω αυτήν την αλλαγή στα παρακάτω.

με  $M$  την αρχική δοσμένη μάζα του εξαρτήματος.

Τελικά παίρνω

$$\frac{dm}{dt} = x \frac{M\lambda}{R_0} = \lambda M \frac{\lambda N_{59}(t)}{R_0} \frac{1}{1 - e^{-\lambda t}} = \lambda M \frac{R(t)}{R_0} \frac{1}{1 - e^{-\lambda t}} \quad (12)$$

Από όπου, αντικαθιστώντας τα δεδομένα του προβλήματος  $M=0.2 \text{ kg}$ ,  $R(1000h) = 6.5 \times 800/60 \text{ sec}^{-1}$ ,  $R_0 = 20 \times 10^{-6} \times 3.7 \times 10^{10} \text{ sec}^{-1}$  και  $t=1000h$ , παίρνω<sup>3</sup>

$$\frac{dm}{dt} \simeq 2.75 \times 10^{-7} \text{ kg/h} \quad (13)$$

#### 4. Βιβλίο *Serway, Moses and Moyer*: Κεφάλαιο 13, άσκηση 29 στη σελίδα 468.

Λύση: Για να μπορεί μια αντίδραση να συμβεί αυθόρμητα αρκεί κατ' αρχήν να είναι επιτρεπτή ενεργειακά. Η κρίσιμη ποσότητα είναι η διαφορά  $Q$  των ενεργειών ηρεμίας του αρχικού πυρήνα μείον το άθροισμα των ενεργειών ηρεμίας των προϊόντων. Όταν  $Q>0$  η αντίδραση είναι επιτρεπτή ενεργειακά και επομένως μπορεί να συμβεί αυθόρμητα, ενώ όταν  $Q<0$  αυτό δεν γίνεται.

(α)  $Q_\alpha = (M_{nucleus Ca} - M_{nucleus K} - m_e)c^2 \simeq (M_{atom Ca} - 20m_e - M_{atom K} + 19m_e - m_e)c^2 = (39.962591 - 39.964000 - 2 \times 0.000548) \times 931.50 \text{ MeV} = -2.3334 \text{ MeV} < 0$ .

Η διάσπαση αυτή ΔΕΝ μπορεί να γίνει αυθόρμητα. Πρέπει να “καταβάλουμε” απο “έξω” την ενέργεια  $|Q|$  που λείπει.

(β) Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζουμε την ενέργεια  $Q \simeq -1.65 \text{ MeV} < 0$  για την αντίδραση αυτή. Οπότε ούτε η αντίδραση αυτή μπορεί να γίνει αυθόρμητα.

(γ) Η αντίδραση αυτή έχει  $Q \simeq +1.85 \text{ MeV} > 0$  και συνεπώς μπορεί να γίνει αυθόρμητα.

#### 5. Βιβλίο *Serway, Moses and Moyer*: Κεφάλαιο 13, άσκηση 39 στη σελίδα 469.

Λύση: (α) Η ενέργεια της αντίδρασης είναι  $Q \equiv (M_{nucleus He} + M_{nucleus Be} - M_{nucleus C} - M_n)c^2 = (M_{atom He} + M_{atom Be} - M_{atom C} - M_n)c^2 = (4.002603 + 9.012183 - 12.000000 - 1.008665)uc^2 = 27.524 \text{ MeV}$

Οι μάζες των ηλεκτρονίων απαλείφονται στα δύο μέλη της αντίδρασης. Εχουμε 6 ηλεκτρόνια στο αριστερό μέλος και 6 στο δεξί.

(β)  $Q \equiv (2M_{nucleus D} - M_{nucleus He} - M_n)c^2 = (2M_{atom D} - M_{atom He} - M_n)c^2 = 2 \times 2.014102 - 3.016029 - 1.008665)uc^2 = +3.27 \text{ MeV}$ .

Η αντίδραση αποδίδει ενέργεια ( $Q>0$ ) και επομένως είναι εξώθερμη.

#### 6. Βιβλίο *Serway, Moses and Moyer*: Κεφάλαιο 14, άσκηση 44 στη σελίδα 512.

<sup>3</sup>Η απάντηση αυτή είναι περίπου 6.2 φορές μεγαλύτερη από αυτήν που δίνει το βιβλίο. Αν δεν έχω κάνει κάποιο λάθος, υποθέτω ότι στο βιβλίο ξεχάσανε να πολλαπλασιάσουν επί τα 6.5 λίτρα λαδιού.

Λύση: (α) Απαιτείται υψηλή θερμοκρασία για να υπερνικηθεί η ηλεκτροστατική άπωση των δύο πυρήνων που συντήκονται. Αφού το φορτίο του πυρήνα άνθρακα είναι 6-πλάσιο του πρωτονίου, η απωστική δυναμική ενέργεια C-p είναι 6-πλάσια της p-p, οπότε χρειαζόμαστε και κινητική ενέργεια στους πυρήνες άνθρακα και υδρογόνου. Δεδομένου ότι η μέση κινητική ενέργεια σχετίζεται με τη θερμοκρασία με τη σχέση  $\bar{K} = 3k_B T/2$ , απαιτείται 6-πλάσια θερμοκρασία αυτής του κύκλου υδρογόνου, δηλαδή  $C = 6 \times T_H = 9.0 \times 10^7 K$ .

(β) Η ενέργεια Q κάθε αντίδρασης υπολογίζεται όπως και σε προηγούμενες ασκήσεις. Προσέξτε ότι ο αριθμός των ηλεκτρονίων στα δύο μέλη όλων των αντιδράσεων του κύκλου είναι ο ίδιος. Οπότε, μπορείτε να βάζετε κατ' ευθείαν τις μάζες των ατόμων αντί για τις μάζες των πυρήνων, που δεν υπάρχουν στους πίνακες του βιβλίου. Επίσης, η μάζα του φωτονίου είναι μηδέν και του νετρίνου σχεδόν μηδέν και δεν συνεισφέρουν στο Q των αντιδράσεων.

(γ) Τα νετρίνα, όπως έχουμε πει, έχουν πολύ μικρή ενεργό διατομή με την ύλη και επομένως αντιδρούν ελάχιστα με αυτήν. Διατρυπούν εύκολα τον αστέρα και φεύγουν χωρίς να αλληλεπιδράσουν μαζί του και επομένως χωρίς να εναποθέσουν καθόλου ενέργεια σε αυτόν.

7. Βιβλίο *Serway, Moses and Moyer*: Κεφάλαιο 14, άσκηση 24 στη σελίδα 511.

Λύση: 1 ράντ ακτινοβολίας προσδίδει σε 1 kg του ακτινοβολούμενου υλικού ενέργεια 0.01 J. Επομένως, τα 25 ράντ σε 75 kg μάζας προσδίδουν ενέργεια  $E = 25 \times 75 \times 0.01 J = 18.75 J$ .

# Σημειώματα

## Σημείωμα αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, Θ. Ν. Τομαράς, 2014. «Εισαγωγή στη Σύγχρονη Φυσική II». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://opencourses.uoc.gr>.

## Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

## Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

## Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

