



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

# Ψηφιακή Οικονομία

**Διάλεξη 9η: Basics of Game Theory**

Μαρίνα Μπιτσάκη

Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

# Course Outline

## Part II: Mathematical Tools

- Firms - Basics of Industrial Organization
- Networks - Strategic Behaviour
  - **Basics of Game theory**
  - Markets and strategic interaction in Networks
  - Auctions

# Strategic Competition

- Competitive behavior between firms
  - Price wars (firms have opposite interests)
  - Alliance/partnership (firms have mutual interests)
- Firms are interdependent
  - Each firm's actions will affect rival firms whose reactions will in turn affect their rivals
  - Expected reactions
- Strategic competition
  - Competition between firms that is characterized by interdependence
  - Oligopoly markets
  - Study strategic competition using **game theory**

# Game Theory

- Game: a situation involving interdependence
- Players: decision makers
- Strategy: plan of action available to a player
- Pay-off: a player's gain (or loss) from particular strategies
- **ASSUMPTIONS**
  - The pay-off is calculated individually for each player
  - Players are rational: choose strategies that maximize their pay-off

# Prisoners' Dilemma

- Game:
  - Two prisoners are held for questioning concerning a crime
  - Each prisoner must decide individually which strategy to choose (one-shot game)
- Strategies: Deny, Confess
- Pay-offs: years of imprisonment
- Pay-off matrix
- **Question:** Which strategy will each player choose?
  - ‘Confess’ is the dominant strategy for A and B
- *Paradox:* individual decision-making leads to an inferior outcome for the players in comparison with joint decision-making

	B		
	Confess	Deny	
A	Confess	3,3	1,4
	Deny	4,1	2,2

# Dominant Strategies

- A strategy that has the better pay-off for a player irrespectively of the other players strategy
- Example
  - Game: two duopolists produce mobile phones
  - Strategies: high advertizing, low advertizing
  - Pay-offs: profits
  - Dominant strategies
    - High advertizing (for both)

	B		
		High	Low
A	High	4, 4	12, 2
	Low	2, 12	10, 10

# Nash Equilibrium

- *Nash equilibrium* is an outcome of a game in which each player is assumed to know the equilibrium strategies of the other players, and no player has anything to gain by changing only his own strategy unilaterally
  - In a game of two players A and B, the pair of strategies  $(s^*, g^*)$  is a Nash equilibrium if  $s^*$  is optimal for A given  $g^*$  and  $g^*$  is optimal for B given  $s^*$
- A game may have more than one Nash equilibria
- There are games that have no Nash equilibria (in pure strategies)

# Examples

1. Nash equilibria: (Top, Left), (Bottom, Right)

	B	
A	Left	Right
Top	2, 1	0, 0
Bottom	0, 0	1, 2

2. There are no Nash equilibria (in pure strategies)

	B	
A	Left	Right
Top	0, 0	0, -1
Bottom	1, 0	-1, 3



# Mixed Strategies

- Pure strategy: a specific action that a player will follow in every possible situation in a game
- Mixed strategy: a player randomizes his strategies and assigns a probability to each choice
- If we allow mixed strategies then every game with a finite number of players in which each player can choose from finitely many pure strategies has at least one Nash equilibrium.

## Example

- A's strategies: Top with probability  $p$ , Bottom with probability  $1 - p$  ( $p \neq 0,1$ )
- B's strategies: Left with probability  $q$ , Right with probability  $1 - q$  ( $q \neq 0,1$ )

		B	
		Left	Right
A	Top	0, 0	0, -1
	Bottom	1, 0	-1, 3

$$A's \text{ expected pay-off} = q(0p + 1(1 - p)) + (1 - q)(0p - 1(1 - p))$$

$$B's \text{ expected pay-off} = p(0q - 1(1 - q)) + (1 - p)(0q + 3(1 - q))$$

- There are no Nash equilibria in pure strategies
- $(p, q) = (\frac{3}{4}, \frac{1}{2})$  is a Nash equilibrium in mixed strategies

		B		
		Left	Right	Expected pay-off
A	Top	0, 0	0, -1	$0, -(1 - q)$
	Bottom	1, 0	-1, 3	$q - (1 - q), 3(1 - q)$
	Expected pay-off	$1 - p, 0$	$-(1 - p), -p + 3(1 - p)$	

- A's optimal choice of  $p$ : choose the value of  $p$  that equates B's payoff from choosing Left or Right:  
 $0 = -p + 3(1 - p) \Rightarrow p = 3/4$
- B's optimal choice of  $q$ : choose the value of  $q$  that equates A's payoff from choosing Top or Bottom:  
 $0 = q - (1 - q) \Rightarrow q = 1/2$

# Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



**Σημειώματα**

# Σημείωμα αδειοδότησης

•Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Μη Εμπορική Χρήση - Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

•Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

•Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, Μαρίνα Μπιτσάκη. «Ψηφιακή Οικονομία. Διάλεξη 9η: **Basics of Game Theory**». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο/Ρέθυμνο 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:  
<https://elearn.uoc.gr/course/view.php?id=420/>