



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Γενική Φυσική Ι

Ν. Κυλάφης

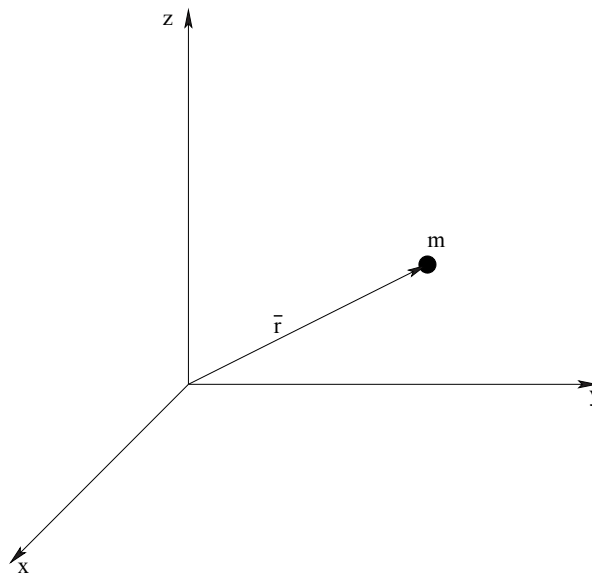
Τμήμα Φυσικής

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Διατηρητικές δυνάμεις

Στο υποκεφάλαιο 1.4 είδαμε ότι, για μονοδιάστατες κινήσεις στον άξονα x , όλες οι δυνάμεις της μορφής $F = F(x)$ είναι διατηρητικές. Για κίνηση λοιπόν στις τρεις διαστάσεις, μπορούμε να πούμε ότι όλες οι δυνάμεις της μορφής $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x, y, z)$ είναι διατηρητικές; Με άλλα λόγια, μπορούμε να γράψουμε τον νόμο διατήρησης της ενέργειας για όλες τις δυνάμεις της μορφής $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x, y, z)$; Θα το εξετάσουμε χρησιμοποιώντας τον Δεύτερο Νόμο του Νεύτωνα.

Ας θεωρήσουμε υλικό σημείο μάζας m που κινείται στον χώρο υπό την επίδραση της γενικής δύναμης $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x, y, z)$, όπου $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ είναι η στιγμιαία θέση του υλικού σημείου. Συγκεκριμένα παραδείγματα θα δούμε πιο κάτω.



Ας θεωρήσουμε ότι την αρχική χρονική στιγμή $t = 0$, το υλικό σημείο ήταν στη θέση $\vec{r}_0 = x_0\hat{i} + y_0\hat{j} + z_0\hat{k}$ και είχε ταχύτητα \vec{u}_0 . Βάσει του Δεύτερου Νόμου του Νεύτωνα γράφουμε

$$m \frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{F}. \quad (3.1)$$

Πολλαπλασιάζουμε (δηλαδή εσωτερικό γινόμενο) αμφότερα τα μέλη της (3.1) με την ταχύτητα \vec{u} και έχουμε

$$m \frac{d\vec{u}}{dt} \cdot \vec{u} = \vec{F} \cdot \vec{u}. \quad (3.2)$$

Η εξίσωση (3.2) μπορεί να γραφεί ως εξής

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m u^2 \right) = \vec{F} \cdot \vec{u}, \quad (3.3)$$

διότι

$$\frac{1}{2} m u^2 = \frac{1}{2} m \vec{u} \cdot \vec{u} \quad \text{και} \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \vec{u} \cdot \vec{u} \right) = m \frac{d\vec{u}}{dt} \cdot \vec{u}.$$

Η ποσότητα $T = \frac{1}{2} m u^2$ λέγεται *κινητική ενέργεια* του υλικού σημείου και η εξίσωση (3.3) γράφεται ως

$$\frac{dT}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{u}, \quad (3.4)$$

όπου η ποσότητα $\vec{F} \cdot \vec{u}$ λέγεται *ισχύς* της δύναμης. Χωρίς λοιπόν να το καταλάβουμε, αποδείξαμε το εξής θεώρημα:

Θεώρημα: Για δυνάμεις της μορφής $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$, η χρονική μεταβολή της κινητικής ενέργειας του υλικού σημείου πάνω στο οποίο ασκείται η δύναμη ισούται με την ισχύ της δύναμης.

Πολλαπλασιάζουμε αμφότερα τα μέλη της εξίσωσης (3.4) με dt και έχουμε

$$\frac{dT}{dt} dt = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt, \quad (3.5)$$

η οποία γράφεται ως

$$dT = \vec{F} \cdot d\vec{r}. \quad (3.6)$$

Πάλι χωρίς να το καταλάβουμε, αποδείξαμε το εξής θεώρημα:

Θεώρημα: Για δυνάμεις της μορφής $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$, η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του υλικού σημείου πάνω στο οποίο ασκείται η δύναμη ισούται με το έργο της δύναμης κατά τη μετατόπιση του υλικού σημείου.

Αν και δεν είναι απαραίτητο, την εξίσωση (3.6) τη γράφουμε ως εξής:

$$d \left(\frac{1}{2} m u^2 \right) = \vec{F} \cdot d\vec{r}. \quad (3.7)$$

Παρατηρούμε ότι οι μεταβλητές είναι χωρισμένες, δηλαδή αριστερά έχουμε ταχύτητα και δεξιά θέση. Άρα μπορούμε να ολοκληρώσουμε κατά μέλη. Ολοκληρώνουμε λοιπόν το αριστερό μέλος από την αρχική ταχύτητα \vec{u}_0 μέχρι την τυχούσα ταχύτητα \vec{u} και το δεξιά από την αρχική θέση \vec{r}_0 μέχρι την τυχούσα θέση \vec{r} . Έτσι έχουμε

$$\int_{u_0}^u d\left(\frac{1}{2}mu^2\right) = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}, \quad (3.8)$$

ή

$$\frac{1}{2}mu^2 - \frac{1}{2}mu_0^2 = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r}, \quad (3.9)$$

την οποία γράφουμε ως εξής:

$$\frac{1}{2}mu^2 - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2}mu_0^2 = \text{σταθερά}, \quad (3.10)$$

διότι οι ποσότητες $1/2$, m , u_0 είναι σταθερές. Τίθεται λοιπόν τώρα το ερώτημα: Μπορούμε να ορίσουμε την ποσότητα

$$-\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (3.11)$$

ως τη δυναμική ενέργεια

$$V(\vec{r}) \quad (3.12)$$

του υλικού σημείου στη θέση \vec{r} ; Αν ναι, τότε η εξίσωση (3.10) θα ήταν ο νόμος διατήρησης της ενέργειας και όλες οι δυνάμεις $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$ θα ήταν διατηρητικές. Όμως, αυτό δεν ισχύει.

Η δυναμική ενέργεια $V(\vec{r}) = V(x, y, z)$, ως συνάρτηση των μεταβλητών x, y, z , είναι μονοσήμαντη. Δηλαδή, για κάθε τριάδα αριθμών x, y, z μάς δίνει μια τιμή, την τιμή της δυναμικής ενέργειας σ' αυτή τη θέση. Η σχέση (3.11) μάς δίνει το μείον έργο που κάνει η δύναμη για μετακίνηση από το σημείο \vec{r}_0 στο σημείο \vec{r} . Αν αυτό το έργο εξαρτάται από τον δρόμο που ακολουθήθηκε, τότε για διαφορετικούς δρόμους θα έχουμε διαφορετικά έργα, δηλαδή η συνάρτηση (3.11) είναι πολυσήμαντη. Δεν μπορούμε επομένως να εξισώσουμε μια μονοσήμαντη συνάρτηση, την (3.12), με μια πολυσήμαντη συνάρτηση, την (3.11). Μπορούμε να εξισώσουμε την (3.11) με την (3.12) μόνο αν η (3.11) είναι κι αυτή μονοσήμαντη συνάρτηση του \vec{r} , δηλαδή αν το έργο της δύναμης μεταξύ των σημείων \vec{r}_0 και \vec{r} είναι ανεξάρτητο του δρόμου μεταξύ των δυο αυτών σημείων.

Οι δυνάμεις $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$ για τις οποίες το έργο μεταξύ δυο τυχόντων σημείων είναι ανεξάρτητο του δρόμου λέγονται *διατηρητικές* ή *αστρόβιλες* και γι' αυτές και μόνο γι' αυτές μπορούμε να ορίσουμε τη δυναμική ενέργεια στο σημείο \vec{r} με τη σχέση

$$V(\vec{r}) \equiv -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r} . \quad (3.13)$$

Για διατηρητικές δυνάμεις $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$ μπορούμε λοιπόν να γράψουμε από τη σχέση (3.10) ότι

$$T + V = \text{σταθερά} = E \quad (3.14)$$

όπου E είναι η ολική ενέργεια. Έτσι αποδείξαμε το *θεώρημα διατήρησης της ενέργειας* για διατηρητικές δυνάμεις της μορφής $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$.

Θεώρημα: Για διατηρητικές δυνάμεις της μορφής $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$ το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του υλικού σημείου είναι σταθερό κατά την κίνηση του.

Από τον ορισμό που δώσαμε για την δυναμική ενέργεια, είναι προφανές ότι αυτή μηδενίζεται στην αρχική θέση \vec{r}_0 διότι

$$V(\vec{r}_0) \equiv -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}_0} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = 0 . \quad (3.15)$$

Ας υποθέσουμε ότι δεν θέλουμε η δυναμική ενέργεια να μηδενίζεται στην αρχική θέση \vec{r}_0 , αλλά σε κάποια άλλη θέση \vec{r}_1 . Τότε γράφουμε την εξίσωση (3.10) ως εξής:

$$\frac{1}{2} mu^2 - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2} mu_0^2 \quad (3.16)$$

ή

$$\frac{1}{2} mu^2 - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2} mu_0^2 + \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}_1} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \text{σταθερά} . \quad (3.17)$$

Το δεξιό μέλος της (3.17) είναι σταθερό διότι το ορισμένο ολοκλήρωμα μιας συνάρτησης είναι αριθμός.

Αν τώρα ορίσουμε τη δυναμική ενέργεια ως

$$V(\vec{r}) \equiv -\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \quad (3.18)$$

και την ολική ενέργεια ως

$$E = \frac{1}{2} m u_0^2 + \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}_1} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \text{σταθερά} \quad (3.19)$$

πάλι μπορούμε να γράψουμε

$$T + V = \text{σταθερά} = E, \quad (3.20)$$

μόνο που τώρα και το E και το V έχουν διαφορετικές τιμές από πριν. Και από τον ορισμό (3.13) και από τον ορισμό (3.18) έχουμε ότι

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} \hat{i} - \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} \hat{j} - \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \hat{k} \equiv -\nabla V(x, y, z), \quad (3.21)$$

όπου το σύμβολο $\partial/\partial x$ σημαίνει μερική παράγωγος ως προς x και ομοίως για τα $\partial/\partial y$, $\partial/\partial z$.

Με άλλα λόγια, η δυναμική ενέργεια είναι το μείον έργο της δύναμης και η δύναμη είναι το μείον ανάδελα της δυναμικής ενέργειας.

Παρατήρηση: Όπως είδαμε παραπάνω, το μηδέν της δυναμικής ενέργειας μπορούμε να το βάλουμε όπου θέλουμε και ο νόμος διατήρησης της ενέργειας ισχύει. Οι τιμές της δυναμικής ενέργειας και της ολικής ενέργειας αλλάζουν ανάλογα με το που βάλουμε το μηδέν της δυναμικής ενέργειας.

3.1 Κεντρικές δυνάμεις

Η πιο σημαντική κατηγορία διατηρητικών δυνάμεων είναι οι *κεντρικές δυνάμεις*, που ορίζονται ως

$$\vec{F} = f(r)\hat{r}, \quad (3.22)$$

όπου $\hat{r} = \vec{r}/|\vec{r}| = \vec{r}/r$ είναι το ακτινικό μοναδιαίο διάνυσμα. Είναι δηλαδή ακτινικές δυνάμεις. Όλες οι θεμελιώδεις δυνάμεις της Φύσης είναι κεντρικές (βλ. Ασκήσεις 3.3 και 3.5).

Θεώρημα: Όλες οι κεντρικές δυνάμεις είναι διατηρητικές.

Απόδειξη: Αρκεί να δείξουμε ότι το έργο που κάνουν οι κεντρικές δυνάμεις μεταξύ δυο τυχόντων σημείων \vec{r}_1 και \vec{r}_2 είναι ανεξάρτητο του δρόμου που ακολουθούμε. Το έργο αυτό είναι

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} f(r)\hat{r} \cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} f(r) dr = \text{ανεξάρτητο του δρόμου}, \quad (3.23)$$

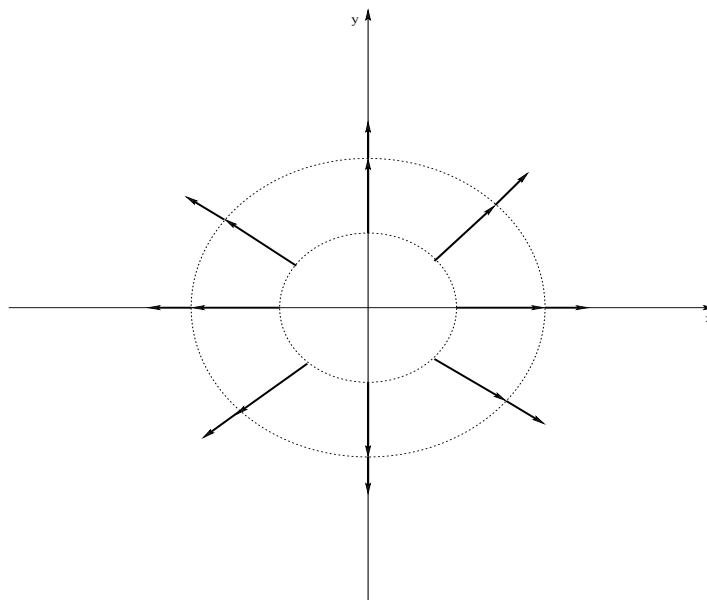
όπου $dr = \hat{r} \cdot d\vec{r}$ είναι ακτινική μετατόπιση, δηλαδή είναι η προβολή της μετατόπισης $d\vec{r}$ στο ακτινικό διάνυσμα \hat{r} . Αποδείξαμε λοιπόν ότι το έργο της δύναμης (3.22) από το τυχόν σημείο \vec{r}_1 στο τυχόν σημείο \vec{r}_2 είναι ίσο με το έργο που κάνει η δύναμη

για ακτινική μετακίνηση από την επιφάνεια της σφαίρας με ακτίνα r_1 στην επιφάνεια της σφαίρας με ακτίνα r_2 , ανεξαρτήτως της πορείας που ακολουθήσαμε.

Παράδειγμα 3.1: Να σχεδιασθεί το πεδίο δυνάμεων $\vec{F}(\vec{r}) = F_0 \frac{R}{r} \hat{r}$, όπου $F_0 = 1$ Nt,

$R = 1$ m είναι σταθερές, r είναι η ακτινική απόσταση και $\hat{r} = \vec{r}/|\vec{r}| = \vec{r}/r$ είναι το μοναδιαίο ακτινικό διάνυσμα. Με άλλα λόγια, να σχεδιασθεί το διάνυσμα της δύναμης \vec{F} σε διάφορες θέσεις. Χάριν ευκολίας περιοριστείτε σε σημεία του επιπέδου xy . Να διερευνήσετε αν το πεδίο δυνάμεων είναι διατηρητικό ή όχι. Από το σχήμα και μόνο θα μπορούσατε να βγάλετε το συμπέρασμα αυτό;

Λύση: Σε κάθε σημείο η δύναμη είναι ακτινική. Για $r = 1$ m, το μέτρο της δύναμης είναι 1 Nt. Για $r = 2$ m, το μέτρο της δύναμης είναι 1/2 Nt. Για $r = 3$ m, το μέτρο της δύναμης είναι 1/3 Nt και ούτω καθ' εξής. Έτσι λοιπόν έχουμε



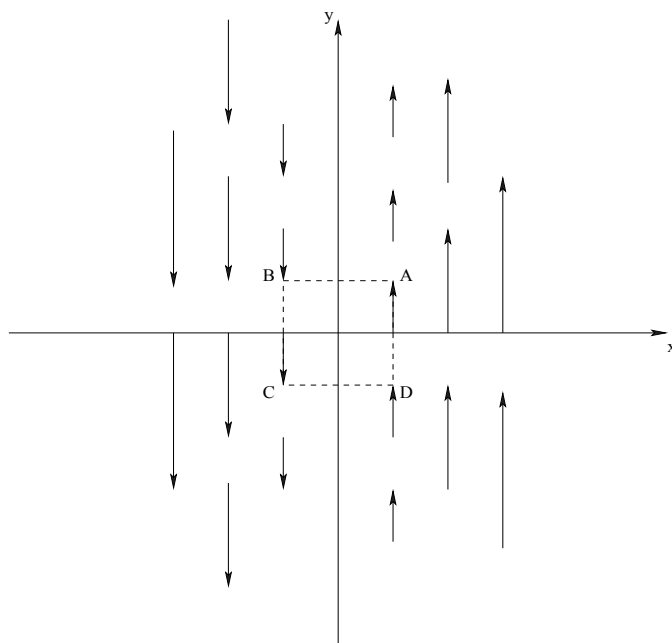
Το πεδίο δυνάμεων είναι διατηρητικό ή αστρόβιλο διότι είναι κεντρικό.

Το ίδιο συμπέρασμα βγάζουμε και από το σχήμα αφού το πεδίο δυνάμεων δεν “στροβιλίζει”, δηλαδή δεν θα μας “έστριβε” αν πέφταμε μέσα σ’ αυτό.

Παράδειγμα 3.2: Να σχεδιασθεί το πεδίο δυνάμεων $\vec{F}(\vec{r}) = (F_0 x / x_0) \hat{j}$, όπου $F_0 = 1$ Nt, $x_0 = 1$ m είναι σταθερές και \hat{j} είναι το μοναδιαίο διάνυσμα του άξονα y . Με άλλα λόγια, να σχεδιασθεί το διάνυσμα της δύναμης \vec{F} σε διάφορες θέσεις. Χάριν ευκολίας περιοριστείτε σε σημεία του επιπέδου xy . Παρατηρήστε ότι αυτό το πεδίο δυνάμεων δεν εξαρτάται από τις συντεταγμένες y και z , αλλά μόνο από τη συντεταγμένη x .

- A) Να διερευνήσετε αν αυτό το πεδίο δυνάμεων είναι διατηρητικό ή όχι. Από το σχήμα και μόνο θα μπορούσατε να βγάλετε το συμπέρασμα αυτό;
- B) Να υπολογίσετε το έργο που κάνει το πεδίο δυνάμεων στην κλειστή διαδρομή $(1, 1) \rightarrow (-1, 1) \rightarrow (-1, -1) \rightarrow (1, -1) \rightarrow (1, 1)$ του επιπέδου xy .

Λύση: Για όλα τα σημεία $(1, y)$, η δύναμη είναι $+1$. Για όλα τα σημεία $(2, y)$, η δύναμη είναι $+2$ κλπ. Για όλα τα σημεία $(-1, y)$, η δύναμη είναι -1 κλπ. Έτσι έχουμε



A) Το πεδίο δυνάμεων δεν είναι διατηρητικό διότι, όπως θα αποδείξουμε στο ερώτημα B, το έργο της δύναμης σε μια κλειστή γραμμή δεν είναι ίσο με το μηδέν.

Το ίδιο συμπέρασμα βγάζουμε και από το σχήμα αφού το πεδίο δυνάμεων “στροβιλίζει”, δηλαδή ένα σώμα πεπερασμένων διαστάσεων θα το “στρίψει” κατά φορά αντίθετη των δεικτών του ωρολογίου αν πέσει μέσα.

B) Τα επιμέρους έργα είναι: $W_{AB} = 0$, διότι η δύναμη είναι κάθετη στη μετατόπιση. $W_{BC} = 1 \times 2 = 2$ Joule, διότι η δύναμη είναι σταθερή και συγγραμμική με τη μετατόπιση. $W_{CD} = 0$ και $W_{DA} = 2$ Joule. Συνεπώς το συνολικό έργο είναι $W = 4$ Joule $\neq 0$.

Άσκηση 3.1: Να σχεδιασθεί το πεδίο δυνάμεων $\vec{F}(\vec{r}) = -k r \hat{r}$, όπου $k = 1$ Nt/m είναι σταθερά, r είναι η ακτινική απόσταση και $\hat{r} = \vec{r}/|\vec{r}| = \vec{r}/r$ είναι το μοναδιαίο ακτινικό διάνυσμα. Με άλλα λόγια, να σχεδιασθεί το διάνυσμα της δύναμης \vec{F} σε διάφορες θέσεις. Χάρην ευκολίας περιοριστείτε σε σημεία του επιπέδου xy .

A) Να διερευνήσετε αν το πεδίο δυνάμεων είναι διατηρητικό ή όχι. Από το σχήμα και μόνο θα μπορούσατε να βγάλετε το συμπέρασμα αυτό;

B) Να βρεθεί το έργο που παράγει το πεδίο δυνάμεων κατά τη μετακίνηση από το σημείο $(0, 0, 0)$ στο σημείο $(1, 1, 1)$.

Άσκηση 3.2: Να σχεδιασθεί το πεδίο δυνάμεων $\vec{F}(\vec{r}) = -(F_0 y / y_0) \hat{i}$, όπου $F_0 = 1 \text{ Nt}$, $y_0 = 1 \text{ m}$ είναι σταθερές και \hat{i} είναι το μοναδιαίο διάνυσμα του άξονα x . Με άλλα λόγια, να σχεδιασθεί το διάνυσμα της δύναμης \vec{F} σε διάφορες θέσεις. Χάριν ευκολίας περιοριστείτε σε σημεία του επιπέδου xy . Παρατηρήστε ότι αυτό το πεδίο δυνάμεων δεν εξαρτάται από τις συντεταγμένες x και z , αλλά μόνο από τη συντεταγμένη y .

A) Να διερευνήσετε αν αυτό το πεδίο δυνάμεων είναι διατηρητικό ή όχι. Από το σχήμα και μόνο θα μπορούσατε να βγάλετε το συμπέρασμα αυτό;

B) Να υπολογίσετε το έργο που κάνει το πεδίο δυνάμεων στην κλειστή διαδρομή $(1, 1) \rightarrow (-1, 1) \rightarrow (-1, -1) \rightarrow (1, -1) \rightarrow (1, 1)$ του επιπέδου xy .

Άσκηση 3.3: Να σχεδιασθεί το πεδίο δυνάμεων $\vec{F}(\vec{r}) = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{r}$, που περιγράφει την έλξη της Σελήνης (σημειακή μάζα m) από τη Γη (σημειακή μάζα M), θεωρώντας ότι η Γη είναι ακίνητη στην αρχή των αξόνων. Χάριν ευκολίας, μπορείτε να θεωρήσετε ότι το γινόμενο GMm είναι ίσο με τη μονάδα. Στον τύπο, r είναι η ακτινική απόσταση της Σελήνης από τη Γη, $\hat{r} = \vec{r} / r$ είναι το μοναδιαίο ακτινικό διάνυσμα και το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι η Γη έλκει τη Σελήνη. Με άλλα λόγια, να σχεδιασθεί το διάνυσμα της δύναμης \vec{F} σε διάφορες θέσεις. Χάριν ευκολίας περιοριστείτε σε σημεία του επιπέδου xy .

A) Από το σχήμα και μόνο μπορείτε να αποφανθείτε αν το πεδίο δυνάμεων είναι διατηρητικό ή όχι;

B) Να βρεθεί το έργο που παράγει το πεδίο δυνάμεων κατά τη μετακίνηση από το σημείο $(0, 0, 1)$ στο σημείο $(2, 0, 0)$.

Άσκηση 3.4: Να σχεδιασθεί το πεδίο δυνάμεων $\vec{F}(\vec{r}) = (F_0 x^2 / x_0^2) \hat{j}$, όπου $F_0 = 1 \text{ Nt}$, $x_0 = 1 \text{ m}$ είναι σταθερές και \hat{j} είναι το μοναδιαίο διάνυσμα του άξονα y . Με άλλα λόγια, να σχεδιασθεί το διάνυσμα της δύναμης \vec{F} σε διάφορες θέσεις. Χάριν ευκολίας περιοριστείτε σε σημεία του επιπέδου xy . Παρατηρήστε ότι αυτό το πεδίο δυνάμεων δεν εξαρτάται από τις συντεταγμένες y και z , αλλά μόνο από τη συντεταγμένη x .

A) Να διερευνήσετε αν αυτό το πεδίο δυνάμεων είναι διατηρητικό ή όχι. Από το σχήμα και μόνο θα μπορούσατε να βγάλετε το συμπέρασμα αυτό;

B) Να υπολογίσετε το έργο που κάνει το πεδίο δυνάμεων στην κλειστή διαδρομή $(3, 3) \rightarrow (-3, 3) \rightarrow (-3, -3) \rightarrow (3, -3) \rightarrow (3, 3)$ του επιπέδου xy .

Γ) Σχολιάστε το αποτέλεσμα που βρήκατε.

Άσκηση 3.5: Να σχεδιασθεί το πεδίο δυνάμεων $\vec{F}(\vec{r}) = k \frac{Qq}{r^2} \hat{r}$, που περιγράφει την άπωση σημειακού φορτίου q από το ομόσημο φορτίο Q , που είναι ακίνητο στην

αρχή των αξόνων. Χάριν ευκολίας, μπορείτε να θεωρήσετε ότι το γινόμενο kQq είναι ίσο με τη μονάδα. Στην έκφραση του πεδίου δυνάμεων r είναι η ακτινική απόσταση του φορτίου q και $\hat{r} = \vec{r}/r$ είναι το μοναδιαίο ακτινικό διάνυσμα. Με άλλα λόγια, να σχεδιασθεί το διάνυσμα της δύναμης \vec{F} σε διάφορες θέσεις. Χάριν ευκολίας περιοριστείτε σε σημεία του επιπέδου xy .

A) Από το σχήμα και μόνο μπορείτε να αποφανθείτε αν το πεδίο δυνάμεων είναι διατηρητικό ή όχι;

B) Να βρεθεί το έργο που παράγει το πεδίο δυνάμεων κατά τη μετακίνηση από το σημείο (1, 2, 3) στο σημείο (3, 2, 1).

Σημειώματα

Σημείωμα αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, Ν. Κυλάφης, 2014. «Γενική Φυσική Ι.». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://opencourses.uoc.gr>.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

