Θέματα Αλγέβρας, Αριθμητική Γεωμετρία
Χειμερινό 2014
Φυλλάδιο 5ο
Γιάννης Α. Αντωνιάδης

1. Να αποδείξετε ότι το ιδεώδες $I =< X^2 + 1 >$ είναι *maximal* ιδεώδες του $\mathbb{R}[X]$.

2.Να αποδείξετε ότι το ιδεώδες $I =< 2, X >$ δεν είναι κύριο ιδεώδες του $\mathbb{Z}[X]$.

3. Να αποδείξετε ότι το ιδεώδες $I =< X - 1, Y + X^2 - 1 >$ είναι *maximal* ιδεώδες του $\mathbb{C}[X, Y]$.

4.Να αποδείξετε ότι το $Rad(I)$ του ιδεώδους $I =< X^5, Y^3 >$ του δακτυλίου $\mathbb{C}[X, Y]$ είναι $Rad(I) =< X, Y >$.

5.Παρατηρείστε ότι στον $\mathbb{C}[X, Y, Z]$

$$V(Y - X^2, Z - X^3) = \{(t, t^2, t^3)/t \in \mathbb{C}\}.$$

Στην συνέχεια να αποδείξετε ότι

$$I(V(Y - X^2, Z - X^3)) =< Y - X^2, Z - X^3 > .$$

Τέλος να αποδείξετε ότι το ιδεώδες $< Y - X^2, Z - X^3 >$ είναι πρώτο ιδεώδες του $\mathbb{C}[X, Y, Z]$. Συμπεράνετε ότι το αλγεβρικό σύνολο$V(Y - X^2, Z - X^3)$ είναι ανάγωγο.

Ηράκλειο, την 29η Οκτωβρίου του 2014