
Λογική

Δημήτρης Πλεξουσάκης

Ασκήσεις Αυτοαξιολόγησης

Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται στην άδεια χρήσης **Creative Commons** και ειδικότερα

*Αναφορά – Μη εμπορική Χρήση – Παρόμοια Διανομή 3.0 Ελλάδα
(Attribution – Non Commercial – ShareAlike 3. Greece)*

CC BY-NC-SA 3.0 GR

- Εξαιρείται από την ως άνω άδεια υλικό που περιλαμβάνεται στις διαφάνειες του μαθήματος, και υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης. Η άδεια χρήσης στην οποία υπόκειται το υλικό αυτό αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

1. Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
2. Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
3. Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΥΤΟΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

1. Μετατρέψτε την παρακάτω πρόταση σε Διαζευκτική και σε Συζευκτική Κανονική Μορφή δείχνοντας όλα τα βήματα της μετατροπής:

$$((P \wedge Q) \rightarrow R) \wedge (\neg (P \wedge Q) \rightarrow R)$$

2. Εξετάστε αν οι ακόλουθες εξαγωγές συμπερασμάτων είναι έγκυρες:
 (α) $\{ P \rightarrow (Q \vee R), S \rightarrow \neg R \} / (P \wedge S) \rightarrow Q$
 (β) $\{ P \rightarrow Q, R \rightarrow S, P \wedge R \} / S \wedge Q$
3. Δείξτε την ισοδυναμία των ακόλουθων προτάσεων με χρήση των γνωστών ισοδυναμιών του Προτασιακού Λογισμού και χωρίς τη χρήση πινάκων αλήθειας.
 (α) $(P \rightarrow Q) \wedge (\neg P \rightarrow \neg Q)$
 (β) $P \leftrightarrow Q$
4. Δείξτε ότι η ακόλουθη πρόταση είναι ταυτολογία με χρήση των γνωστών ισοδυναμιών του Προτασιακού Λογισμού και χωρίς τη χρήση πινάκων αλήθειας:
 $(P \rightarrow (Q \wedge R)) \rightarrow (P \rightarrow Q)$
5. Γράψτε μια πρόταση για τη στήλη X του παρακάτω πίνακα αλήθειας και επαληθεύστε την απάντησή σας. Φροντίστε η πρόταση αυτή να είναι όσο πιο απλή γίνεται και αιτιολογήστε την όποια μετατροπή κάνετε με τις γνωστές ισοδυναμίες του προτασιακού λογισμού.

A	B	C	X
α	α	α	ψ
α	α	ψ	ψ
α	ψ	α	α
α	ψ	ψ	α
ψ	α	α	α
ψ	α	ψ	α
ψ	ψ	α	ψ
ψ	ψ	ψ	ψ

6. Αποδείξτε με χρήση της μορφολογικής παραγωγής την εγκυρότητα των ακόλουθων εξαγωγών συμπερασμάτων ή θεωρημάτων:
 a. (α) [5 μονάδες] $/ ((P \vee Q) \rightarrow P) \rightarrow (Q \rightarrow P)$
 b. (β) [5 μονάδες] $\{ P \rightarrow (Q \vee R), S \rightarrow \neg R \} / (P \wedge S) \rightarrow Q$
 c. (γ) [5 μονάδες] $/ \neg(P \wedge \neg P)$
7. Εξετάστε αν οι ακόλουθες εξαγωγές συμπεράσματος είναι έγκυρες χρησιμοποιώντας τη μέθοδο κατασκευής μοντέλων και τη μέθοδο της επίλυσης
 a. (α) $\{ P \vee Q, P \rightarrow R \vee S, R \rightarrow T \wedge U, U \wedge \neg S \rightarrow \neg T \} / \neg S \rightarrow Q$
 b. (β) $\{ (P \wedge Q) \rightarrow R, (R \wedge S) \rightarrow T \} / (P \wedge S) \rightarrow (R \wedge T)$

8. Κατασκευάστε το δέντρο ανασκευής για το παρακάτω σύνολο όρων. Υπάρχει και ακολουθία ανασκευής για το ίδιο σύνολο; Αν ναι, δείξτε την. Αν όχι, δικαιολογήστε το γιατί.

$$S = \{ \{ \neg P, \neg R \}, \{ R, \neg U \}, \{ \neg P, V \}, \{ \neg V, U \}, \{ P, Q \}, \neg Q \}$$

9. Κατασκευάστε μια ακολουθία ανασκευής για να αποδείξετε ότι η εξαγωγή συμπεράσματος του ερωτήματος 1b είναι έγκυρη.

10. Εξετάστε ποια από τα ακόλουθα σύνολα σχημάτων είναι ικανοποιήσιμα. Για όσα από αυτά είναι δώστε ερμηνεία που να τα ικανοποιεί:

- $\{ \forall x \exists y P(x,y), \forall x \neg P(x,x) \}$
- $\{ \exists x \forall y P(x,y), \forall x \neg P(x,x) \}$

11. Αποδείξτε με χρήση μορφολογικής παραγωγής ότι οι ακόλουθες εξαγωγές συμπερασμάτων είναι έγκυρες:

- $\forall x \exists y \forall z P(x,y,z) / \forall x \exists y P(x,y,x)$
- $\forall x (P(x) \rightarrow \exists y R(x,y)) / \forall x \exists y (P(x) \rightarrow R(x,y))$

12. Έστω η πρωτοβάθμια γλώσσα $L = (C, F, P, V)$ με $C = \{c\}$, $F = \{\}$, $P = \{A, B, C\}$ και $V = \{x, y, z, \dots\}$. Τα κατηγορήματα A και B έχουν βαθμό 1 ενώ το C έχει βαθμό 2.

Θεωρείστε το ακόλουθο σχήμα: $\varphi: \forall x (C(x,c) \rightarrow (A(c) \rightarrow B(x)))$

Με βάση την ερμηνεία (D,I) όπου $D = \{1,2,3\}$ και $I(A) = \{1,2\}$, $I(B) = \{2,3\}$ και $I(C) = \{(1,1), (2,1)\}$:

- Εξετάστε αν το φ αληθεύει στην περίπτωση που $I(c) = 3$
- Βρείτε μια ερμηνεία για τη σταθερά c ώστε το φ να είναι ψευδές