



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Ψηφιακή Οικονομία

**Διάλεξη 11η: Markets and Strategic Interaction in
Networks**

Μαρίνα Μπιτσάκη

Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

Course Outline

Part II: Mathematical Tools

- Firms - Basics of Industrial Organization
- Networks - Strategic Behaviour
 - Basics of Game theory
 - **Markets and strategic interaction in Networks**
 - Auctions

Stackelberg Model

Players: Two firms that produce the same good and compete on quantity

Game: Firm 1 (Leader) produces quantity y_1

Then Firm 2 (Follower) responds by producing quantity y_2 (sequential game)

Strategies: choose the optimal level of quantity (for both players)

$p(Y)$: equilibrium price as a function of total production $Y = y_1 + y_2$

$c_i(y_i)$: cost of Firm $i, i = 1, 2$

The model is solved by backward induction: The leader considers what the best response of the follower is, i.e. how it *will* respond once it has observed the quantity of the leader. The leader then picks a quantity that maximizes its payoff, anticipating the predicted response of the follower. The follower observes this and picks the expected quantity as a response.

Follower's Problem

$$\max_{y_2} \{\pi_2(y_1, y_2)\} \Rightarrow \max_{y_2} \{p(y_1 + y_2)y_2 - c_2(y_2)\}$$

$\frac{\partial \pi_2(y_1, y_2)}{\partial y_2} = 0 \Rightarrow p(y_1 + y_2) + \frac{\partial p}{\partial y_2} y_2 - MC_2 = 0 \Rightarrow y_2 = f_2(y_1)$: the profit maximizing output of the follower as a function of the leader's choice: **reaction function**

Leader's Problem

$$\max_{y_1} \{p(y_1, +y_2)y_1 - c_1(y_1)\}$$

$$s. t. y_2 = f_2(y_1)$$

Example

$$p(y_1 + y_2) = a - b(y_1 + y_2)$$

$$c_1(y_1) = c_2(y_2) = 0$$

$$\pi_2(y_1, y_2) = [a - b(y_1 + y_2)]y_2 - 0$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial y_2} = a - by_1 - 2by_2 = 0 \Rightarrow y_2 = \frac{a - by_1}{2b} = f_2(y_1) \quad (1)$$

Firm 2 makes maximum possible profits when Firm 1 chooses $y_1 = 0$ so Firm 2 is a monopolist

$$\pi_1(y_1, y_2) = py_1(y_1 + y_2) - 0 = ay_1 - by_1^2 - by_1y_2 = ay_1 - by_1^2 - by_1f_2(y_1) = \frac{a}{2}y_1 - \frac{b}{2}y_1^2$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1} = \frac{a}{2} - by_1 = 0 \Rightarrow y_1^* = \frac{a}{2b}$$

$$(1) \Rightarrow y_2^* = \frac{a}{4b}$$

Price Leadership

Players: Two firms that produce the same good

Game: The Leader sets price p and produces quantity y_1

The follower observes price p

In equilibrium the follower must always set the same price as the leader

The Follower produces quantity y_2

Strategies: A: choose price p (and the optimal level of quantity y_1 according to market demand)

B: choose the optimal level of quantity y_2

$c_i(y_i)$: cost of Firm i , $i = 1,2$

$D(p)$: market demand

Follower's Problem

$$\max_{y_2} \{\pi_2(p, y_2)\} \Rightarrow \max_{y_2} \{py_2 - c_2(y_2)\}$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial y_2} = p - MC_2 = 0 \Rightarrow y_2 = S(p) \text{ supply of Firm 2}$$

Leader's Problem

Firm 1 supplies $y_1 = R(p) = D(p) - S(p)$ (residual demand)

If $c'_1(y_1) = c$ then $\pi_1(p) = (p - c)R(p)$

$$\max_p \{\pi_1(p)\}$$

Example

$$c_1(y_1) = cy_1$$

$$c_2(y_2) = \frac{y_2^2}{2}$$

$$D(p) = a - bp$$

$$\pi_2(p, y_2) = py_2 - \frac{y_2^2}{2}$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial y_2} = p - y_2 = 0 \Rightarrow y_2 = p \Rightarrow S(p) = p$$

$$R(p) = D(p) - S(p) = a - (b + 1)p$$

$$\pi_1(p) = (p - c)R(p) = ap - (b + 1)p^2 - ac + (b + 1)pc$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p} = a - 2(b + 1)p + c(b + 1) = 0 \Rightarrow p^* = \frac{a}{2(b + 1)} - \frac{c}{2}$$

$$y_1^* = R(p^*) = \frac{a - c(b + 1)}{2}, \quad y_2^* = \frac{a}{2(b + 1)} - \frac{c}{2}$$

Cournot Model

Players: Two firms that produce the same good and compete on quantity

Game: Firm 1 expects that Firm 2 will produce quantity y_2^e

Firm 2 expects that Firm 1 will produce quantity y_1^e

The two firms decide on the amount of quantity they will produce independently of each other and at the same time

Strategies: choose the optimal level of quantity (for both players)

$p(Y)$: equilibrium price as a function of total production $Y = y_1 + y_2^e$ (expected for Firm 1) or $Y = y_2 + y_1^e$ (expected for Firm 2)

$c_i(y_i)$: cost of Firm $i, i = 1, 2$

Firm 1

$$\max_{y_1} \{p(y_1 + y_2^e)y_1 - c_1(y_1)\} \Rightarrow y_1 = f_1(y_2^e) \text{ optimal choice (reaction function)}$$

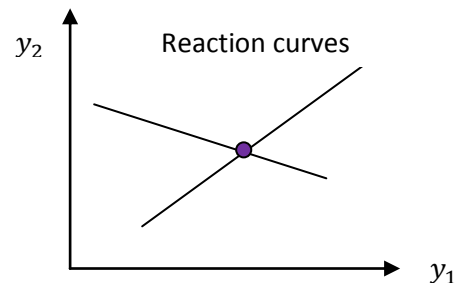
Firm 2

$$\max_{y_2} \{p(y_2 + y_1^e)y_2 - c_2(y_2)\} \Rightarrow y_2 = f_2(y_1^e)$$

Cournot equilibrium: $(y_1^*, y_2^*) = (f_1(y_2^*), f_2(y_1^*))$

y_1^* is optimal for Firm 1 given that Firm 2 produces y_2^* and

y_2^* is optimal for Firm 2 given that Firm 1 produces y_1^*



Example

$$c_1(y_1) = c_2(y_2) = 0$$

$$P(Y) = a - bY$$

$$\max_{y_1} \{p(y_1 + y_2^e)y_1 - c_1(y_1)\} \Rightarrow \max_{y_1} \{(a - by_1 - by_2^e)y_1 - 0\}$$

$$a - 2by_1 - by_2^e = 0 \Rightarrow y_1^* = \frac{a - by_2^e}{2b} \quad (1)$$

$$\text{Similarly } y_2^* = \frac{a - by_1^e}{2b} \quad (2)$$

In order to calculate the Cournot equilibrium we set $y_1 = y_1^e$ and $y_2 = y_2^e$ and substitute in (1) and (2)

$$y_1^* = y_2^* = \frac{a}{3b}$$

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα αδειοδότησης

•Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Μη Εμπορική Χρήση - Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

•Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

•Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, Μαρίνα Μπιτσάκη. «Ψηφιακή Οικονομία. Διάλεξη 11η: **Markets and Strategic Interaction in Networks**». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο/Ρέθυμνο 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://elearn.uoc.gr/course/view.php?id=420/>