

Θέματα Αλγέβρας, Αριθμητική Γεωμετρία
Χειμερινό 2014
Φυλλάδιο 6ο
Γιάννης Α. Αντωνιάδης

1. Αν $(I_a)_{a \in A}$ οικογένεια ιδεωδών του $K[X_1, X_2, \dots, X_n]$, να αποδείξετε ότι

$$V\left(\sum_{a \in A} I_a\right) = \bigcap_{a \in A} V(I_a).$$

2. Αν I, J ιδεώδη του $K[X_1, X_2, \dots, X_n]$ να αποδείξετε ότι

$$V(I \cap J) = V(I) \cup V(J).$$

3. Αν $A, B \subseteq K^n$ να αποδείξετε ότι

Αν $A \subseteq B$ τότε $I(A) \supseteq I(B)$.

Επίσης να αποδείξετε ότι

$$I(A \cup B) = I(A) \cap I(B)$$

4. 'Αν V αλγεβρικό σύνολο του K^n , να αποδείξετε ότι το V είναι ανάγωγο ακριβώς τότε όταν το $I(V)$ είναι πρώτο ιδεώδες του $K[X_1, X_2, \dots, X_n]$.

5. Να υπολογίσετε την τάξη του σημείου P στην καμπύλη $f(X, Y) \in \mathbb{R}[X, Y]$ όταν:

$$P = (0, 1), f = (X^2 - 1)^2 - Y^2(3 - 2Y)$$

$$P = (0, 1), f = X^2(3Y - 2X^2) - Y^2(1 - Y)^2$$

Ηράκλειο, την 7η Νοεμβρίου του 2014