

Μαθηματικά Μοντέλα
στην Φυσική, στην Βιολογία
στις Επιστήμες

Σταύρος Κομηνέας

Τμήμα Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών
Πανεπιστήμιο Κρήτης

Δευτέρα 22 Σεπτεμβρίου 2014

Ρευστά



Η ένταση μίας δίνης δίνεται από την **κυκλοφορία** της: δηλ., το ολοκλήρωμα δρόμου της ταχύτητας του ρευστού γύρω από μία κλειστή καμπύλη:

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{v} \cdot d\mathbf{s}.$$

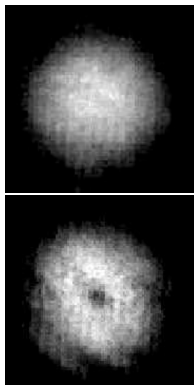
Δακτυλιοειδείς δίνες



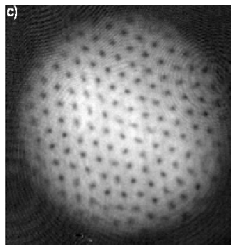
Video:

- (1) dolphin creating bubble rings
- (2) dolphin playing with rings.

Δίνες σε ατομικά παγιδευμένα υπερρευστά

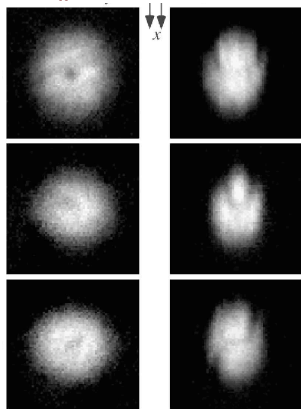


[ENS Paris, 2000]



[MIT 2001]

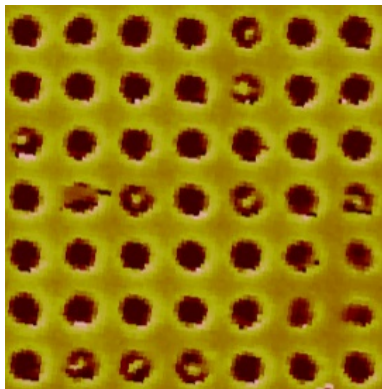
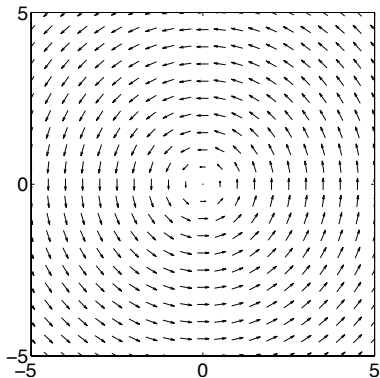
Νήματα δινών



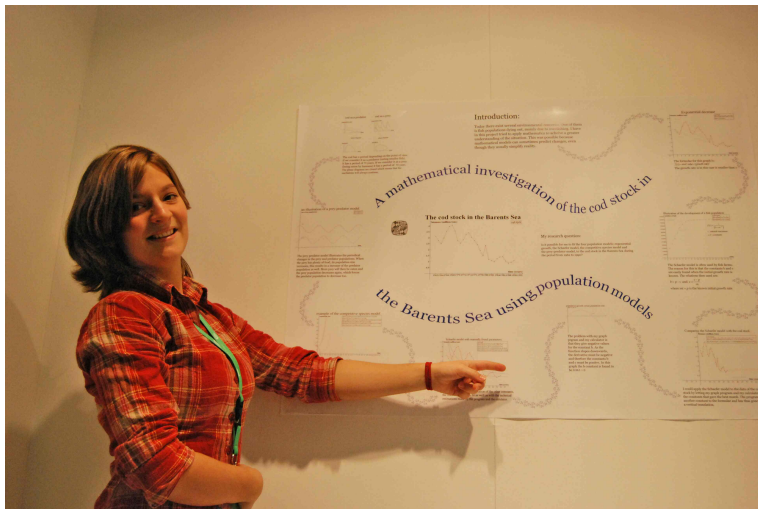
[ENS Paris, 2002]

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{1}{2}\Delta\Psi + V(r)\Psi + g|\Psi|^2\Psi$$

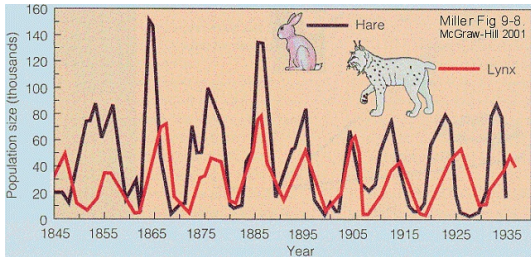
Δίνες σε νανο-μαγνήτες (διαστάσεων 100 νανομέτρων)



Πληθυσμοί



Δυναμική πληθυσμών

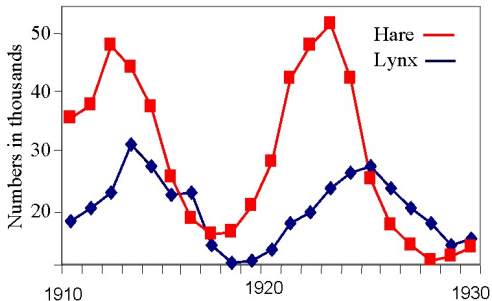


Μοντέλο κυνηγού-θηράματος

$$\frac{d(\text{hare})}{dt} = a(\text{hare}) - c(\text{hare})(\text{lynx})$$

$$\frac{d(\text{lynx})}{dt} = -b(\text{lynx}) + d(\text{hare})(\text{lynx})$$

Δυναμική πληθυσμών

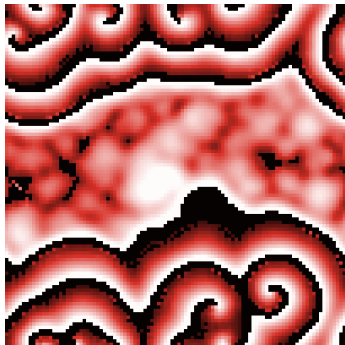


Μοντέλο κυνηγού-θηράματος

$$\dot{x} = ax - cxy$$

$$\dot{y} = -by + dxy$$

Χημική αντίδραση Belusov-Zhabotinsky



$$D\nabla^2 u - \frac{\partial u}{\partial t} = f(u, w)$$
$$D\nabla^2 w - \frac{\partial w}{\partial t} = g(u, w)$$

Προσομοίωση της χημικής αντίδρασης Belusov-Zhabotinsky.

Η αντίδραση ταλαντώνεται μεταξύ δύο καταστάσεων.

Παράγεται ένα σχέδιο (pattern) σπειροειδών κυμάτων.

Μοντέλα στην Οικονομία



X. Πισσαρίδης
(Nobel Οικονομίας, 2010)

“for analysis of markets with search frictions” (video)

‘Οι καινοτομίες των Diamond, Mortensen και Πισσαρίδη απαιτούν... αφηρημένα μαθηματικά εργαλεία και... χρήση στατιστικών μεθόδων.’
(από άρθρο των Αζαριάδη, Ιωαννίδη)

Μοντέλα για απασχόληση - ανεργία

On the economy nobel prize 2010:

...focuses on specific frictions due to costly search and pairwise matching, i.e., the explicit difficulties buyers and sellers have in locating each other, thereby resulting in failure of markets to clear at all points in time.

The Diamond-Mortensen-Pissarides (DMP) model ... analysing labor markets in a dynamics general equilibrium setting.

A short documentary about the lives and work of Diamond, Mortensen and Pissarides, 2010 Laureates in Economic Sciences.

Εργαλεία προσομοίωσης

- ▶ matlab, octave
- ▶ Mathematica, etc
- ▶ plot.ly: graphs online, share your graph and data.
- ▶ [online solver of PDEs](#)
- ▶ ...