ΗΥ360: Αρχεία και Βάσεις Δεδομένων

Διδάσκων : Πλεξουσάκης Δημήτρης

Φροντιστήριο

Σχεσιακή Άλγεβρα (μέρος 2ο) - Σχεσιακός Λογισμός

Δημητράκη Κατερίνα

Σχεσιακή Άλγεβρα

- **Εισαγωγή**
  - Σύνολο τελεστών που εφαρμόζονται σε μία ή περισσότερες σχέσεις
  - Όλες οι πράξεις της σχεσιακής άλγεβρας επιστρέφουν μία σχέση
- **Τελεστές**
  - Τελεστές από τη θεωρία συνόλων
    - Ένωση (Union): $\cup$
    - Τομή (Intersect): $\cap$
    - Αφαίρεση (Difference): $-$
    - Καρτεσιανό γινόμενο (Cartesian product): $\times$
  - Τελεστές από τη σχεσιακή άλγεβρα
    - Προβολή (Projection): π
    - Επιλογή (Selection): σ
    - Σύζευξη (Join): $\bowtie$
    - Διαίρεση (Division): $\div$

Τελεστές Σχεσιακής Άλγεβρας - Διαίρεση -

- Έστω δύο συνθήκες **R** και **S**, με σχήμα

  Head(R) = {A_1, A_2, … A_n, *B_1, B_2, … B_k*} και **Head(S) = {*B_1, B_2, … B_k*}**

  - *B_1, B_2, … B_k* κοινά γνωρίσματα των **R** και **S**
  - Πρέπει να ισχύει ότι **Head(S) ⊂ Head(R)**

- Η διαίρεση **R ÷ S**
  - Ορίζει μία νέα σχέση **T** με σχήμα **Head(T) = {A_1, … A_n}**
  - μία πλειάδα **t ∈ T** αν για κάθε πλειάδα **s ∈ S** οι πλειάδες **t||s ∈ R**
  - Περιλαμβάνει όλες τις πλειάδες της σχέσης **R**, οι οποίες έχουν κοινά γνωρίσματα με **όλες** τις πλειάδες της σχέσης **S**.

- Αν Head(R) = Head(S)
  - Η σχέση T:= R ÷ S που προκύπτει είναι κενή: Head(T) = Ø

Διαίρεση

παράδειγμα 1

Order

cid	pid
01	p_02
01	p_03
02	p_02
02	p_05
02	p_03
03	p_03
03	p_01

Product

pid
p_02
p_03

Order ÷ Product

cid
01
02

Προτεραιότητα τελεστών

- Καθορίζει την σειρά με την οποία θα γίνονται οι πράξεις της σχεσιακής άλγεβρας

Τελεστής	Σύμβολο
Προβολή	π
Επιλογή	σ
Καρτεσιανό γινόμενο	x
Σύζευξη, Διαίρεση	⋈, ÷
Αφαίρεση	-
Ένωση, Τομή	∪, ∩

Άσκηση 1

- Θεωρείστε το ακόλουθο σχεσιακό σχήμα:

SHOP (id ,name ,address ,manager **)**

PRODUCT (pname ,company ,pcity **)**

SUPPLIER (sid ,sname ,scity **)**

BUYING (id ,sid **)** *(καταστήματα αγοράζουν από προμηθευτές)*

SUPPLYING (sid ,pname **)** *(έμποροι προμηθεύουν προϊόντα)*

Επερώτηση

- Βρείτε τους προμηθευτές οι οποίοι προμηθεύουν **όλα** τα προϊόντα τα οποία παράγονται στο Ηράκλειο

$$RESULT \leftarrow \pi_{sid,sname}\left(\left(SUPPLYING \div \pi_{pname}\left(\sigma_{pcity=\text{"Ηράκλειο"}}(PRODUCT)\right)\right) \bowtie SUPPLIER\right)$$

Άσκηση 2

- Θεωρείστε το ακόλουθο σχεσιακό σχήμα:

HOTEL (*Name ,City ,Chain ,Country ,Class ,MinRate ,MaxRate* ***)***

TRAVELER (*TID ,Name ,City* ***)***

BOOKING (*BookingID ,TID ,HotelName ,City ,ArrDate ,DepDate,Rate* ***)***

Επερώτηση

- Βρείτε τα ονόματα των ταξιδιωτών που έχουν κάνει κρατήσεις **σε όλα** τα ξενοδοχεία της αλυσίδας "Hilton"

$$
\begin{aligned}
RESULT \leftarrow \pi_{Name} \Big(& TRAVELER \\
& \bowtie \big(\pi_{TID,HotelName}(BOOKING) \\
& \div \rho_{HotelName/Name} \big(\pi_{Name} (\sigma_{Chain="Hilton"}(HOTEL)) \big) \big) \Big)
\end{aligned}
$$

Σχεσιακός Λογισμός

- **Γλώσσα επερωτήσεων** που βασίζεται στον Κατηγορηματικό Λογισμό 1ης τάξης
- Εμφανίζει την ίδια εκφραστική δύναμη με την Σχεσιακή Άλγεβρα
  - Κάθε επερώτηση που εκφράζεται σε σχεσιακή άλγεβρα, μπορεί να εκφραστεί και σε σχεσιακό λογισμό
- Οι προτάσεις του Σχεσιακού Λογισμού δηλώνουν σχέσεις
- Διακρίνεται σε δύο είδη βάση του είδους των μεταβλητών που χρησιμοποιούνται για τη παραγωγή των επερωτήσεων
  - **Σχεσιακός Λογισμός Πλειάδων**
    - Οι μεταβλητές εκφράζουν ολόκληρες ***πλειάδες*** των σχέσεων
  - **Σχεσιακός Λογισμός Πεδίων**
    - Οι μεταβλητές εκφράζουν ***γνωρίσματα*** των σχέσεων

Σχεσιακός Λογισμός Προτάσεις

- Κάθε πρόταση σχεσιακού λογισμού χρησιμοποιεί ένα σύνολο από μεταβλητές οι οποίες διακρίνονται:
  - **Ελεύθερες**
  - **Δεσμευμένες**

η χρήση ποσοδεικτών (∃ ή ∀) δεσμεύει το στιγμιότυπο της εκάστοτε μεταβλητής μέσα στην πρόταση π.χ

- $(\forall x)\ (\forall y)\ (\exists z)\ (R(x,y) \wedge R(y,z))$ x, y, z δεσμευμένες
- $(\exists z1)\ (\exists z2)\ (R(x, z1) \wedge R(z1, z2) \wedge R(z2, y))$ x & y ελεύθερες

- Κάθε πρόταση αντιστοιχεί σε μια σχέση (relation) της οποίας τα γνωρίσματα είναι οι ελεύθερες μεταβλητές της πρότασης

Σχεσιακός Λογισμός Πλειάδων

- ***{t | Formula(t)}*** **(Γενική μορφή)**
- **t** είναι μία μεταβλητή που αναφέρεται σε πλειάδες
- **Formula(t)** είναι μία πρόταση που περιγράφει την πλειάδα t
  - Η πρόταση μπορεί να περιέχει τα ακόλουθα**:**
    - **R(t)** **- R** όνομα σχέσης, **t** όνομα μεταβλητής
      - **$t \in R$**
    - $t_1.A_1$ op $t_2.A_2$ **-** σχέση μεταξύ των γνωρισμάτων A_1 και A_2 των πλειάδων t_1 και t_2 αντίστοιχα
      - επιβάλλεται το πεδίο τιμών των γνωρισμάτων στα οποία γίνεται η σύγκριση να ειναι το ίδιο
      - op $\in$ { =, > ,< ,≥ ,≤ ,≠}
    - t.A op c **-** σχέση μεταξύ γνωρίσματος A και σταθεράς c
      - Όμοια με παραπάνω

συνδεδεμένα με λογικούς τελεστές $\{\wedge, \vee, \neg, \rightarrow, \ldots\}$

Σχεσιακός Λογισμός Πλειάδων

- ***Παράδειγμα***

Ταινία

<u>Τίτλος</u>	Έτος	Διάρκεια	Είδος

Παίζει

<u>Όνομα</u>	<u>Τίτλος</u>

Ηθοποιός

<u>Όνομα</u>	Έτος - Γέννησης	Διεύθυνση

Σχεσιακός Λογισμός Πλειάδων

Παράδειγμα

- *όλες οι έγχρωμες ταινίες (select)*

{u$^{(4)}$ | (∃ t$^{(4)}$) Ταινία(t) ∧ t[4]= «Έγχρωμη» ∧ *u[1] = t[1]* ∧ *u[2] = t[2]*

∧ *u[3] = t[3]* ∧ *u[4] = t[4]* }

ή

{u$^{(4)}$ | (∃t$^{(4)}$) Ταινία(t) ∧ t.Είδος = «Έγχρωμη» ∧ *u.Τιτλος = t.Τιτλος* ∧ u.Διάρκεια = t.Διάρκεια ∧ *u.Είδος = t.Είδος* ∧ *u.Ετος = t.Ετος*}

- *μόνο ο τίτλος και το έτος από τις έγχρωμες ταινίες (project)*

{ u$^{(2)}$ | (∃t$^{(4)}$) Ταινία(t) ∧ t[4] = «Έγχρωμη» ∧ u[1] = t[1] ∧ u[2] = t[2] }

ή

{ u$^{(2)}$ | (∃t$^{(4)}$) Ταινία(t) ∧ t.Είδος = «Έγχρωμη» ∧ u.Τιτλος = t.Τιτλος

∧ u.Ετος = t.Ετος}

Σχεσιακός Λογισμός Πλειάδων

Παράδειγμα

- *Ονόματα ηθοποιών που έπαιξαν σε ταινίες διάρκειας πάνω από 120 λεπτά (join)*

$\{u^{(1)} \mid (\exists\, p^{(3)}, t^{(4)})$ Παίζει(p) $\wedge$ Ταινία(t) $\wedge$ t.Διάρκεια > 120 $\wedge$ $p[1] = u[1] \wedge p[2] = t[1]\}$

- *Ονόματα ηθοποιών που έχουν παίξει σε όλες τις έγχρωμες ταινίες (division)*

$\{u^{(1)} \mid (\forall t^{(4)})$ (Ταινία(t) $\wedge$ t[4]= «Έγχρωμη») -> (($\exists\, p^{(3)}$) Παίζει(p) $\wedge$ $t[1] = p[2] \wedge u[1] = p[1]$) }

- *Ζεύγη ονομάτων ηθοποιών και τίτλων ταινιών, στις οποίες δεν έχουν παίξει (difference)*

$\{u^{(2)} \mid (\exists\, t^{(4)}, h^{(3)})$(Ταινία(t) $\wedge$ Ηθοποιός(h) $\wedge$ $u[2] = t[1] \wedge u[1] = h[2]$) ->

(($\sim\exists\, p^{(3)}$) Παίζει(p) $\wedge$ $t[1] = p[2] \wedge h[1] = p[1]$) }

Μετατροπή από Σχεσιακή Άλγεβρα σε Σχεσιακό Λογισμό Πλειάδων

- Οι παρακάτω εκφράσεις E σε Σχεσιακή Άλγεβρα ισοδυναμούν με τις αντίστοιχες σε σχεσιακό λογισμό πλειάδων προτάσεις F

$$E = R \mapsto F = r(\mu)$$

$$E = E_1 \cup E_2 \mapsto F = F_1 \vee F_2$$

$$E = E_1 - E_2 \mapsto F = F_1 \wedge \neg F_2$$

$$E = \pi_{A_{i1},\ldots,A_{in}}(E_1) \mapsto F\left(\mu^{(n)}\right) = \left(\exists \rho^{(k)}\right) F_1(\rho) \wedge \left(\mu[1] = \rho[i_1]\right) \wedge \ldots \wedge \left(\mu[n] = \rho[i_n]\right), n \le k$$

$$E = E_1 \times E_2 \mapsto F\left(\mu^{m+n}\right) = \left(\exists \rho^{(n)}\right)\left(\exists \sigma^{(m)}\right) F_1(\rho) \wedge F_2(\sigma) \wedge \left(\mu[1] = \rho[1]\right) \wedge \ldots \wedge \left(\mu[n] = \rho[n]\right) \wedge \left(\mu[n+1] = \sigma[1]\right) \wedge \ldots \wedge \left(\mu[n+m] = \sigma[m]\right)$$

$$E = \sigma_{A_i \theta A_j}(E_1) \mapsto F_1(\mu) \wedge \left(\mu[i] \theta \mu[j]\right)$$

Σχεσιακός Λογισμός Πεδίων

- ***{**A_1**,** A_2 **,** A_3**,** A_4…. **| Formula(**A_1**,** A_2 **,** A_3**,** A_4…. **)}*** **(Γενική μορφή)**
- A_i είναι μεταβλητή πεδίου που αναφέρεται σε γνωρίσματα πεδίων
  - Παίρνει τιμές από το πεδίο τιμών στο οποίο αντιστοιχεί
- **Formula(t)** είναι μία πρόταση που περιγράφει τις συνθήκες που ισχύουν για τα γνώρισματα A_i
  - Η πρόταση μπορεί να περιέχει τα ακόλουθα:
    - **R(**A_1, A_2 , A_3, A_4…. **)** **- R** όνομα σχέσης, A_1, A_2 , A_3, A_4…. ονόματα μεταβλητών
      - A_1, A_2 , A_3, A_4…. $\in$ **R**
    - A_1 op A_2 **-** σχέση μεταξύ των μεταβλητών A_1 και A_2
      - επιβάλλεται το πεδίο τιμών των γνωρισμάτων στα οποία γίνεται η σύγκριση να ειναι το ίδιο
      - op $\in$ { =, > ,< ,≥ ,≤ ,≠}
    - A op c **-** σχέση μεταξύ γνωρίσματος A και σταθεράς c
      - Όμοια με παραπάνω

συνδεδεμένα με λογικούς τελεστές {$\wedge$, $\vee$, $\neg$, $\rightarrow$, ...}

Σχεσιακός Λογισμός Πεδίων

- ***Παράδειγμα***

Ταινία

<u>**Τίτλος**</u>	**Έτος**	**Διάρκεια**	**Είδος**

Παίζει

<u>**Όνομα**</u>	<u>**Τίτλος**</u>

Ηθοποιός

<u>**Όνομα**</u>	**Έτος - Γέννησης**	**Διεύθυνση**

Σχεσιακός Λογισμός Πεδίων

Παράδειγμα

- *όλες οι έγχρωμες ταινίες (select)*

  {T, G, D, Y| Ταινία(T, Y, D, G) $\wedge$ G = «Έγχρωμη»}

- *μόνο ο τίτλος και το έτος από τις έγχρωμες ταινίες (project)*

  { T, Y |* (∃ D, G) *Ταινία(T, Y, D, G)* $\wedge$ *G = «Έγχρωμη»}

  ή

  { T, Y |* (∃ D) *Ταινία(T, Y, D, «Έγχρωμη»)}

Σχεσιακός Λογισμός Πεδίων

Παράδειγμα

- *Ονόματα ηθοποιών που έπαιξαν σε ταινίες διάρκειας πάνω από 120 λεπτά (join)*

  {N| (∃ T, Y, G, D) Παίζει(N, T) ∧ Ταινία(T, Y, D, G) ∧ D > 120}

- *Ονόματα ηθοποιών που έχουν παίξει σε όλες τις έγχρωμες ταινίες (division)*

  {N |(∀ T, Y, D) Ταινία(T, Y, D, «Εγχρωμη»)-> (Παίζει(N, T)) }

- *Ζεύγη ονομάτων ηθοποιών και τίτλων ταινιών, στις οποίες δεν έχουν παίξει (difference)*

  {N, T| (∃ B, A, Y, G, D)(Ταινία(T, Y, D, G) ∧ Ηθοποιός(N, B, A)) ->

  (~ Παίζει(N, T))}

Μετατροπή από Σχεσιακή Άλγεβρα σε Σχεσιακό Λογισμό Πεδίων

- Οι παρακάτω εκφράσεις E σε Σχεσιακή Άλγεβρα ισοδυναμούν με τις αντίστοιχες σε σχεσιακό λογισμό πεδίων προτάσεις F

$$E = R(x_1, \ldots, x_k) \mapsto F = r(X_1, \ldots, X_k)$$

$$E = E_1 \cup E_2 \qquad \mapsto F = F_1 \vee F_2$$

$$E = E_1 - E_2 \qquad \mapsto F = F_1 \wedge \neg F_2$$

$$E = \pi_{A_{i1}, \ldots, A_{in}}(E_1) \mapsto F\left(X_{i1}, \ldots, X_{in}\right) = \left(\exists X_{j1}\right) \ldots \left(\exists X_{jm}\right) F_1\left(X_{i1}, \ldots, X_{in}, X_{j1}, \ldots, X_{jn}\right)^*$$

$$E = E_1 \times E_2 \qquad \mapsto F\left(X_1, \ldots, X_n, Y_1, \ldots, Y_n\right) = F_1\left(X_1, \ldots, X_n\right) \wedge F_2\left(Y_1, \ldots, Y_n\right)$$

$$E = \sigma_{A_i \theta A_j}\left(E_1\right) \qquad \mapsto F_1 \wedge \left(X_i \theta X_j\right)$$

*Οι μεταβλητές $X_{i1}, \ldots, X_{in}$ μαζί με τις $X_{j1}, \ldots, X_{jn}$ συνιστούν το σύνολο των μεταβλητών της F_1

Άσκηση 1

- Θεωρείστε το ακόλουθο σχεσιακό σχήμα:

PRODUCT **(** pid ,stock , supplier **)**

CLIENT (cid ,name ,address ,city **)**

ORDER (orderno , date ,quantity ,pid ,cid **)**

Επερώτηση 1

- Βρείτε τους αριθμούς των παραγγελιών για τα προϊόντα που παραγγέλνονται σε ποσότητα μικρότερη του 100 και από πελάτες που βρίσκονται στην Αθήνα

$$RESULT \leftarrow \pi_{orderno}\left(\left(\sigma_{quantity\ <100}(ORDER)\right) \bowtie \left(\sigma_{city\ ="Athens"}(CLIENT)\right)\right)$$

$$\{\mu^{(1)} \mid \exists\left(\tau^{(5)}, \sigma^{(4)}\right)\begin{pmatrix} order(\tau) \wedge client(\sigma) \wedge (\mu[1] = \tau[1]) \wedge (\tau[3] < 100) \wedge \\ (\sigma[4] = "Athens") \wedge (\tau[5] = \sigma[1]) \end{pmatrix}$$

$$\{O \mid \exists(D, P, C, N, A)(order(O, D, Q, P, C) \wedge client(C, N, A, "Athens") \wedge Q < 100)$$

Επερώτηση 2

- Βρείτε τα ονόματα και τις διευθύνσεις των πελατών οι οποίοι δίνουν παραγγελία για προϊόντα για τα οποία δεν υπάρχει stock

$$\pi_{name,address}\left(CLIENT \bowtie \pi_{cid}\left(ORDER \bowtie \left(\pi_{pid}(\sigma_{stock=0}(PRODUCT))\right)\right)\right)$$

$$\{\mu^{(2)} \mid \exists(\sigma^{(4)},\tau^{(5)},\rho^{(3)})\begin{pmatrix} client(\sigma)\wedge order(\tau)\wedge product(\rho)\wedge(\rho[2]=0)\wedge \\ (\mu[1]=\sigma[2])\wedge(\mu[2]=\sigma[3])\wedge(\tau[4]=\rho[1])\wedge(\tau[5]=\sigma[1]) \end{pmatrix}$$

$$\{N,A \mid \exists(C,CI,O,D,Q,P,SU)\begin{pmatrix} client(C,N,A,CI)\wedge order(O,D,Q,P,C)\wedge \\ product(P,S,SU)\wedge S=0 \end{pmatrix}$$

Επερώτηση 3

- Βρείτε τις πόλεις στις οποίες μένουν πελάτες οι οποίοι **δεν δίνουν** καμιά παραγγελία για προϊόντα που προμηθεύει ο “AB”

$$\pi_{city}\left(CLIENT \bowtie \left(\pi_{cid}(CLIENT) - \pi_{cid}\left(ORDER \bowtie \left(\pi_{pid}\left(\sigma_{supplier="AB"}(PRODUCT)\right)\right)\right)\right)\right)$$

$$\{\mu^{(1)} \mid \exists\left(\sigma^{(4)}\right)\left(\begin{array}{l} client(\sigma) \wedge (\mu[1]=\sigma[4]) \wedge \\ \neg\left(\exists\left(\tau^{(5)},\rho^{(3)}\right)\left(\begin{array}{l} order(\tau) \wedge product(\rho) \wedge (\rho[3]="AB") \\ \wedge(\tau[4]=\rho[1]) \wedge (\tau[5]=\sigma[1]) \end{array}\right)\right) \end{array}\right)$$

$$\{CI \mid \exists(C,N,A)\left(\begin{array}{l} client(C,N,A,CI) \wedge \\ \neg\left(\exists(O,D,Q,P,S)\left(\begin{array}{l} order(O,D,Q,P,C) \wedge \\ product(P,S,SU) \wedge SU="AB" \end{array}\right)\right) \end{array}\right)$$

Επερώτηση 4

- Βρείτε τα προϊόντα για τα οποία δίνονται παραγγελίες από **όλους** τους πελάτες που βρίσκονται στην Αθήνα, καθώς και τους προμηθευτές τους

$$RESULT \leftarrow \pi_{pid,supplier}\Big(PRODUCT \bowtie \big(\pi_{pid,cid}(ORDER) \div \pi_{cid}\left(\sigma_{city="Athens"}(CLIENT)\right)\big)\Big)$$

$$\{\mu^{(2)} \mid \forall\left(\sigma^{(4)}\right)\left(\exists\left(\rho^{(3)}\right)\begin{pmatrix} product(\rho) \wedge client(\sigma) \wedge \sigma[4] = "Athens" \wedge (\mu[1] = \rho[1]) \wedge \\ (\mu[2] = \rho[3]) \rightarrow \left(\exists \tau^{(5)}\right)(order(\tau)) \wedge (\tau[4] = \rho[1]) \wedge (\tau[5] = \sigma[1]) \end{pmatrix}\right)$$

$$\{P, SU \mid \forall(C, N, A)\left(\exists(S, D, Q)\begin{pmatrix} product(P, S, SU) \wedge client(C, N, A, CI) \wedge \\ CI = "Athens" \rightarrow (\exists O)(order(O, D, Q, P, C)) \end{pmatrix}\right)$$

Επερώτηση 5

- Βρείτε τα ζεύγη πελατών προμηθευτών τα οποία είναι τέτοια ώστε ο προμηθευτής να μην προμηθεύει κανένα προϊόν που παραγγέλνει ο πελάτης

$$RESULT \leftarrow \pi_{cid,supplier}(CLIENT \times PRODUCT) - \pi_{cid,supplier}(PRODUCT \bowtie ORDER))$$

$$\{\mu^{(2)} \mid \exists(\sigma^{(4)}, \rho^{(3)})\begin{pmatrix} client(\sigma) \wedge product(\rho) \wedge (\mu[1] = \sigma[1]) \wedge (\mu[2] = \rho[3]) \\ \rightarrow \neg(\exists(\tau^{(5)})order(\tau) \wedge (\tau[4] = \rho[1]) \wedge (\tau[5] = \sigma[1])) \end{pmatrix}$$

$$\{C, SU \mid \exists(N, A, CI, P, S)\begin{pmatrix} client(C, N, A, CI) \wedge product(P, S, SU) \rightarrow \\ \neg(\exists(O, D, Q)order(O, D, Q, P, C)) \end{pmatrix}$$