



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος

Διάλεξη 18η: Δομές Συστημάτων Διακριτού Χρόνου

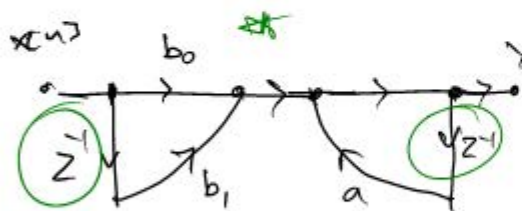
Ιωάννης Στυλιανού

Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

HY 370

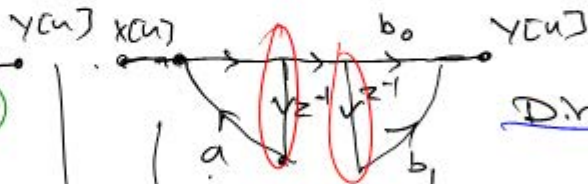
Δομές φίλτρων.

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 - a z^{-1}} \Rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 - a z^{-1}} \Rightarrow y[n] = a y[n-1] + b_0 x[n] + b_1 x[n-1]$$



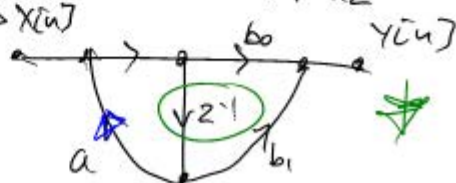
Direct Form I

$$Y(z) = \frac{1}{1 - a z^{-1}} \left[(b_0 + b_1 z^{-1}) X(z) \right]$$



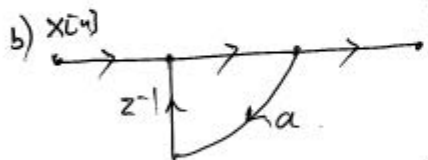
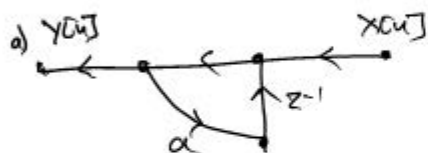
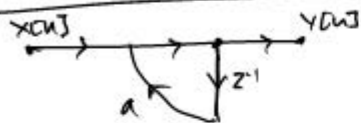
Direct Form II

$$Y(z) = (b_0 + b_1 z^{-1}) \left[\frac{1}{1 - a z^{-1}} X(z) \right]$$

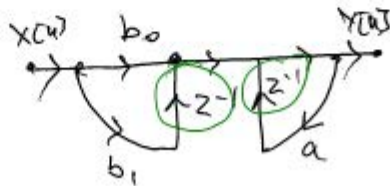
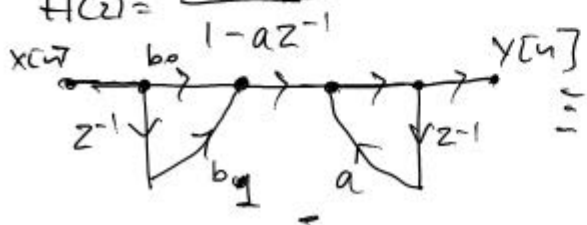


$$H(z) = \frac{1}{1-az^{-1}} \Rightarrow Y[n] = aY[n-1] + X[n]$$

Direct Form I & II



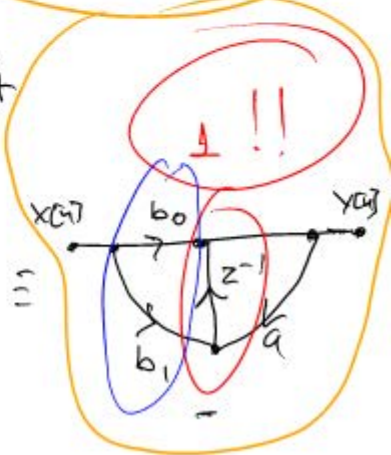
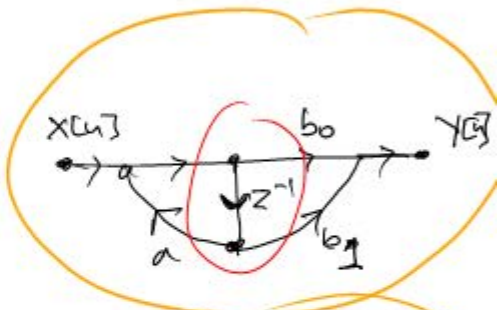
$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 - a z^{-1}}$$



transposed Form

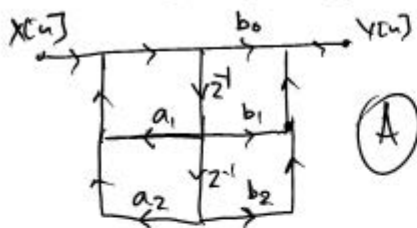
Direct Form II

Transposed Form Direct form I



$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2}}$$

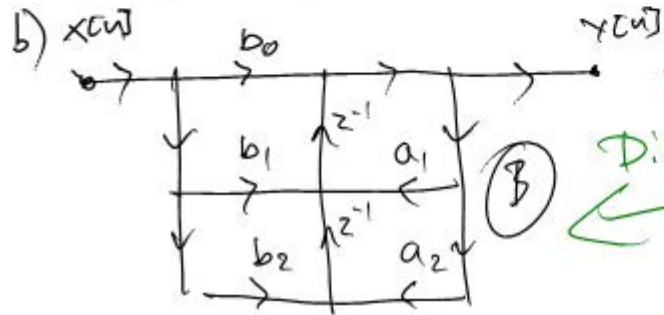
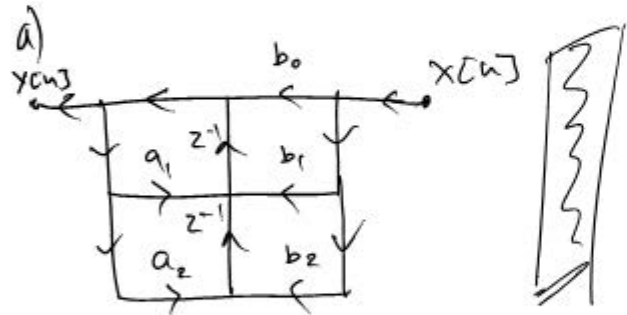
(IR)



Direct form II

(A)

Transposed form



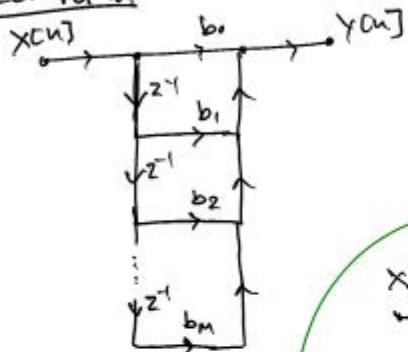
Transposed Direct form II

(B)

FIR

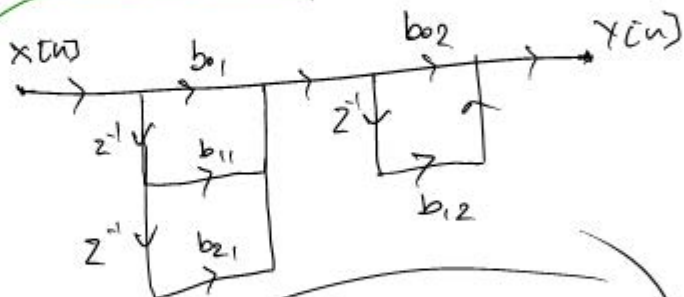
$$y[n] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k], \quad h[n] = \begin{cases} b_n, & n=0,1,\dots,M \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad b_n \in \mathbb{R}$$

Direct Form



$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} =$$

$$= (b_{0,1} + b_{1,1} z^{-1} + b_{2,1} z^{-2}) (b_{0,2} + b_{1,2} z^{-1})$$



Cascade Form

$$\Rightarrow (1 - c_1 z^{-1}) (1 - c_1^* z^{-1})$$

$$b_{0,1} = 1$$

FIR symmetric causal Type II

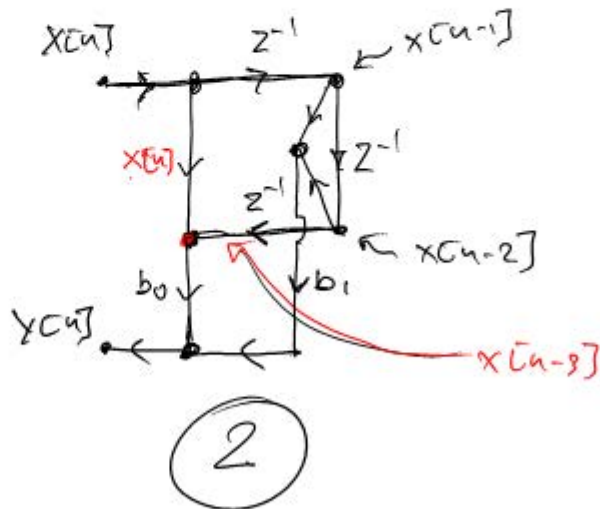
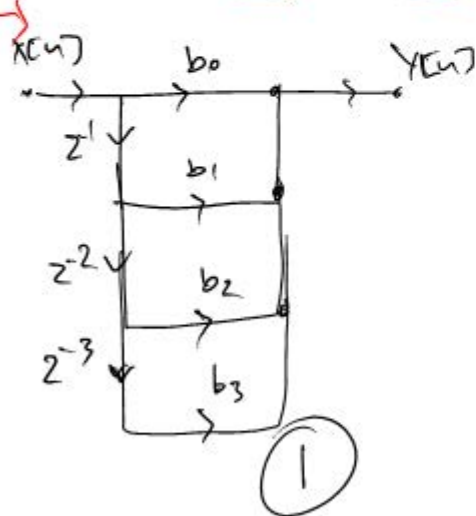
$$h[M-n] = \pm h[n]$$

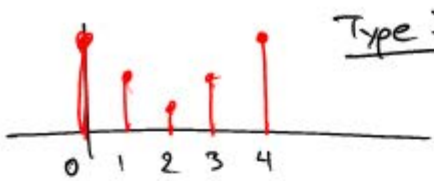


$$h[0] = h[3] = h[3-0]$$

$$h[1] = h[2] = h[3-1]$$

$$\begin{aligned}
 Y[n] &= b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2] + b_3 x[n-3] \\
 &= b_0 (\underline{x[n]} + \underline{x[n-3]}) + b_1 (\underline{x[n-1]} + \underline{x[n-2]})
 \end{aligned}$$





Type I

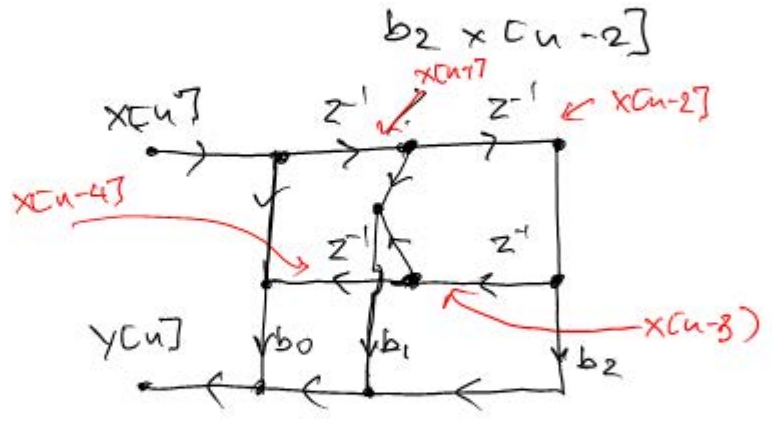
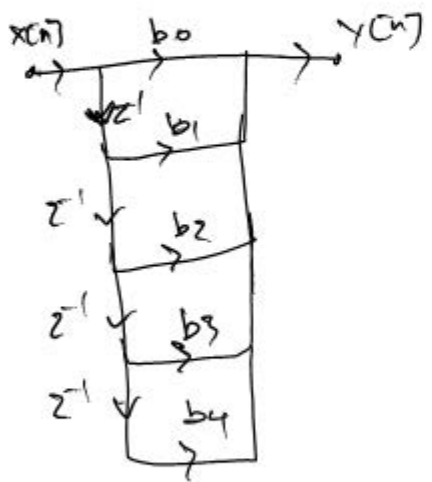
$$y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2] + b_3 x[n-3] + b_4 x[n-4] \Rightarrow$$

$$h[4] = h[0] = b[0] = b[4]$$

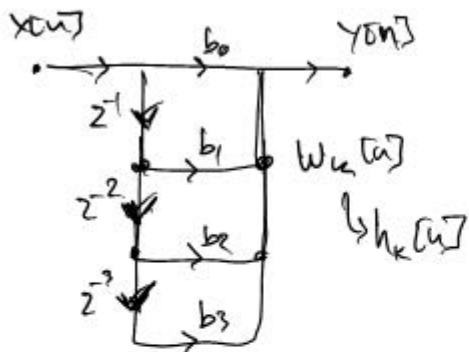
$$h[3] = h[1] = b[3] = b[1]$$

$$\Rightarrow y[n] = b_0 (x[n] + x[n-4]) + b_1 (x[n-1] + x[n-3]) +$$

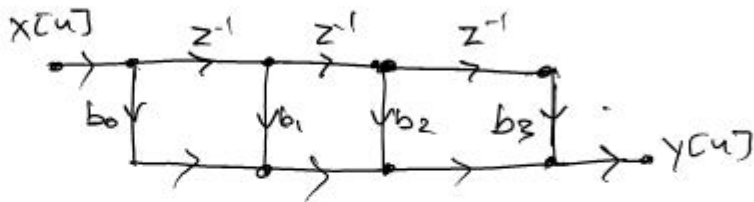
$$b_2 x[n-2]$$



$$Y[n] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k], \quad h[n] = \begin{cases} b_n & n=0, 1, \dots, M \\ 0 & \text{as } n < 0 \end{cases}$$

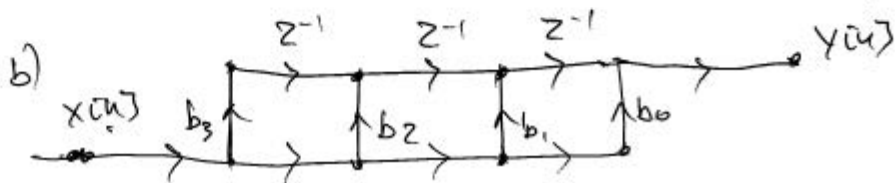
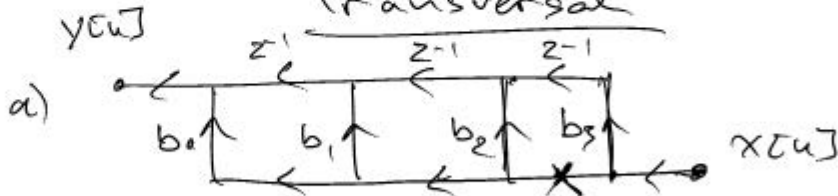


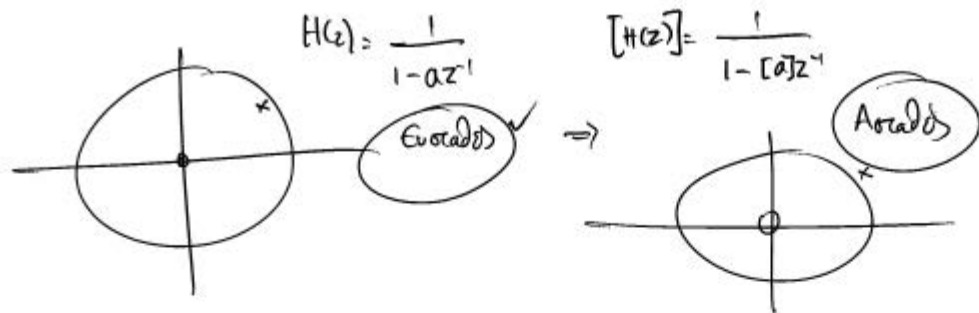
transversal form



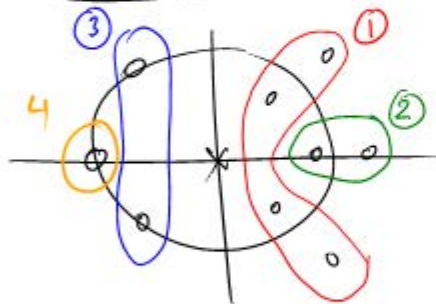
Transposed form of

Transversal





Γραφήνι φάση



$H(z) = H_1(z) \cdot H_2(z) \cdot H_3(z) \cdot H_4(z)$

$H_3(z) = (1 - cz^{-1})(1 - c^*z^{-1}) =$

$c = r \cdot e^{j\theta} = r \cos \theta + jr \sin \theta$

$= 1 - \underbrace{(c+c^*)}_{2\text{Re}\{c\}} z^{-1} + |c|^2 z^{-2} \Rightarrow$

$\Rightarrow H_3(z) = 1 - 2 \cdot r \cdot \cos \theta z^{-1} + r^2 z^{-2}$

Επιλογές

①

$r \rightarrow k_{\text{PANT}}$
 $\cos \theta \rightarrow k_{\text{PANT}}$

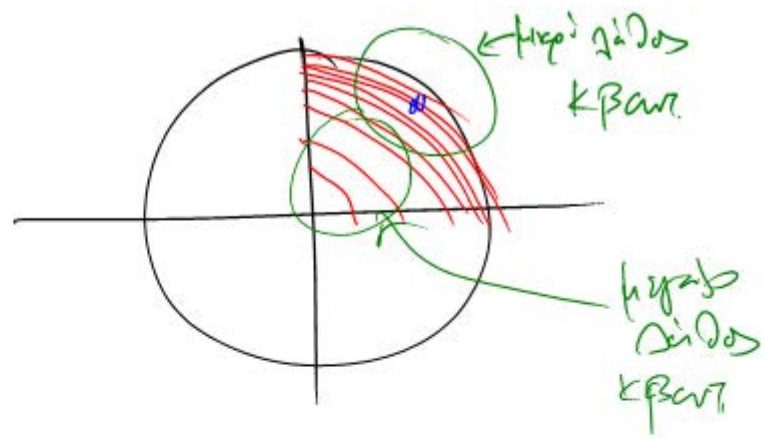
②

$r \cos \theta \rightarrow k_{\text{PANT}}$
 $r^2 \rightarrow k_{\text{PANT}}$

Επιλογη 1

$$r \rightarrow \kappa \beta \alpha \nu \tau$$

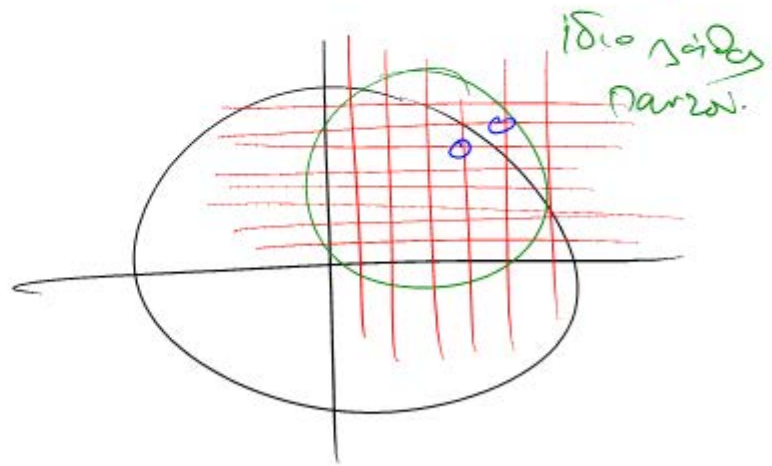
$$\cos \theta \rightarrow \kappa \beta \alpha \nu \tau$$

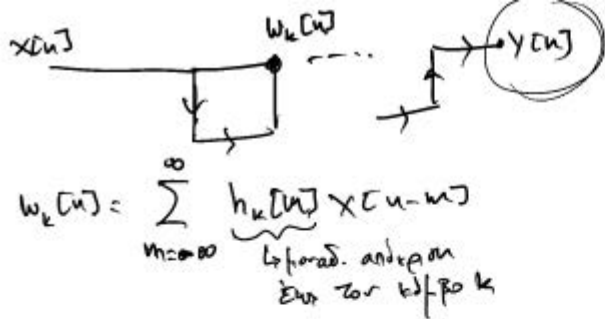


Επιλογη 2

$$r \cos \theta \rightarrow \kappa \beta \alpha \nu \tau$$

$$r \sin \theta \rightarrow \kappa \beta \alpha \nu \tau$$





$$\forall_k, n |w_k[n]| < 1.0$$

$\exists_k |w_k[n]| > 1.0 \Rightarrow \text{overflow}$

$$|w_k[n]| = \left| \sum_m h_k[m] x[n-m] \right| \leq \sum_m |h_k[m]| \cdot |x[n-m]| \leq$$

$$\leq X_{\max} \cdot \sum_m |h_k[m]|$$

$$\forall_k |w_k[n]| < 1 \Rightarrow X_{\max} \cdot \sum_m |h_k[m]| < 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_{\max} < \frac{1}{\sum_m |h_k[m]|} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_{\max} < \frac{1}{\max_k \left\{ \sum_m |h_k[m]| \right\}}$$

$$x[n] = x_{\max} \cos(\omega_0 n)$$

$$w_k[n] = \underbrace{|H_k(e^{j\omega_0})|}_{\text{magnitude}} x_{\max} \cdot \cos(\omega_0 n + \angle H_k(e^{j\omega_0}))$$

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα αδειοδότησης

- Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>



- Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:
 - που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
 - που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
 - που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο
- Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, Ιωάννης Στυλιανού. «Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος. Διάλεξη 18η: Δομές Συστημάτων Διακριτού Χρόνου». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο/Ρέθυμνο 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://www.csd.uoc.gr/~hy370>