



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

# Λογική

Φροντιστήριο 1: Συνέπεια,  
Εγκυρότητα, Συνεπαγωγή, Ισοδυναμία

Δημήτρης Πλεξουσάκης  
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται στην άδεια χρήσης Creative Commons και ειδικότερα

***Αναφορά – Μη εμπορική Χρήση – Όχι Παράγωγο Έργο v. 4.0***  
***(Attribution – Non Commercial – Non-derivatives )***



- Εξαιρείται από την ως άνω άδεια υλικό που περιλαμβάνεται στις διαφάνειες του μαθήματος, και υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης. Η άδεια χρήσης στην οποία υπόκειται το υλικό αυτό αναφέρεται ρητώς.

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# HY-180 Περιεχόμενα

- Συνέπεια
- Εξαγωγή συμπερασμάτων
- Εγκυρότητα
- Συνεπαγωγή
- Ισοδυναμίες

# Ασυνεπές σύνολο

- Ορισμός: Ένα σύνολο το οποίο περιέχει προτάσεις οι οποίες δεν μπορούν να είναι ταυτόχρονα αληθείς λέγεται ασυνεπές.

## Παραδείγματα:

- $S_1 = \{z < 3, z \geq 3\}$  ασυνεπές
- $S_2 = \{\text{Η σύζυγος του Γιάννη είναι γιατρός, Ο Γιάννης είναι ανύπαντρος}\}$  ασυνεπές

# Συνεπές σύνολο

- Ορισμός: Ένα σύνολο προτάσεων λέγεται συνεπές όταν δεν είναι ασυνεπές.
- Προσοχή!!! Ενδέχεται να είναι αληθείς οι προτάσεις.

## Παράδειγμα:

$S_3 = \{x > y, y > z\}$  συνεπές

(Παρόλο που μπορούμε να βρούμε τιμές για  $x, y, z$  ώστε τουλάχιστον μία από τις προτάσεις να είναι ψευδής.)

π.χ.  $x = 2, y = 1, z = 4$ , το  $2 > 1$  αλλά το  $1$  δεν είναι μεγαλύτερο του 4

# Εξαγωγή Συμπερασμάτων

- Δεδομένου ενός συνόλου προτάσεων  $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  μπορούμε να εξάγουμε ως συμπέρασμα την πρόταση  $c$  αν η  $c$  είναι συνέπεια των  $p_1, p_2, \dots, p_n$ .

## Συμβολισμός:

**1)  $p_1, p_2, \dots, p_n / c$     Ή    2)  $p_1$**

**$p_2$**

**•**

**•**

# Εξαγωγή Συμπερασμάτων

- **Ορισμός:** Η εξαγωγή συμπεράσματος  $p_1, p_2, \dots, p_n / c$  είναι **έγκυρη** εφόσον **δεν είναι δυνατόν** για τις  $p_1, p_2, \dots, p_n$  να είναι συγχρόνως αληθείς και η  $c$  να είναι ψευδής.
- Είναι **ορθή** αν είναι έγκυρη και οι  $p_1, p_2, \dots, p_n, c$  είναι όλες αληθείς.
- Για να δηλώσομε ότι η εξαγωγή συμπεράσματος  
 $p_1, p_2, \dots, p_n$  συμβολισμό  **$p_1, p_2, \dots, p_n \models c$**



# Ισοδυναμία

· Ορισμός: Ορισμός: Αν για δύο προτάσεις  $A$  και  $B$  ισχύει ότι  $A \models B$  και  $B \models A$ , τότε οι προτάσεις  $A$  και  $B$  λέγονται ισοδύναμες.

# Βασικές ισοδυναμίες Προτασιακού Λογισμού

**1α)**  $A \wedge B \equiv B \wedge A$  (μεταθετικότητα του  $\wedge$ )

**1β)**  $A \vee B \equiv B \vee A$  (μεταθετικότητα του  $\vee$ )

**2α)**  $A \wedge (B \wedge C) \equiv (A \wedge B) \wedge C$  (προσεταιριστικότητα του  $\wedge$ )

**2β)**  $A \vee (B \vee C) \equiv (A \vee B) \vee C$  (προσεταιριστικότητα του  $\vee$ )

**3α)**  $A \wedge A \equiv A$  (αυτοπάθεια του  $\wedge$ )

**3β)**  $A \vee A \equiv A$  (αυτοπάθεια του  $\vee$ )

**4α)**  $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$  (επιμερισμός του  $\wedge$  πάνω στο  $\vee$ )

**4β)**  $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$  (επιμερισμός του  $\vee$  πάνω στο  $\wedge$ )

**5α)**  $A \wedge (A \vee B) \equiv A$  (απορρόφηση του  $\wedge$ )

**5β)**  $A \vee (A \wedge B) \equiv A$  (απορρόφηση του  $\vee$ )

# Τέλος Φροντιστηρίου



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ  
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ