

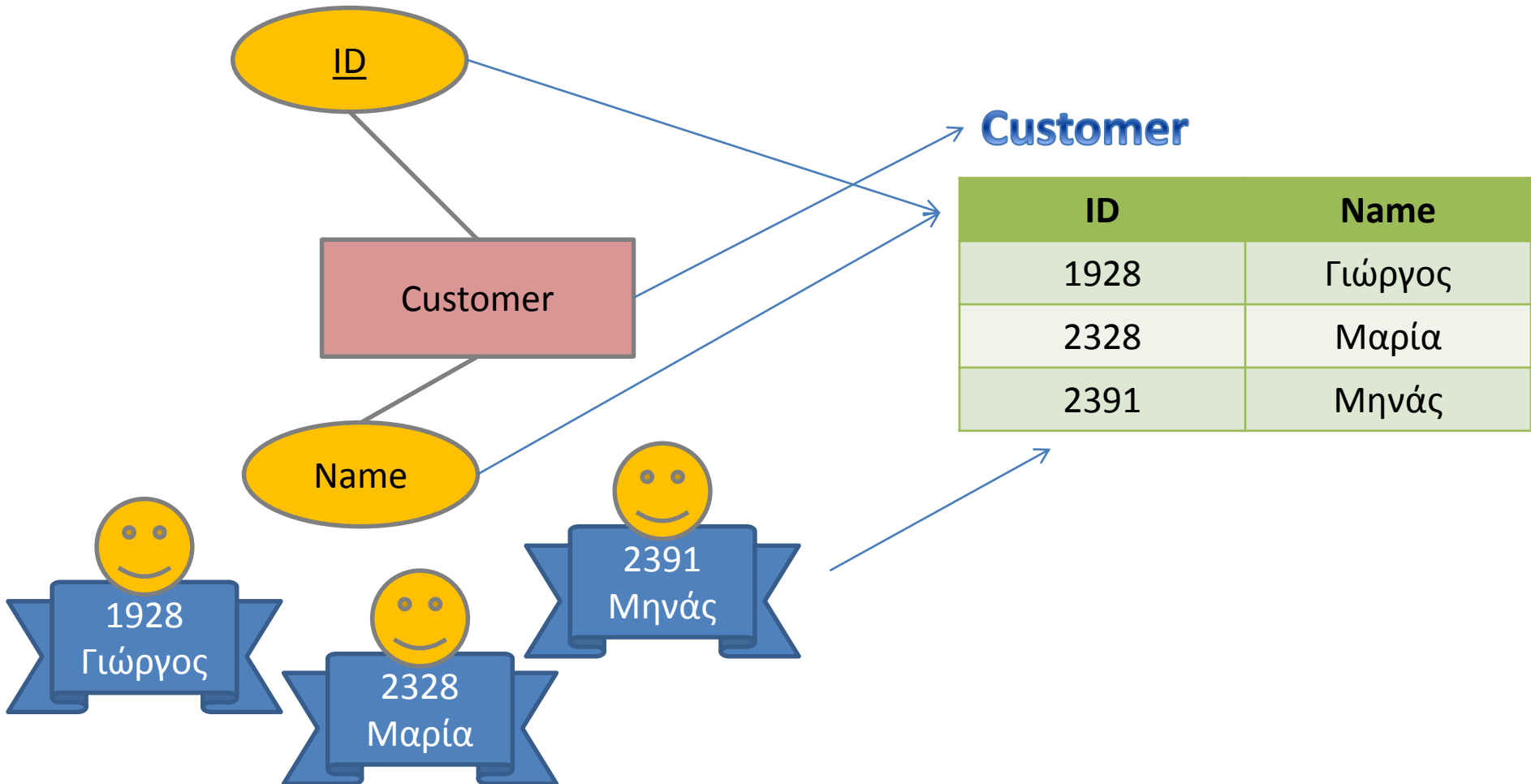
**HY360: Αρχεία και Βάσεις Δεδομένων**  
Διδάσκων: Πλεξουσάκης Δημήτρης

Φροντιστήριο  
Σχεσιακή Άλγεβρα  
Δημητράκη Κατερίνα

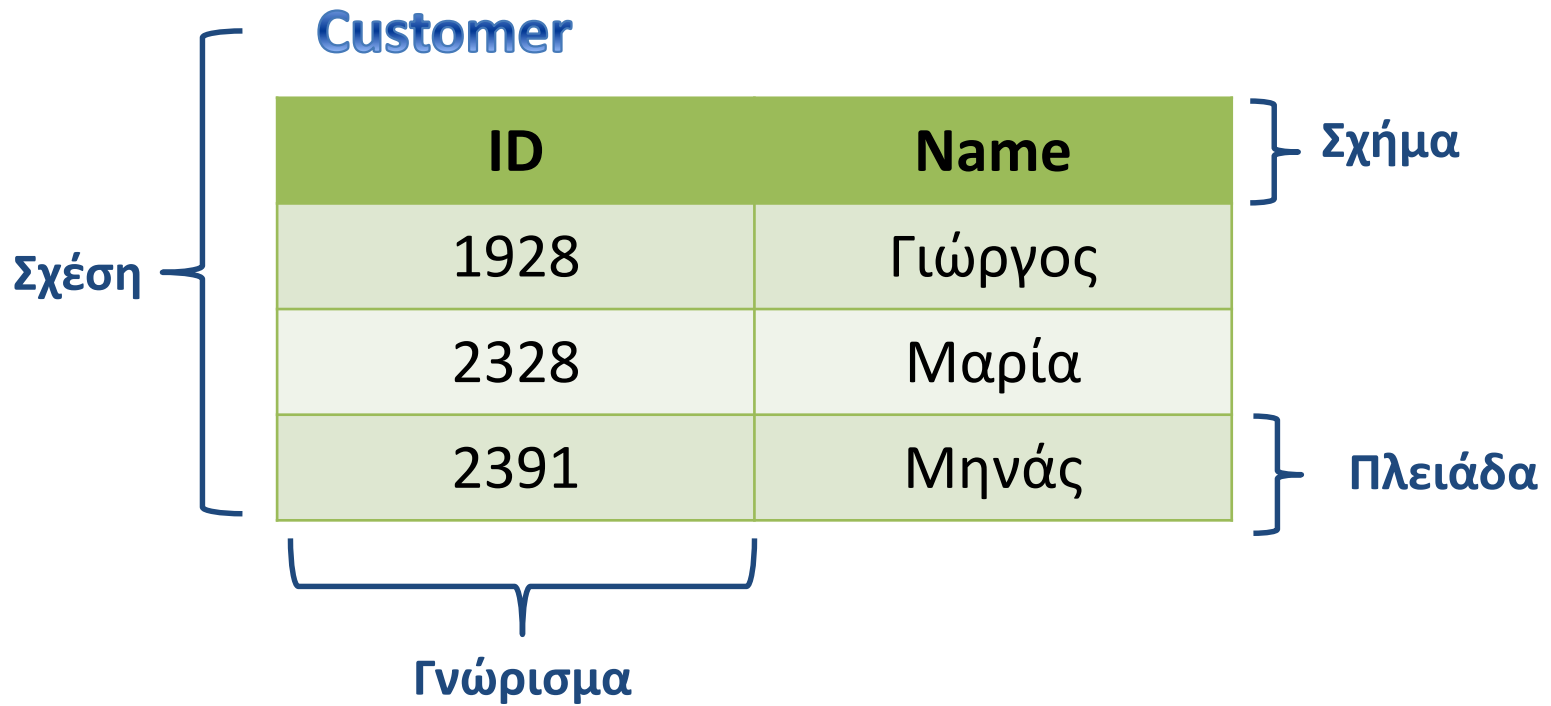
# Αντιστοίχιση

Μοντέλο Οντοτήτων – Σχέσεων

Σχεσιακό μοντέλο



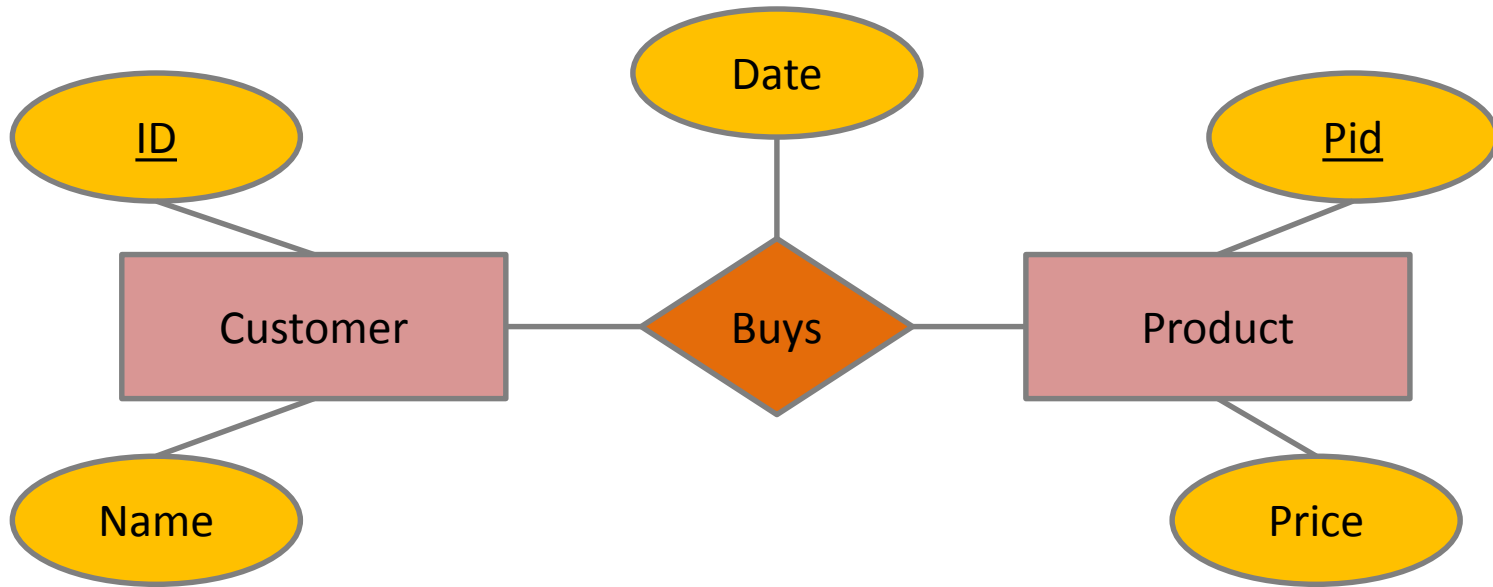
# Σχεσιακό μοντέλο



**Head**(Customer) = {ID, name} ή Customer(ID, name)

# Μετατροπή

Μοντέλο Οντοτήτων σχέσεων – Σχεσιακό Μοντέλο



**Buys**

**Customer**

ID	Name
1928	Γιώργος
2328	Μαρία
2391	Μηνάς

ID	Pid	Date
1928	001	01/02/12
2328	002	04/02/12
2391	003	01/02/12
2391	001	01/02/12

**Product**

Pid	Price
001	10
002	2
003	4

# Σχεσιακή Άλγεβρα

- **Εισαγωγή**

- Σύνολο τελεστών που εφαρμόζονται σε μία ή περισσότερες σχέσεις
- Όλες οι πράξεις της σχεσιακής άλγεβρας επιστρέφουν μία σχέση

- **Τελεστές**

- Τελεστές από τη θεωρία συνόλων
  - Ένωση (Union):  $\cup$
  - Τομή (Intersect):  $\cap$
  - Αφαίρεση (Difference):  $-$
  - Καρτεσιανό γινόμενο (Cartesian product):  $\times$
- Τελεστές από τη σχεσιακή άλγεβρα
  - Προβολή (Projection):  $\pi$
  - Επιλογή (Selection):  $\sigma$
  - Σύζευξη (Join):  $\bowtie$
  - Διάρθρωση (Division):  $\div$

# Τελεστές Θεωρίας Συνόλων (1/3)

- Θεωρούμε τις σχέσεις ως σύνολα πλειάδων
- Εφαρμόζονται μόνο σε σχέσεις οι οποίες είναι **συμβατές (compatible)** δηλαδή έχουν το ίδιο σχήμα
  - Έστω **R** και **S** δύο σχέσεις, είναι συμβατές αν **Head(R) = Head(S)**

- Από αυτόν τον περιορισμό εξαιρείται το καρτεσιανό γινόμενο

# Τελεστές Θεωρίας Συνόλων (2/3)

- Ένωση (RUS)

- $\text{Cont}(RUS) = \{t \mid t \in \text{Cont}(R) \text{ or } t \in \text{Cont}(S)\}$

- Τομή ( $R \cap S$ )

- $\text{Cont}(R \cap S) = \{t \mid t \in \text{Cont}(R) \text{ and } t \in \text{Cont}(S)\}$

- Αφαίρεση (R-S)

- $\text{Cont}(R-S) = \{t \mid t \in \text{Cont}(R) \text{ and } t \notin \text{Cont}(S)\}$

- Η σχέση που προκύπτει έχει το ίδιο σχήμα με τις σχέσεις που συμμετείχαν στην αντίστοιχη πράξη
- Σε περίπτωση που υπάρχουν πλειάδες που επαναλαμβάνονται (π.χ. στην ένωση) κρατάμε μόνο μία πλειάδα

# Τελεστές Θεωρίας Συνόλων (3/3)

- Για την **ένωση** και την **τομή** ισχύει:
  - **Αντιμεταθετική ιδιότητα**
    - $R \cup S = S \cup R$  και  $R \cap S = S \cap R$
  - **Προσεταιριστική ιδιότητα**
    - $R \cup (S \cap T) = (R \cup S) \cap T$
    - $R \cap (S \cup T) = (R \cap S) \cup T$
- **ΠΡΟΣΟΧΗ:** για την αφαίρεση δεν ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα
  - $R - S \neq S - R$



# Ένωση

παραδείγματα

## Customer1

ID	Name
1928	Γιώργος
2328	Μαρία

## Customer2

ID	Name
2328	Μαρία
2568	Γιάννης

## Customer1 U Customer2

ID	Name
1928	Γιώργος
2328	Μαρία
2568	Γιάννης

# Τομή

παραδείγματα

**Customer1**

ID	Name
1928	Γιώργος
2328	Μαρία

**Customer2**

ID	Name
2328	Μαρία
2568	Γιάννης

**Customer1  $\cap$  Customer2**

ID	Name
2328	Μαρία

# Αφαίρεση

παραδείγματα

## Customer1

	ID	Name
✘	1928	Γιώργος
✘	2328	Μαρία
✔	2391	Μηνάς

## Customer2

ID	Name
1928	Γιώργος
2328	Μαρία
2392	Κατερίνα



## Customer1 – Customer2

ID	Name
2391	Μηνάς

## Customer2 - Customer1

ID	Name
2392	Κατερίνα

# Τελεστές Θεωρίας Συνόλων (συνέχεια)

- Καρτεσιανό γινόμενο ( $R \times S$ )

- Ορίζεται μία νέα σχέση με σχήμα

- $\text{Head}(R \times S) = \{R.A_1, R.A_2, R.A_3, \dots, S.B_1, S.B_2, S.B_3, \dots\}$

- Το περιεχόμενο της είναι όλες οι πιθανές συσχετίσεις πλειάδων των  $R$  και  $S$

- Αν  $r \in R$  και  $s \in S$  τότε η ένωση («concatenation»)  $r \parallel s$  των  $r$  και  $s$  είναι μια πλειάδα της  $R \times S$

# Καρτεσιανό γινόμενο

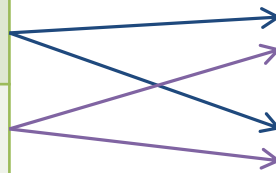
## παραδείγματα

**R**

ID	Name
1928	Γιώργος
2391	Μηνάς

**S**

ID	Name
1928	Γιώργος
2328	Μαρία



**R x S**

R.ID	R.Name	S.ID	S.Name
1928	Γιώργος	1928	Γιώργος
1928	Γιώργος	2328	Μαρία
2391	Μηνάς	1928	Γιώργος
2391	Μηνάς	2328	Μαρία

# Πρόσθετοι τελεστές

- **Ανάθεση ( $R := S$ )**

- Ορίζεται μία νέα σχέση **R** με σχήμα
  - $\text{Head}(R) = \{B_1, B_2, \dots, B_n\}$
  - $\text{domain}(A_i) = \text{domain}(B_i)$  ( $A_i$  : γνώρισμα της σχέσης  $S$ )
  - Το περιεχόμενο της **R** είναι ακριβώς το περιεχόμενο της **S**

- **Μετονομασία ( $\rho_{a/b}(R)$ )**

- Το αποτέλεσμα είναι η ίδια σχέση **R** με τη διαφορά ότι το γνώρισμα **b** σε όλες τις πλειάδες μετονομάζεται σε **a**

# Τελεστές Σχεσιακής Άλγεβρας

## - Προβολή -

- Έστω μία σχέση  $R$ , με σχήμα  $\text{Head}(R) = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$
- Η προβολή  $\pi_{A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{ik}}(R)$   $\{A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{ik}\} \subseteq \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 
  - Ορίζει μία νέα σχέση  $T$  με σχήμα  $\text{Head}(T) = \{A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{ik}\}$  όπου
  - Όταν το σύνολο των γνωρισμάτων **δεν** περιέχει το **κλειδί** της σχέσης
    - Πιθανόν να προκύπτουν ίδιες πλειάδες - **κρατάμε μία από αυτές**
- **Ιδιότητες**
  - $\pi_{\langle \text{λίστα1} \rangle}(\pi_{\langle \text{λίστα2} \rangle}(R)) = \pi_{\langle \text{λίστα1} \rangle}(R)$  αν  $\langle \text{λίστα1} \rangle \subseteq \langle \text{λίστα2} \rangle$
  - Δεν είναι αντιμεταθετική
    - $\pi_{\langle \text{λίστα1} \rangle}(\pi_{\langle \text{λίστα2} \rangle}(R)) \neq \pi_{\langle \text{λίστα1} \rangle}(R)$
    - $\pi_{\langle \text{λίστα2} \rangle}(\pi_{\langle \text{λίστα1} \rangle}(R)) \neq \pi_{\langle \text{λίστα2} \rangle}(R)$

# Προβολή

παραδείγματα

## Customer

ID	Name	Age	City
1928	Γιώργος	25	Ηράκλειο
2328	Μαρία	23	Χανιά
2391	Μηνάς	25	Ρέθυμνο

## $\pi_{Age}(\text{Customer})$

Age
25
23

## $\pi_{Name, Age}(\text{Customer})$

Name	Age
Γιώργος	25
Μαρία	23
Μηνάς	25



# Τελεστές Σχεσιακής Άλγεβρας

## - Επιλογή -

- Έστω μία σχέση  $R$ , με σχήμα  $\text{Head}(R) = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$
- Η επιλογή  $\sigma_C(R)$  ( $C$ : συνθήκη επιλογής)
  - Ορίζει μία νέα σχέση  $T$  με σχήμα  $\text{Head}(T) = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  που περιέχει όσες πλειάδες ικανοποιούν τη συνθήκη  $C$
  - Η συνθήκη  $C$  είναι της μορφής
    - $A_i \theta A_j$  ( $A_{i,j}$  : γνωρίσματα σχέσης)
    - $A_i \theta$  σταθερά ( $\theta \in \{<, >, <=, >=, =, \neq\}$ )
  - Αν  $C, C'$  είναι συνθήκες, τότε  $C \wedge C', C \vee C', \neg C$  είναι συνθήκη
  - $\sigma_{C_1}(\sigma_{C_2}(\sigma_{C_3}(R))) = \sigma_{C_1 \wedge C_2 \wedge C_3}(R)$
- **Ιδιότητα**
  - Αντιμεταθετική  $\sigma_{C_1}(\sigma_{C_2}(R)) = \sigma_{C_2}(\sigma_{C_1}(R))$

# Επιλογή

παραδείγματα

## Customer

ID	Name	Age	City
1928	Γιώργος	25	Ηράκλειο
2328	Μαρία	23	Χανιά
2391	Μηνάς	25	Ρέθυμνο

ID>2000



$\sigma_{ID>2000}(\text{Customer})$

ID	Name	Age	City
2328	Μαρία	23	Χανιά
2391	Μηνάς	25	Ρέθυμνο

$\pi_{ID}(\sigma_{ID>2000}(\text{Customer}))$

ID
2328
2391

# Τελεστές Σχεσιακής Άλγεβρας - Φυσική Σύζευξη -

- Έστω δύο συνθήκες  $R$  και  $S$ , με σχήμα

$\text{Head}(R) = \{A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_k\}$  και  $\text{Head}(S) = \{B_1, B_2, \dots, B_k, C_1, C_2, \dots, C_m\}$

- $B_1, B_2, \dots, B_k$  κοινά γνωρίσματα των  $R$  και  $S$
- Η σύζευξη  $R \bowtie S$ 
  - Ορίζει μία νέα σχέση  $T$  με σχήμα  $\text{Head}(T) = \{A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_k, C_1, \dots, C_m\}$
  - μία πλειάδα  $t \in T$  αν και μόνον αν υπάρχουν πλειάδες  $r \in R, s \in S$ 
    - $t(A_i) = r(A_i) \quad i = 1, \dots, n$
    - $t(B_j) = r(B_j) = s(B_j) \quad j = 1, \dots, k$
    - $t(C_z) = s(C_z) \quad z = 1, \dots, m$
- Αν δεν υπάρχουν κοινά γνωρίσματα ισοδυναμεί με  $R \times S$
- Αν οι σχέσεις είναι συμβατές τότε ισοδυναμεί με  $R \cap S$

# Σύζευξη

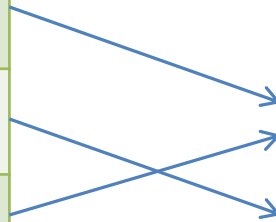
παράδειγμα 1

**Order**

cid	pid
01	p_02
01	p_03
02	p_02
01	p_05

**Product**

pid	Name
p_01	Chocolate
p_02	Refreshment
p_03	Biscuits



**Order ⋈ Product**

cid	pid	Name
01	p_02	Refreshment
01	p_03	Biscuits
02	p_02	Refreshment

# Σύζευξη

παράδειγμα 2

Order

cid	pid	quantity
01	p_01	5
01	p_03	10
02	p_02	8
01	p_05	6

Product

pid	quantity	Name
p_01	30	Chocolate
p_02	8	Milk
p_03	10	Biscuits



Order ⋈ Product



cid	pid	Name	quantity
01	p_03	Biscuits	10
02	p_02	Milk	8

# Σύζευξη

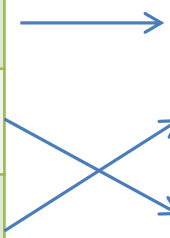
παράδειγμα2 (συνέχεια)

**Order**

cid	pid	quantity
01	p_01	5
01	p_03	10
02	p_02	8
01	p_05	6

**Product**

pid	quantity	Name
p_01	30	Chocolate
p_02	8	Milk
p_03	10	Biscuits



**Order** ⋈  $\pi_{cid, Name}$  (**Product**)

cid	pid	Name	quantity
01	p_01	Chocolate	5
01	p_03	Biscuits	10
02	p_02	Milk	8



# Τελεστές Σχεσιακής Άλγεβρας

## - άλλα είδη σύζευξης -

- $\theta$ -σύζευξη  $R \bowtie_{\theta} S$  (όπου  $\theta$  η συνθήκη σύζευξης)
  - Ισοδυναμεί με  $\sigma_{\theta}(R \times S)$
  - Αν  $\theta : R.B_1 = S.B_1 \wedge \dots \wedge R.B_k = S.B_k$  τότε έχουμε φυσική σύζευξη
    - $B_1, B_2, \dots, B_k$  κοινά γνωρίσματα στην  $R$  και  $S$
- Εξωτερική σύζευξη  $R \bowtie_o S$ 
  - Λειτουργεί όπως η φυσική σύζευξη, συνδυάζει **και** τα γνωρίσματα που δεν ταιριάζουν (και από τις δύο σχέσεις) εισάγωντας την τιμή **null** στα γνωρίσματα για τα οποία δεν ξέρουμε τιμή
- Αριστερή εξωτερική σύζευξη  $R \bowtie_{LO} S$ 
  - Όμοια με την εξωτερική σύζευξη, συνδυάζονται τα γνωρίσματα που δεν ταιριάζουν μόνο από την αριστερή σχέση  $R$
- Δεξιά εξωτερική σύζευξη  $R \bowtie_{RO} S$ 
  - Όμοια με την εξωτερική σύζευξη, συνδυάζονται τα γνωρίσματα που δεν ταιριάζουν μόνο από την δεξιά σχέση  $S$

# θ-σύζευξη

παράδειγμα

Order

cid	pid	qty
01	p_02	10
02	p_03	8

Product

pid	Name	quantity
p_01	A	30
p_02	B	12

Order x Product

cid	O.pid	qty	P.pid	Name	quantity
01	p_02	10	p_01	A	30
01	p_02	10	p_02	B	12
02	p_03	8	p_01	A	30
02	p_03	8	p_02	B	12

$\pi_{cid} ( \sigma_{qty < quantity} (O \times P) )$  ή

$\pi_{cid} ( O \bowtie_{qty < quantity} P )$

cid
01
02



# θ-σύζευξη

παράδειγμα (συνέχεια)

**Order**

cid	pid	qty
01	p_02	10
02	p_03	8

**Product**

pid	Name	quantity
p_01	A	30
p_02	B	12

**Order x Product**

cid	O.pid	qty	P.pid	Name	quantity
01	p_02	10	p_01	A	30
01	p_02	10	p_02	B	12
02	p_03	8	p_01	A	30
02	p_03	8	p_02	B	12

$\pi_{cid, Name} ( \sigma_{O.pid = P.pid} ( O \times P ) ) \hat{=}$

$\pi_{cid, Name} ( O \bowtie_{O.pid = P.pid} P )$

cid	Name
01	B

# Εξωτερική σύζευξη

παράδειγμα

**Order**

cid	pid	qty
01	p_02	10
02	p_03	8

**Product**

pid	Name	quantity
p_01	A	30
p_02	B	12

**Order** ⋈<sub>o</sub> **Product**

cid	pid	qty	Name	quantity
01	p_02	10	B	12
02	p_03	8	<b>Null</b>	<b>Null</b>
<b>Null</b>	p_01	<b>Null</b>	A	30

# Αριστερή εξωτερική σύζευξη

παράδειγμα

**Order**

cid	pid	qty
01	p_02	10
02	p_03	8

**Product**

pid	Name	quantity
p_01	A	30
p_02	B	12

**Order** ⋈<sub>LO</sub> **Product**

cid	pid	qty	Name	quantity
01	p_02	10	B	12
02	p_03	8	Null	Null

# Δεξιά εξωτερική σύζευξη

παράδειγμα

**Order**

cid	pid	qty
01	p_02	10
02	p_03	8

**Product**

pid	Name	quantity
p_01	A	30
p_02	B	12

**Order** ⋈<sub>RO</sub> **Product**

cid	pid	qty	Name	quantity
01	p_02	10	B	12
<b>Null</b>	p_01	<b>Null</b>	A	30

# Άσκηση 1

- Θεωρείστε το ακόλουθο σχεσιακό σχήμα:

***PRODUCT*** ( pid ,stock , supplier )

**CLIENT** ( cid ,name ,address ,city )

**ORDER**( orderno , date ,quantity, pid, cid )

# Επερώτηση 1

- Βρείτε τους αριθμούς των παραγγελιών για τα προϊόντα που παραγγέλλονται σε ποσότητα μικρότερη του 100 και από πελάτες που βρίσκονται στην Αθήνα

$$RESULT \leftarrow \pi_{orderno} \left( \left( \sigma_{quantity < 100} (ORDER) \right) \bowtie \left( \sigma_{city = "Athens"} (CLIENT) \right) \right)$$

ή

$$RESULT \leftarrow \pi_{orderno} \left( \sigma_{quantity < 100 \wedge city = "Athens"} (ORDER \bowtie CLIENT) \right)$$

## Επερώτηση 2

- Βρείτε τα ονόματα και τις διευθύνσεις των πελατών οι οποίοι δίνουν παραγγελία για προϊόντα για τα οποία δεν υπάρχει stock

$$\pi_{name,address} \left( CLIENT \bowtie \pi_{cid} \left( ORDER \bowtie \left( \pi_{pid} \left( \sigma_{stock=0} (PRODUCT) \right) \right) \right) \right)$$

## Επερώτηση 3

- Βρείτε τις πόλεις στις οποίες μένουν πελάτες οι οποίοι δεν δίνουν καμιά παραγγελία για προϊόντα που προμηθεύει ο “ΑΒ”

$$\pi_{city} \left( CLIENT \bowtie \left( \pi_{cid}(CLIENT) - \pi_{cid} \left( ORDER \bowtie \left( \pi_{pid} \left( \sigma_{supplier="AB"}(PRODUCT) \right) \right) \right) \right) \right)$$



# Επερώτηση 4

- Βρείτε τα ζεύγη πελατών προμηθευτών τα οποία είναι τέτοια ώστε ο προμηθευτής να μην προμηθεύει κανένα προϊόν που παραγγέλνει ο πελάτης

$$RESULT \leftarrow \pi_{cid, supplier} (CLIENT \times PRODUCT) \\ - \pi_{cid, supplier} (PRODUCT \bowtie ORDER)$$

# Άσκηση 2

- Θεωρείστε το ακόλουθο σχεσιακό σχήμα:

**SHOP** ( id ,name ,address ,manager )

**PRODUCT** ( pname ,company ,pcity )

**SUPPLIER** ( sid ,sname ,scity )

**BUYING** ( id ,sid ) *(καταστήματα αγοράζουν από προμηθευτές)*

**SUPPLYING** ( sid ,pname ) *(έμποροι προμηθεύουν προϊόντα)*

# Επερώτηση 1

- Βρείτε τα καταστήματα που αγοράζουν από τον προμηθευτή με όνομα A

$RESULT \leftarrow \pi_{id,name} (SHOP \bowtie (BUYING \bowtie \sigma_{sname="A"}(SUPPLIER)))$

## Επερώτηση 2

- Βρείτε τα καταστήματα τα οποία **είτε** έχουν manager τον 'B' **είτε** αγοράζουν από προμηθευτές που έχουν αυτό το όνομα

$$MANAGER\_B \leftarrow \pi_{id} \left( \sigma_{manager="B"}(SHOP) \right)$$

$$BUYING\_B \leftarrow \pi_{id} \left( SHOP \bowtie (\sigma_{sname="B"}(SUPPLIER) \bowtie BUYING) \right)$$

$$RESULT \leftarrow MANAGER\_B \cup BUYING\_B$$

ή αν θέλουμε **αποκλειστικά είτε το ένα είτε το άλλο** αλλά όχι και τα δύο:

$$RESULT \leftarrow (MANAGER\_B \cup BUYING\_B - MANAGER\_B \cap BUYING\_B)$$

## Επερώτηση 3

- Βρείτε τα καταστήματα τα οποία έχουν manager τον Β και δεν αγοράζουν από κάποιο προμηθευτή με όνομα Γ

$MANAGER\_B \leftarrow \sigma_{manager="B"}(SHOP)$

$BUYING\_G \leftarrow \pi_{id,name,address,manager}(SHOP$   
 $\bowtie (\sigma_{sname="Γ"}(SUPPLIER) \bowtie BUYING))$

$RESULT \leftarrow MANAGER\_B - BUYING\_G$

## Επερώτηση 4

- Βρείτε τα ονόματα των εμπόρων και τα ονόματα των προϊόντων που προμηθεύουν και έχουν προέλευση το Ηράκλειο, **είτε** προμηθεύουν τέτοια προϊόντα **είτε** όχι

$$RESULT \leftarrow \pi_{sname, pname} \left( SUPPLIER \bowtie_{LO} \left( SUPPLYING \right. \right. \\ \left. \left. \bowtie \sigma_{city="Ηράκλειο"}(PRODUCT) \right) \right)$$

# Άσκηση 3

- Θεωρείστε το ακόλουθο σχεσιακό σχήμα:

***HOTEL*** ( *Name* , *City* , *Chain* , *Country* , *Class* , *MinRate* , *MaxRate* )

***TRAVELER*** ( *TID* , *Name* , *City* )

***BOOKING*** ( *BookingID* , *TID* , *HotelName* , *City* , *ArrDate* , *DepDate* , *Rate* )

# Επερώτηση 1

- Βρείτε όλες τις κρατήσεις που κάνουν ταξιδιώτες από το Ηράκλειο σε ξενοδοχεία της αλυσίδας “Holiday Inn”

*RESULT*

$$\leftarrow \pi_{BookingID} \left( \pi_{Name, City} \left( \sigma_{Chain="Holiday Inn"}(HOTEL) \right) \bowtie_{\substack{Hotel.Name=Booking.HotelName \\ \wedge Hotel.City=Booking.City}} BOOKING \right. \\ \left. \bowtie \pi_{TID} \left( \sigma_{City="Ηράκλειο"}(TRAVELER) \right) \right)$$



## Επερώτηση 2

- Βρείτε τα ονόματα των ταξιδιωτών που κλείνουν δωμάτια σε ξενοδοχεία με τη φθηνότερη διαθέσιμη τιμή

$$\leftarrow \pi_{Name} \left( TRAVELER \right. \\ \left. \bowtie \pi_{TID} \left( \sigma_{Rate=MinRate} \left( HOTEL \bowtie_{\substack{Hotel.Name=Booking.HotelName \\ \wedge Hotel.City=Booking.City}} BOOKING \right) \right) \right)$$

# Επερώτηση 3

- Βρείτε τα ονόματα εκείνων των ταξιδιωτών που κλείνουν δωμάτια **μόνο σε** ξενοδοχεία του Καναδά

*BOOKINGS\_CANADA*

$:= \left( BOOKING \right.$

$\bowtie \left( \rho_{HotelName/Name} \left( \pi_{Name,City} \left( \sigma_{Country="Canada"} (HOTEL) \right) \right) \right) \right)$

$RESULT \leftarrow \pi_{Name} \left( \left( \pi_{TID} (BOOKINGS\_CANADA) \right.$

$\left. - \pi_{TID} (BOOKING - BOOKINGS\_CANADA) \right) \bowtie TRAVELER \right)$

# Επερώτηση 4

- Βρείτε την πόλη με το ακριβότερο ξενοδοχείο

*HOTEL2 := HOTEL*

*RESULT*

$\leftarrow \pi_{HOTEL.City} \left( \pi_{HOTEL.Name, HOTEL.City} (HOTEL) \right.$   
 $\left. - \pi_{HOTEL.Name, HOTEL.City} \left( \sigma_{HOTEL.MaxRate < HOTEL2.MaxRate} (HOTEL \right.$   
 $\left. \times HOTEL2) \right) \right)$