



**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**

Εφαρμοσμένα Μαθηματικά

Ασκήσεις 4: Γραμμικά συστήματα - Προβλήματα ιδιοτιμών
Μαρία Καφεσάκη
Τμήμα Επιστήμης και Τεχνολογίας Υλικών

ΤΕΤΥ - ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ασκήσεις 4 : Γραμμικά συστήματα - Προβλήματα ιδιοτιμών

1. Δίνεται το γραμμικό σύστημα

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= 0 \\3x_1 - x_2 + 2x_3 &= 1 \\x_1 - 5x_2 + 8x_3 &= 1.\end{aligned}\tag{1}$$

Έχει το σύστημα μοναδική λύση, $\bar{x}^T = (x_1, x_2, x_3)$; Βρείτε τη λύση ή τις λύσεις του, χρησιμοποιώντας απαλοιφή Gauss.

2. Δίνεται το γραμμικό σύστημα

$$\begin{aligned}kx - y &= 1 \\4x - ky &= \eta.\end{aligned}\tag{2}$$

Για ποιες τιμές των παραμέτρων k και η το σύστημα έχει μοναδική λύση, $\bar{x}^T = (x, y)$; Για ποιες έχει άπειρες λύσεις; Για ποιες είναι αδύνατο; Για κάθε μία από τις πιο πάνω περιπτώσεις βρείτε τη λύση ή τις λύσεις του συστήματος (σε κάποιες περιπτώσεις θα πρέπει να τις βρείτε συναρτήσει των k και η).

3. Δίνεται το γραμμικό σύστημα

$$\begin{aligned}x_1 + x_3 &= 1 \\x_2 - x_3 &= 0 \\x_1 - 2x_2 &= 1.\end{aligned}\tag{3}$$

Έχει το σύστημα μοναδική λύση, $\bar{x}^T = (x_1, x_2, x_3)$; Βρείτε τη λύση του χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του Cramer.

4. Δίνεται ο πίνακας

$$(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -3 \\ 3 & -3 & -3 \end{pmatrix}.\tag{4}$$

- i) Υπολογίστε το χαρακτηριστικό του πολυώνυμο.
- ii) Υπολογίστε τα ιδιοδιανύσματα και τις ιδιοτιμές του.
- iii) Είναι τα ιδιοδιανύσματα του (a) γραμμικά ανεξάρτητα;
- iv) Διαγωνιοποιείται ο (a) με μετασχηματισμό ομοιότητας; Αιτιολογήστε.

5. Δίνεται ο πίνακας

$$(\sigma) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.\tag{5}$$

- i) Βρείτε τα ιδιοδιανύσματα και τις ιδιοτιμές του.
- ii) Είναι τα ιδιοδιανύσματα ορθογώνια; Αν ναι, ποια ιδιότητα του (σ) είναι υπεύθυνη για την ορθογωνιότητα αυτή;

Παράδοση: 27/5/2005

Σημειώματα

Σημείωμα αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, Μαρία Καφεσάκη. «Εφαρμοσμένα Μαθηματικά. Ασκήσεις 4: Γραμμικά συστήματα - Προβλήματα ιδιοτιμών». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://opencourses.uoc.gr/courses/course/view.php?id=337>

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

