



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Ψηφιακή Επεξεργασία Σημάτων

Άσκηση 3η

Στυλιανού Ιωάννης

Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος - Χειμερινό Εξάμηνο 2014
Διδάσκων: Ι. Στυλιανού

1. Ένα αιτιατό ΓΧΑ σύστημα έχει συνάρτηση μεταφοράς

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{(1 + \frac{1}{2}z^{-1})(1 - z^{-1})} \quad (1)$$

(α) Βρείτε την κρουστική απόκριση του συστήματος $h[n]$. (Σκεφτείτε έξυπνα: αντικαταστήστε την διαίρεση πολυωνύμων με 'έξυπνο' σπάσιμο).

(β) Βρείτε την έξοδο του συστήματος για είσοδο $x[n] = e^{j\pi n/2}$

2. Για κάθε ένα από τα ακόλουθα ζεύγη μετασχηματισμού Z , εισόδου $X(z)$ και συνάρτησης μεταφοράς $H(z)$, να εκτιμήσετε το πεδίο σύγκλισης του μετασχηματισμού Z της εξόδου του συστήματος, $Y(z)$

(α)

$$X(z) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}z^{-1}}, |z| > \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$H(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}z^{-1}}, |z| > \frac{1}{4} \quad (3)$$

(β)

$$X(z) = \frac{1}{1 - 2z^{-1}}, |z| < 2 \quad (4)$$

$$H(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}}, |z| > \frac{1}{3} \quad (5)$$

(γ)

$$X(z) = \frac{1}{(1 - \frac{1}{5}z^{-1})(1 + 3z^{-1})}, \frac{1}{5} < |z| < 3 \quad (6)$$

$$H(z) = \frac{1 + 3z^{-1}}{1 + \frac{1}{3}z^{-1}}, |z| > \frac{1}{3} \quad (7)$$

3. Το διάγραμμα πόλων-μηδενικών που απεικονίζεται στο Σχήμα 1 αντιστοιχεί στον μετασχηματισμό Z , $X(z)$, μιας αιτιατής ακολουθίας $x[n]$. Σχεδιάστε το διάγραμμα πόλων - μηδενικών του $Y(z)$, όπου $y[n] = x[-n + 3]$. Επίσης βρείτε το νέο πεδίο σύγκλισης του $Y(z)$.
4. Αν $X(Z)$ είναι ο μετασχηματισμός Z του $x[n] = x_R[n] + jx_I[n]$ να δείξετε χρησιμοποιώντας τον ορισμό του μετασχηματισμού Z ότι:

- (α) $x^*[n] \xleftrightarrow{Z} X^*(z^*)$
 (β) $x[-n] \xleftrightarrow{Z} X(1/z)$
 (γ) $x_R[n] \xleftrightarrow{Z} \frac{1}{2}[X(z) + X^*(z^*)]$
 (δ) $x_I[n] \xleftrightarrow{Z} \frac{1}{2j}[X(z) - X^*(z^*)]$

5. Το σήμα $y[n]$ είναι η έξοδος ενός ΓΧΑ συστήματος με κρουστική απόκριση $h[n]$ για είσοδο $x[n]$. Θεωρείστε ότι το $y[n]$ είναι ευσταθές και έχει μετασχηματισμό Z, $Y(z)$ με διάγραμμα πόλων-μηδενικών που φαίνεται στο Σχήμα 2. Το σήμα $x[n]$ είναι και αυτό ευσταθές και έχει διάγραμμα πόλων-μηδενικών που φαίνεται στο Σχήμα 3. Να απαντήσετε στα παρακάτω:

- (α) Ποιό είναι το πεδίο σύγκλισης του $Y(z)$;
 (β) Το σήμα $y[n]$ είναι αριστερόπλευρο, δεξιόπλευρο ή αμφίπλευρο;
 (γ) Ποιό είναι το πεδίο σύγκλισης του $X(z)$;
 (δ) Είναι η ακολουθία $x[n]$ αιτιατή;
 (ε) Βρείτε το $x[0]$ χρησιμοποιώντας το θεώρημα αρχικών τιμών $\lim_{z \rightarrow \infty} X(z) = x[0]$
 (ς) Σχεδιάστε το διάγραμμα πόλων-μηδενικών της συνάρτησης μεταφοράς $H(z)$ και εκτιμήστε το πεδίο σύγκλισης.
 (ζ) Είναι το σύστημα $h[n]$ αντι-αιτιατό;

6. Να βρεθεί ο αντίστροφος μετασχηματισμός Z

(α)

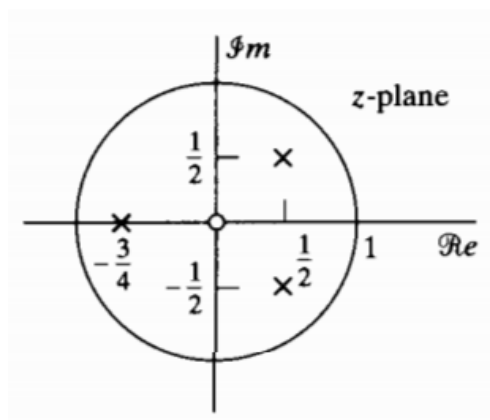
$$H(z) = \frac{z^5 - 4z^2 + 1}{z^4 + 2z^3 - 7z^2 - 8z + 12} \quad (8)$$

(β)

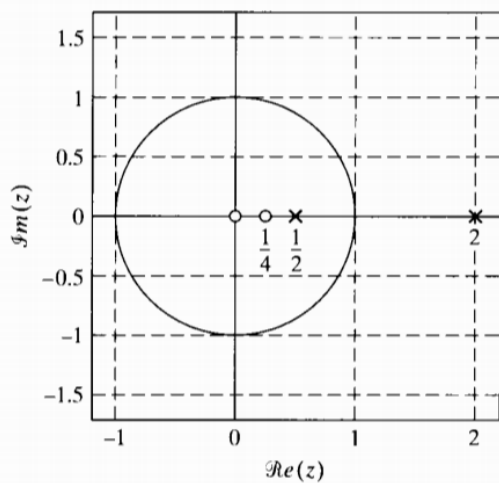
$$H(z) = \frac{2}{1 + z^{-4}} \quad (9)$$

(γ)

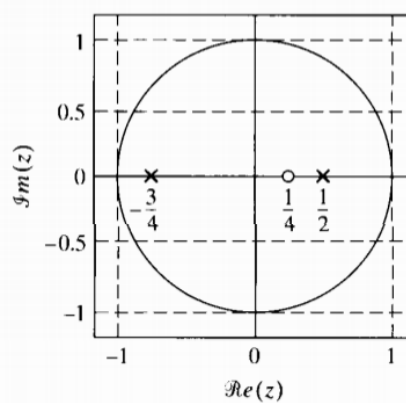
$$H(z) = \frac{2z}{(z^2 + 4z + 4)(z - 2 + j)} \quad (10)$$



Σχήμα 1: Διάγραμμα άσκησης 3



Σχήμα 2



Σχήμα 3

Διαγράμματα άσκησης 4

Σημειώματα

Σημείωμα αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, **Στυλιανού Ιωάννης**. «Ψηφιακή Επεξεργασία Σημάτων. Άσκηση 3η». Έκδοση: 1.0. **Ηράκλειο/Ρέθυμνο** 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://www.csd.uoc.gr/~hy370>.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

