

Θέματα Αλγέβρας, Αριθμητική Γεωμετρία  
Χειμερινό 2014  
Φυλλάδιο 4  
Γιάννης Α. Αντωνιάδης

1. Στις παρακάτω εξισώσεις να εξετάσετε ποιές έχουν , μη-τετριμμένη, λύση στο  $\mathbb{Q}$  και ποιές όχι. Στην περίπτωση που έχουν λύση, να βρείτε τουλάχιστον μία. Αν δεν έχουν να βρείτε σε ποιά  $p$ -αδικά σώματα δεν έχουν ρητή λύση.

$$3X^2 + 5Y^2 - 7Z^2 = 0$$

$$5X^2 + 7Y^2 - 3Z^2 = 0$$

$$3X^2 + 7Y^2 - 5Z^2 = 0$$

$$14X^2 - 15Y^2 + 33Z^2 = 0$$