**ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

**ΜΕΜ 286: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ**

**Μαθηματικά Μοντέλα στη Βιολογία: Ασκήσεις**

**Παράδοση: Εώς 24:00, 16/11/2014**

**Άσκηση 1: Μοντέλο με μη-σταθερή χωρητικότητα (50 Μονάδες)**

Για είδη με μικρή χρονική διάρκεια ζωής (π.χ. έντομα) μπορεί να μην είναι καλή παραδοχή η σταθερή χωρητικότητα στο λογιστικό μοντέλο.

Μελετήστε τι γίνεται αν περιγράφουμε ένα πληθυσμό με το διακριτό λογιστικό μοντέλο:

****

όπου η χωρητικότητα μεταβάλλεται με ταλάντωση.

Θεωρήστε: Κ = 10 + cos((2π/6)\*t)

Προτάσεις:

* Εξηγήστε γιατί η χωρητικότητα η οποία μεταβάλλεται με ταλάντωση μπορεί να είναι καλή υπόθεση για κάποιες περιβαλλοντικές συνθήκες.
* Μελετήστε τη συμπεριφορά, με κατάλληλα γραφήματα, για διαφορετικές τιμές των *r*, *P(0)*. Ελέγξτε κυρίως τη συμπεριφορά σε μεγάλους χρόνους. Είναι τα αποτελέσματα σε συμφωνία με ότι περιμένατε;
* Τι γίνεται αν η συχνότητα της ταλάντωσης αλλάξει; Δοκιμάστε Κ = 10 + cos((2π/Χ)\*t) για διαφορετικά Χ.
* Ελέγξτε αν όσο το *r* μεγαλώνει το σύστημα εμφανίζει μη-κανονική συμπεριφορά/διακλάδωση (bifurcation).

Βρείτε και γράψτε σε μια αναφορά που θα συζητά όλα τα παραπάνω.

**Άσκηση 2: Κανιβαλισμός (50 Μονάδες)**

Ο κανιβαλισμός είναι σύνηθες φαινόμενο για μερικά είδη εντόμων και ψαριών. Ένα μοντέλο (Cushing et al., 2001) για ένα είδος σκαθαριών (tribolium) χρησιμοποιεί 3 στάδια ανάπτυξης: *L*= νύμφη (larvae), *P*=χρυσαλλίδα (pupae) και *A*=ενήλικοι (adults) και τις ακόλουθες εξισώσεις:



Όλες οι σταθερές είναι > 0 και το μοντέλο δεν λαμβάνει υπόψη ότι ο πληθυσμός περνά και από το στάδιο του αυγού. Βρείτε και γράψτε σε μια αναφορά τα ακόλουθα:

(α) Εξηγήστε την βιολογική σημασία κάθε όρου. Αν cEL = cEA = cPA = 0 το μοντέλο γίνεται τύπου Usher. Περιγράψτε ποιοτικά τις διαφορές μεταξύ των δύο μοντέλων.

(β) Επιλύστε το αρχικό σύστημα στον υπολογιστή σε διακριτή μορφή.

(γ) Κάντε τη γραφική παράσταση *L*(*t*), *P*(*t*), *A*(t), *T* (*T*=*L*+*P*+*A*) vs. *t*, για συγκεκριμένες τιμές των σταθερών: f = 6.483, cEL=0.021200, cEA=0.009870, cPA=0.004239, τL,P=0.7430, και διαφορετικές τιμές της σταθεράς τA,A από 0.1 εως 0.9. Ποια είναι η συμπεριφορά των πληθυσμών σε μεγάλους χρόνους;

(δ) Δοκιμάστε επίσης διαφορετικές τιμές των παραμέτρων (π.χ. f = 10.45, cEL=0.01731, cEA=0.01310, cPA=0.35, τL,P=0.8, τA,A=0.04). Συζητήστε τη διαφορά των αποτελεσμάτων.