



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

---

# Λογική

Δημήτρης Πλεξουσάκης

Φροντιστήριο 10: Κατηγορηματικός Λογισμός:  
Μορφολογική Παραγωγή

Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

---

## Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται στην άδεια χρήσης **Creative Commons** και ειδικότερα

*Αναφορά – Μη εμπορική Χρήση – Παρόμοια Διανομή 3.0 Ελλάδα  
(Attribution – Non Commercial – ShareAlike 3. Greece)*



CC BY-NC-SA 3.0 GR

- Εξαιρείται από την ως άνω άδεια υλικό που περιλαμβάνεται στις διαφάνειες του μαθήματος, και υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης. Η άδεια χρήσης στην οποία υπόκειται το υλικό αυτό αναφέρεται ρητώς.

## Χρηματοδότηση

1. Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
2. Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
3. Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



## Μορφολογική Παραγωγή στον Κατηγορηματικό Λογισμό

Οι κανόνες της μορφολογικής παραγωγής για τον Προτασιακό Λογισμό χρησιμοποιούνται και για τον Κατηγορηματικό Λογισμό. Υπάρχουν όμως 4 επιπλέον κανόνες για τους ποσοδείκτες:

$$1. \text{ εισαγωγή} - \exists : \frac{\Phi(t), \tau \text{ \acute{o}ρoς}}{\exists x\Phi(x)}$$

$$2. \text{ Απαλοιφή} - \forall : \frac{\forall x\Phi(x)}{\Phi(t), \tau \text{ \acute{o}ρoς}}$$

$$3. \text{ Εισαγωγή} : -\forall : \frac{\Phi(a)}{\forall x\Phi(x)}$$

$$\exists x\Phi(x)$$

$$4. \text{ Απαλοιφή} - \exists : \frac{\Phi(a)}{A}$$

Στις παρακάτω ασκήσεις να δείξετε ότι εξαγωγές συμπερασμάτων είναι έγκυρες:

### 1<sup>η</sup> άσκηση

$$\exists x P(x) \rightarrow Q(a) \quad / \quad \forall x(P(x) \rightarrow Q(a))$$

1.  $\exists x P(x) \rightarrow Q(a)$  (Υπόθεση)
2. Υποπαραγωγή
  - 2.1.  $P(b)$  (Υπόθεση υποπαραγωγής)
  - 2.2.  $\exists x P(x)$  (Από 2.1 και εισαγωγή  $\exists$  και  $x/b$ )
  - 2.3.  $Q(a)$  (Από (1) και (2.2) με απαλοιφή  $\rightarrow$ )
3.  $P(b) \rightarrow Q(a)$  (από (2) με εισαγωγή συνεπαγωγής)
4.  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(a))$  (από (3) με εισαγωγή  $\forall$  και  $x/b$ )

## 2<sup>η</sup> άσκηση

$$\forall x \exists y (P(x) \rightarrow R(y,x)) \quad / \quad \forall x (P(x) \rightarrow \exists y R(y,x))$$

1.  $\forall x \exists y (P(x) \rightarrow R(y,x))$  (Υπόθεση)
2. Υποπαραγωγή
  - 2.1.  $P(a)$  (Υπόθεση υποπαραγωγής)
  - 2.2.  $\exists y (P(a) \rightarrow R(y,a))$  (από (1) με απαλοιφή  $\forall$  και  $a/x$ )
  - 2.3. Υποπαραγωγή
    - 2.3.1.  $P(a) \rightarrow R(b,a)$  (Υπόθεση υποπαραγωγής)
    - 2.3.2.  $P(a)$  (από (2.1) με επανάληψη)
    - 2.3.3.  $R(b,a)$  (από (2.3.1),(2.3.2) με απαλοιφή  $\rightarrow$ )
    - 2.3.4.  $\exists y R(y,a)$  (από (2.3.3) με εισαγωγή  $\exists$  και  $b/y$ )
  - 2.4.  $\exists y R(y,a)$  (από (2.2),(2.3) με απαλοιφή  $\exists$ )
3.  $P(a) \rightarrow \exists y R(y,a)$  (από (2) με εισαγωγή συνεπαγωγής)
4.  $\forall x (P(x) \rightarrow \exists y R(y,x))$  (από (3) με εισαγωγή  $\forall$  και  $x/a$ )

## 3<sup>η</sup> άσκηση

$$\{ \exists x (P(x) \wedge Q(x)), \forall x (Q(x) \rightarrow R(x)) \} \quad / \quad \exists x (P(x) \wedge R(x))$$

1.  $\exists x (P(x) \wedge Q(x))$  (Υπόθεση)
2.  $\forall x (Q(x) \rightarrow R(x))$  (Υπόθεση)
3. Υποπαραγωγή
  - 3.1.  $(P(a) \wedge Q(a))$  (Υπόθεση υποπαραγωγής)
  - 3.2.  $P(a)$  (από (3.1) με απαλοιφή  $\wedge$  αριστερά)
  - 3.3.  $Q(a)$  (από (3.1) με απαλοιφή  $\wedge$  δεξιά)
  - 3.4.  $Q(a) \rightarrow R(a)$  (από (2) με απαλοιφή  $\forall$  και  $a/x$ )
  - 3.5.  $R(a)$  (από (3.3),(3.4) με απαλοιφή  $\rightarrow$ )
  - 3.6.  $(P(a) \wedge R(a))$  (από (3.2),(3.5) με εισαγωγή  $\wedge$ )
  - 3.7.  $\exists x (P(x) \wedge R(x))$  (από (3.6) με εισαγωγή  $\exists$  και  $x/a$ )
4.  $\exists x (P(x) \wedge R(x))$  (από (1),(3) με απαλοιφή  $\exists$ )