



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς

Άσκηση 6η

Στυλιανού Ιωάννης

Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

6^η Σειρά Ασκήσεων

Παράδοση: 29 Νοεμβρίου

Απορίες: yannis@csd.uoc.gr

1. Ορίζοντας τη συνάρτηση Dirac ως όριο συνάρτησης

$$\delta(t) = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi t/A)}{\pi t}$$

αποδείξτε ότι ο Μ.Φ. της $\delta(t)$ είναι 1.

2. Χρησιμοποιώντας το θεώρημα Parseval αποδείξτε ότι

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2(at)}{t^2} dt = a\pi$$

3. Το ορθογώνιο σήμα

$$x(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$$

το έχουμε αναφέρει συχνά και ως σήμα παράθυρου. Μια οικογένεια παραθύρων δίνεται από την εξίσωση

$$u_a(t) = [a + (1 - a) \cos(2\pi \frac{t}{T})] \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$$

όπου a είναι μια σταθερά.

Αν

$a = 1$ έχουμε το γνωστό ορθογώνιο παράθυρο

$a = 0.54$ έχουμε το παράθυρο Hamming

$a = 0.5$ έχουμε το παράθυρο Hanning

(α') Σχεδιάστε κάθε παράθυρο στο χρόνο

(β') Δείξτε ότι η ενέργεια κάθε παράθυρου δίνεται από τη σχέση

$$[a^2 + \frac{1}{2}(1 - a)^2]T$$

(γ') Αποδείξτε ότι το εύρος φάσματος το οποίο ορίζεται ως εξής

$$\Delta f = 2 \frac{\phi_x(0)}{\Phi_x(0)}$$

όπου

$\phi_x(\tau)$ η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης και

$\Phi_x(f)$ η συνάρτηση φασματικής πυκνότητας της ενέργειας

είναι για κάθε παράθυρο

$$\frac{2}{T} \quad \text{για το ορθογώνιο παράθυρο}$$

$$\frac{2.725}{T} \quad \text{για το παράθυρο Hamming}$$

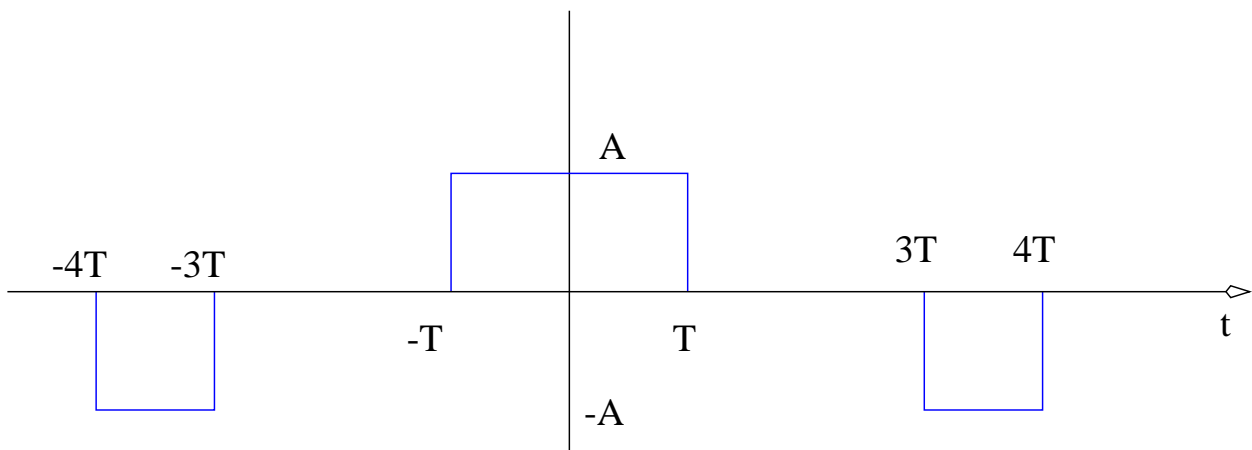
$$\frac{3}{T} \quad \text{για το παράθυρο Hanning}$$

4. Να υπολογιστεί ο Μ.Φ. της μοναδιαίας βηματικής συνάρτησης

$$\epsilon(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

Απ: $\frac{1}{2}\delta(f) + \frac{1}{j2\pi f}$

5. Να υπολογιστεί ο Μ.Φ. του σήματος χρησιμοποιώντας



- παραγωγή
- πρόσθεση σημάτων. Προσπαθήστε να βρείτε τρία ορθογώνια σήματα με συμμετρία ως προς την αρχή των αξόνων που όταν προστεθούν θα δώσουν το αρχικό σήμα. Σε μια τέτοια περίπτωση είναι πολύ απλό να υπολογίσετε τον Μ.Φ. του σήματος αν γνωρίζεται τον Μ.Φ. του ορθογώνιου σήματος.

Απ: $X(f) = 2AT[\text{sinc}(f2T) + 3\text{sinc}(f6T) - 4\text{sinc}(f8T)]$

Σημειώματα

Σημείωμα αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, **Στυλιανού Ιωάννης**. «Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς. Άσκηση 6η». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο/Ρέθυμνο 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://www.csd.uoc.gr/~hy215>.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

