

---

# Λογική

Δημήτρης Πλεξουσάκης

Ασκήσεις 1ου Φροντιστηρίου:  
Προτασιακός Λογισμός: Συνέπεια, Εγκυρότητα,  
Ισοδυναμίες

Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

---

## Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται στην άδεια χρήσης **Creative Commons** και ειδικότερα

*Αναφορά – Μη εμπορική Χρήση – Παρόμοια Διανομή 3.0 Ελλάδα  
(Attribution – Non Commercial – ShareAlike 3. Greece)*

**CC BY-NC-SA 3.0 GR**

- Εξαιρείται από την ως άνω άδεια υλικό που περιλαμβάνεται στις διαφάνειες του μαθήματος, και υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης. Η άδεια χρήσης στην οποία υπόκειται το υλικό αυτό αναφέρεται ρητώς.

## Χρηματοδότηση

1. Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
2. Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
3. Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Εξετάστε αν οι παρακάτω εξαγωγές συμπερασμάτων στον προτασιακό λογισμό είναι έγκυρες.

α)

Κάνουμε τον πίνακα αληθείας:

$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$
$\alpha$	$\psi$	$\psi$	$\alpha$
$\psi$	$\alpha$	$\psi$	$\psi$
$\psi$	$\psi$	$\psi$	$\psi$

Όπως βλέπουμε, αν η πρόταση είναι αληθής, τότε σε καμία περίπτωση η δεν είναι ψευδής, οπότε η εξαγωγή συμπεράσματος είναι έγκυρη.

β)

Κάνουμε τον πίνακα αληθείας:

$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$
$\alpha$	$\psi$	$\alpha$	$\alpha$
$\psi$	$\alpha$	$\alpha$	$\psi$
$\psi$	$\psi$	$\psi$	$\psi$

Όπως βλέπουμε, αν η πρόταση είναι ψευδής και η αληθής, τότε ενώ η πρόταση είναι αληθής, η είναι ψευδής, άρα η εξαγωγή συμπεράσματος δεν είναι έγκυρη.

γ)

Κάνουμε τον πίνακα αληθείας:

α	α	α	α	α	α
α	α	ψ	ψ	α	α
α	ψ	α	ψ	α	α
α	ψ	ψ	ψ	α	α
ψ	α	α	α	α	α
ψ	α	ψ	ψ	ψ	ψ
ψ	ψ	α	ψ	ψ	α
ψ	ψ	ψ	ψ	ψ	ψ

Όπως βλέπουμε, αν η πρόταση είναι αληθής, τότε σε καμία περίπτωση η δεν είναι ψευδής, οπότε η εξαγωγή συμπεράσματος είναι έγκυρη.

δ)

Κάνουμε τον πίνακα αληθείας:

α	α	α	ψ	α
α	ψ	ψ	α	α
ψ	α	ψ	α	ψ
ψ	ψ	ψ	ψ	ψ

Όπως βλέπουμε, αν οι προτάσεις είναι αληθείς, τότε σε καμία περίπτωση η δεν είναι ψευδής, οπότε η εξαγωγή συμπεράσματος είναι έγκυρη. Παρατηρήστε ότι το σύνολο προτάσεων από το οποίο προσπαθούμε να εξάγουμε συμπέρασμα είναι ασυνεπές: δε γίνεται να είναι και οι δύο προτάσεις ταυτόχρονα αληθείς. Στην περίπτωση αυτή, **οποιαδήποτε εξαγωγή συμπεράσματος είναι έγκυρη**, αφού ποτέ δε θα υπάρξει περίπτωση που οι υποθέσεις είναι ταυτόχρονα αληθείς (και το οποιοδήποτε συμπέρασμα ψευδές).

ε)

Κάνουμε τον πίνακα αληθείας:

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$
$\alpha$	$\psi$	$\psi$	$\psi$
$\psi$	$\alpha$	$\psi$	$\alpha$
$\psi$	$\psi$	$\psi$	$\psi$

Όπως βλέπουμε, αν οι προτάσεις  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  είναι αληθείς, τότε σε καμία περίπτωση η  $\delta$  δεν

είναι ψευδής, οπότε η εξαγωγή συμπεράσματος είναι έγκυρη. Παρατηρήστε ότι το σύνολο προτάσεων από το οποίο προσπαθούμε να εξάγουμε συμπέρασμα είναι συνεπές.

**2. Χρησιμοποιώντας τις βασικές ισοδυναμίες του προτασιακού λογισμού αποδείξτε τις παρακάτω ισοδυναμίες:**

α)

**(1α)**

**(5β)**

**(4α)**

**(5α)**

**β)**

**(4α)**

**(5α)**

**(4α)**

**(1α,3α)**

**(1α,5β)**

**(1β,5β)**

**γ)**

**(1β)**

**(5β)**

**(4α,1α,1β)**

**(4β)**

**(3α)**

Οι λύσεις που δίνονται παραπάνω είναι ενδεικτικές, μπορείτε να καταλήξετε με πολλούς διαφορετικούς τρόπους στα ίδια αποτελέσματα.