
**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ**
**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**

# Δομές Δεδομένων

Ιωάννης Γ. Τόλλης
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών
Πανεπιστήμιο Κρήτης

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

# Σημείωμα αδειοδότησης

- Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

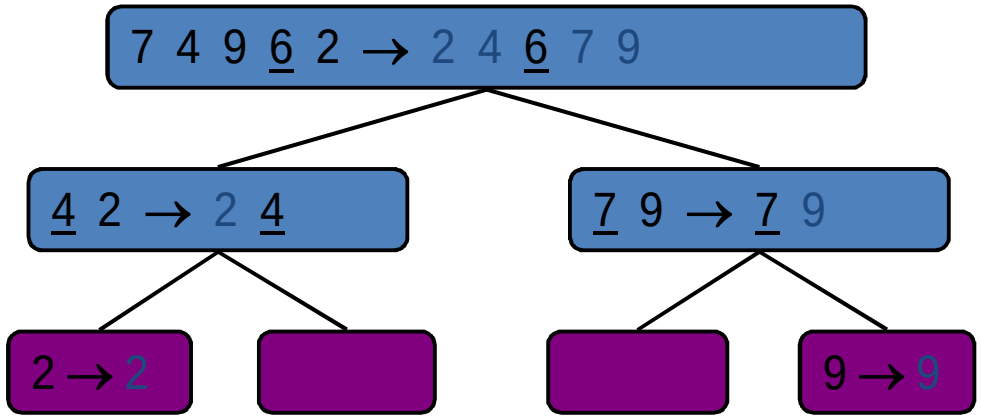
[1] http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/


- Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:
  - που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
  - που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
  - που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

- Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

.

# Ο αλγόριθμος Quick-Sort

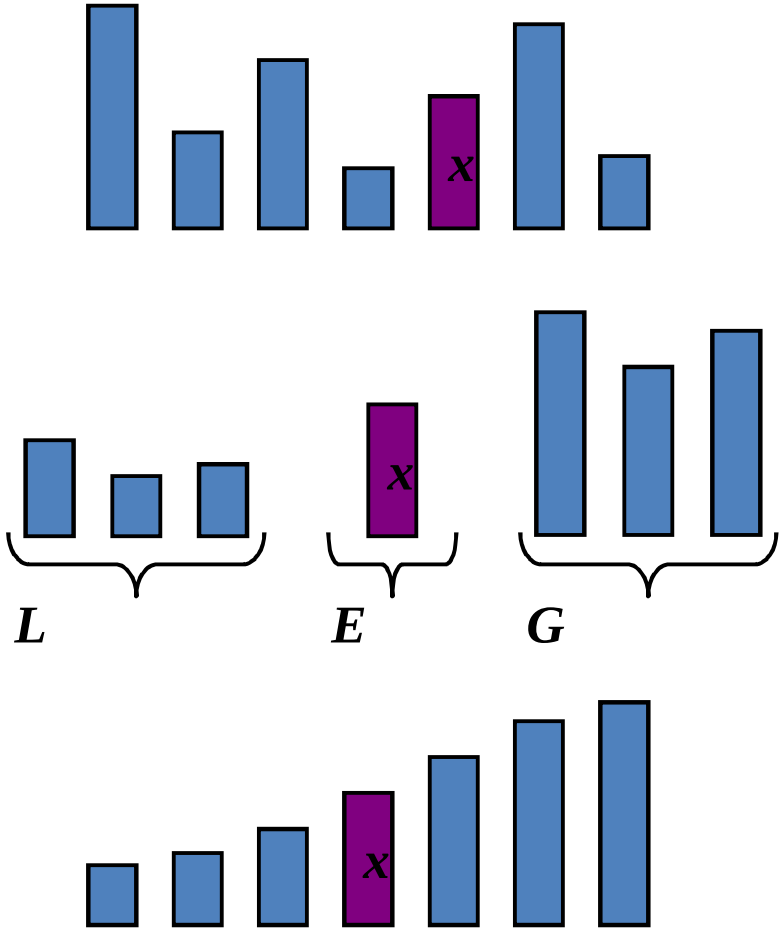


# Κύρια σημεία για μελέτη

- Quick-sort (§4.3)
  - Αλγόριθμος
  - Partition step
  - Δέντρο Quick-sort
  - Παράδειγμα εκτέλεσης
- Ανάλυση του quick-sort (4.3.1)
- In-place quick-sort (§4.8)
- Συνόψιση αλγόριθμων ταξινόμησης

# Quick-Sort

- Ο Quick-sort είναι ένας αλγόριθμος ταξινόμησης που χρησιμοποιεί τυχαιότητα και βασίζεται στην τεχνική «διαίρει και βασίλευε».
  - Divide: διαλέγεται ένα τυχαίο στοιχείο X (που ονομάζεται pivot) και ένα τμήμα S μέσα
    - L τα στοιχεία μικρότερα από x
    - E τα στοιχεία ίσα με x
    - G τα στοιχεία μεγαλύτερα από x
  - Recur: ταξινομούνται τα σύνολα L και G
  - Conquer: ενώνονται τα στοιχεία L, E και G



# Τμηματοποίηση (partition)

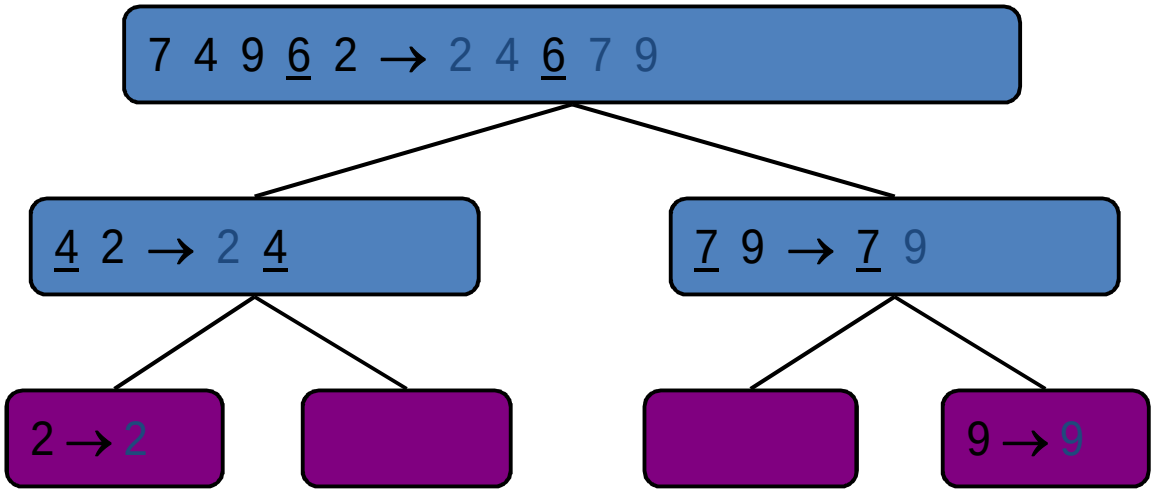
- Τμηματοποιούμε μια ακολουθία εισόδου ως εξής:
  - Απομακρύνουμε διαδοχικά, ,κάθε στοιχείο $y$ από την ακολουθία $S$ και
  - Εισάγουμε το $y$ στο σύνολο $L$, $E$ ή στο $G$, ανάλογα με το αποτέλεσμα της σύγκρισης του με το $x$.
- Κάθε εισαγωγή ή απομάκρυνση γίνεται στην αρχή ή στο τέλος της ακολουθίας, και έτσι παίρνει χρόνο $O(1)$.
- Έτσι, το τμήμα του quick-sort που αφορά το partition παίρνει χρόνο $O(n)$.

```
Algorithm partition(S, p)
    Input sequence S, position p of pivot
    Output subsequences L, E, G of the
        elements of S less than, equal to,
        or greater than the pivot, resp.
    L, E, G ← empty sequences
    x ← S.remove(p)
    while ¬S.isEmpty()
        y ← S.remove(S.first())
        if y < x
            L.insertLast(y)
        else if y = x
            E.insertLast(y)
        else { y > x }
            G.insertLast(y)
    return L, E, G
```

# Το δέντρο Quick-Sort

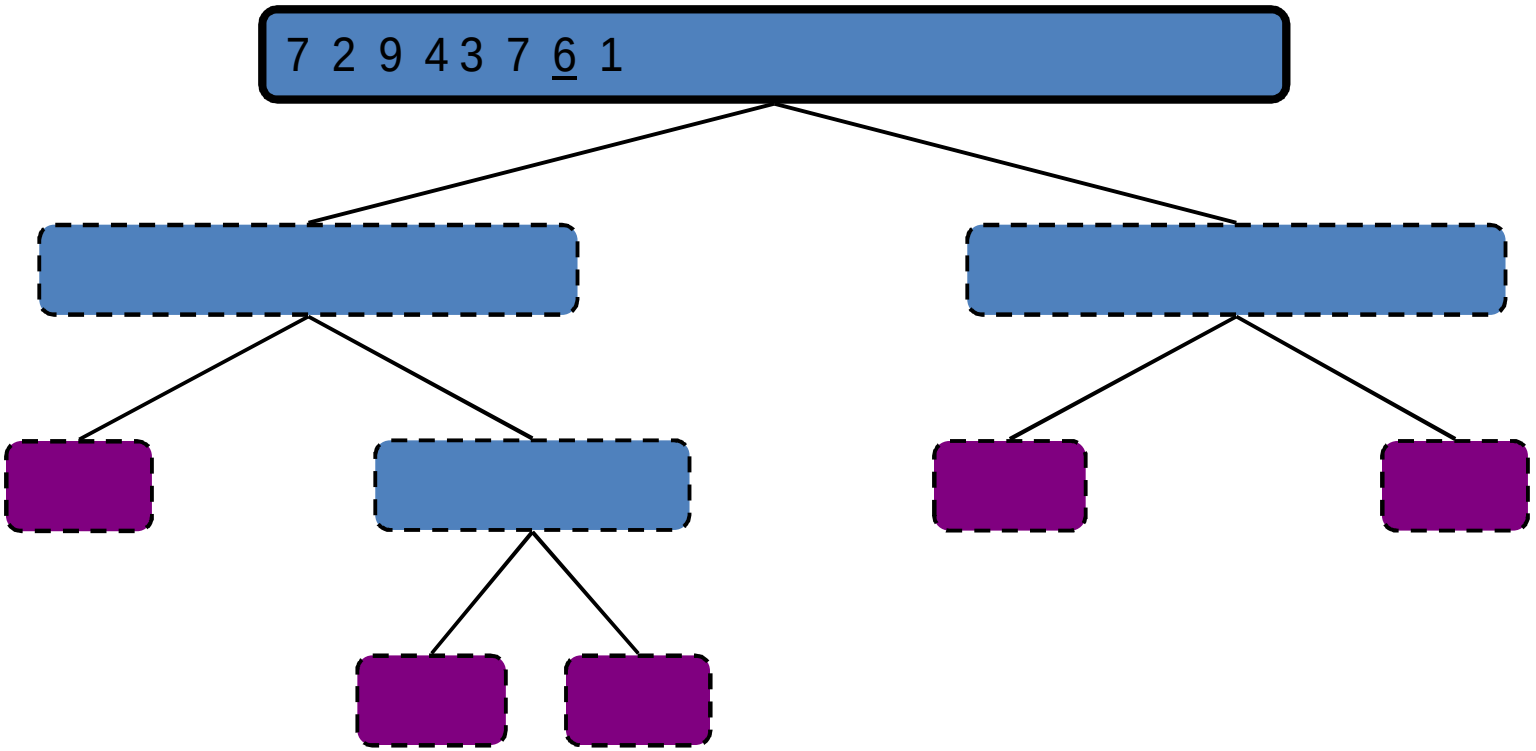
- Μια εκτέλεση του quick-sort αναπαρίσταται με ένα δυαδικό δέντρο.
  - Κάθε κόμβος αναπαριστά μια αναδρομική κλήση του αλγόριθμου quick-sort και αποθηκεύει
    - Την αταξινόμητη ακολουθία πριν από την εκτέλεση και το pivot
    - Την ταξινομημένη ακολουθία στο τέλος της εκτέλεσης.
  - Η ρίζα είναι η αρχική κλήση.
  - Τα φύλλα είναι κλήσεις σε υποακολουθίες 0 ή 1

# Το δέντρο Quick-Sort



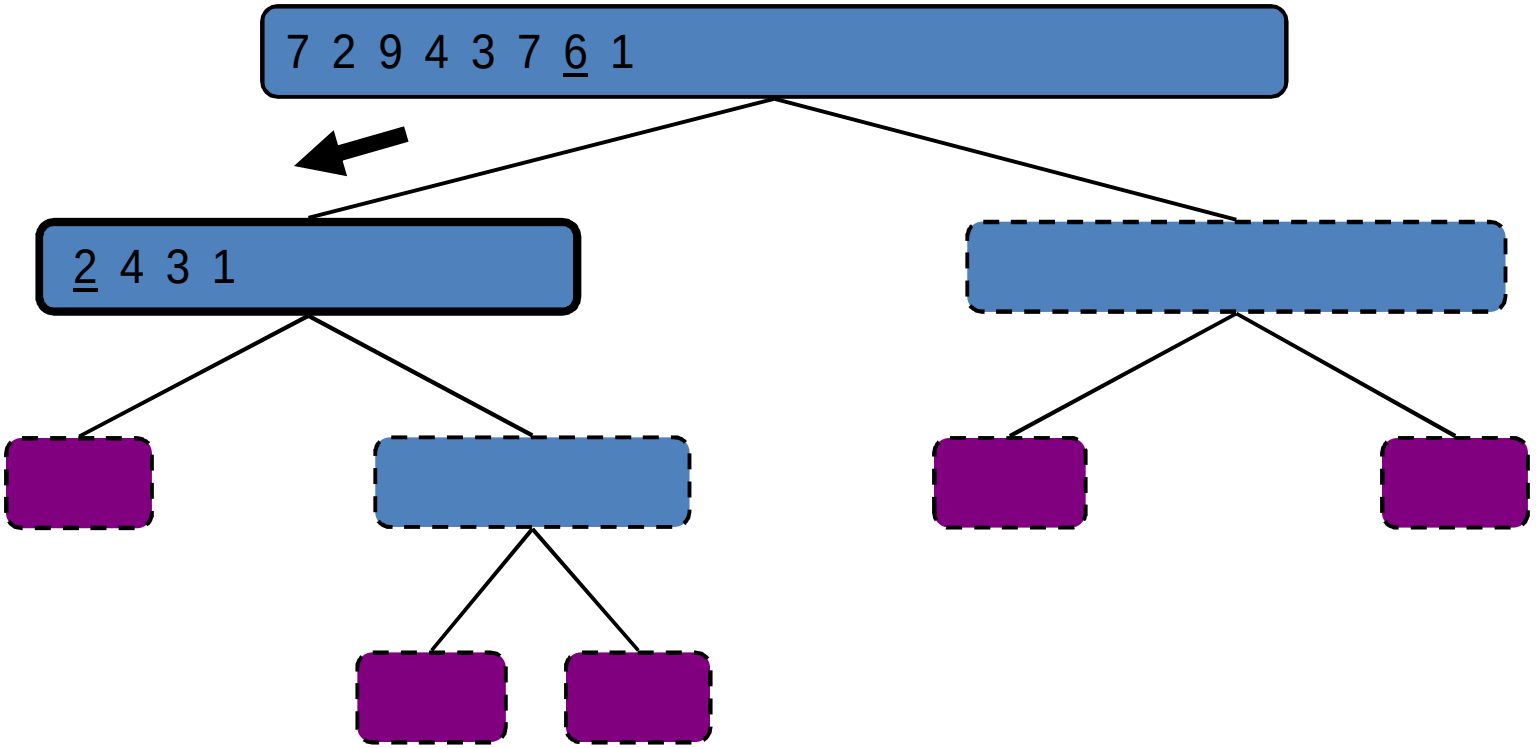
# Παράδειγμα εκτέλεσης

- Η επιλογή του Pivot



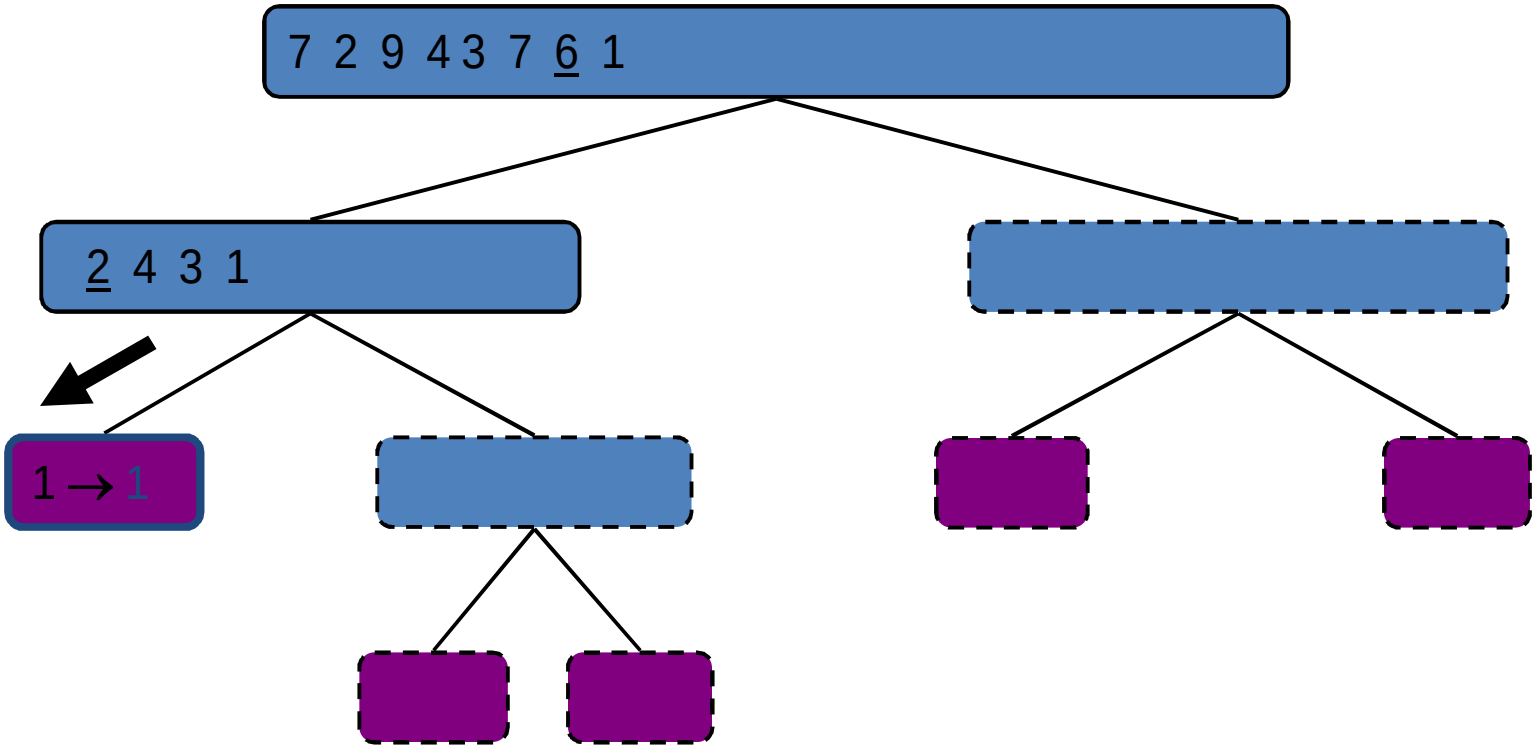
# Παράδειγμα εκτέλεσης (συν.)

- Τμηματοποίηση ,αναδρομική κλήση, επιλογή του pivot.



# Παράδειγμα εκτέλεσης (συν.)

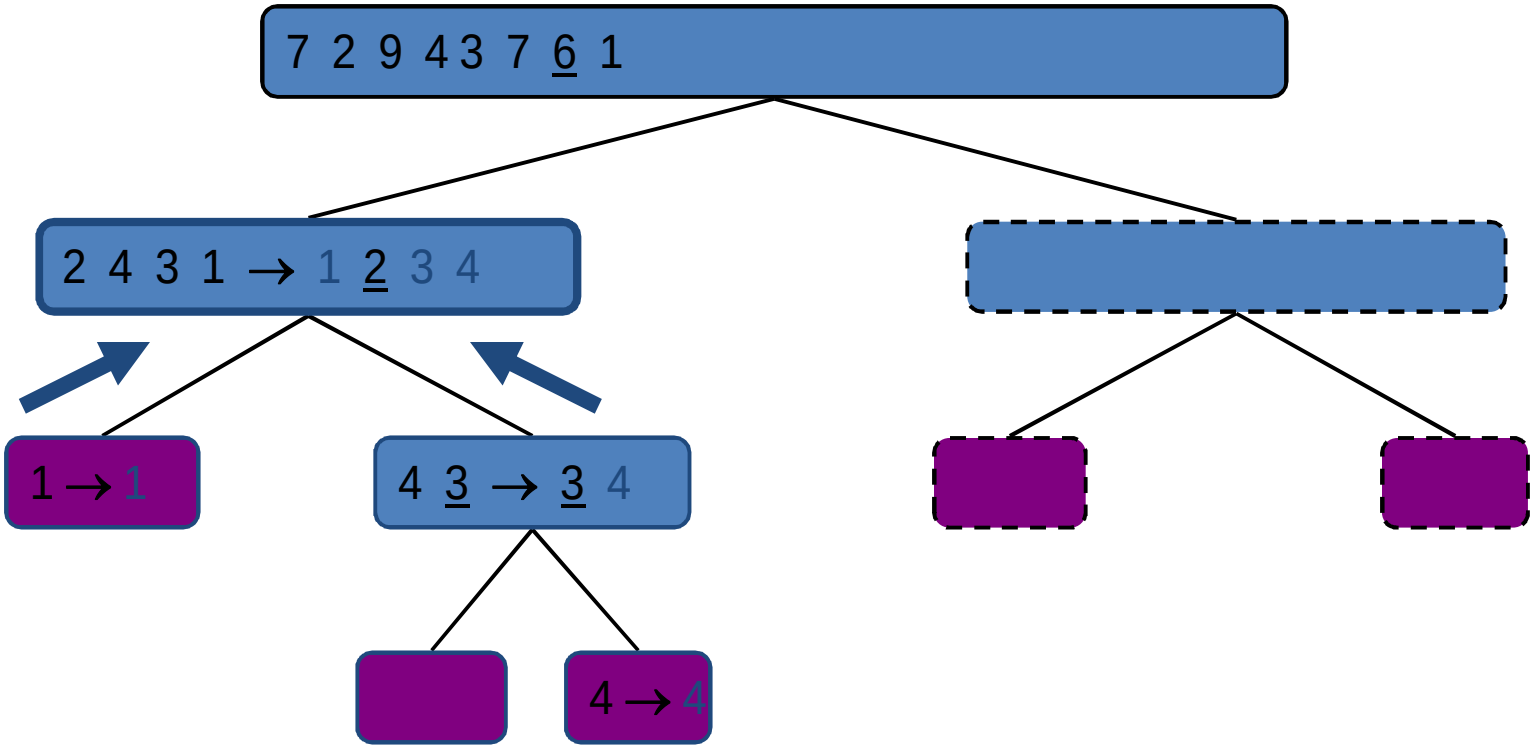
- Τμηματοποίηση ,αναδρομική κλήση, base case




Quick-Sort

# Παράδειγμα εκτέλεσης (συν.)

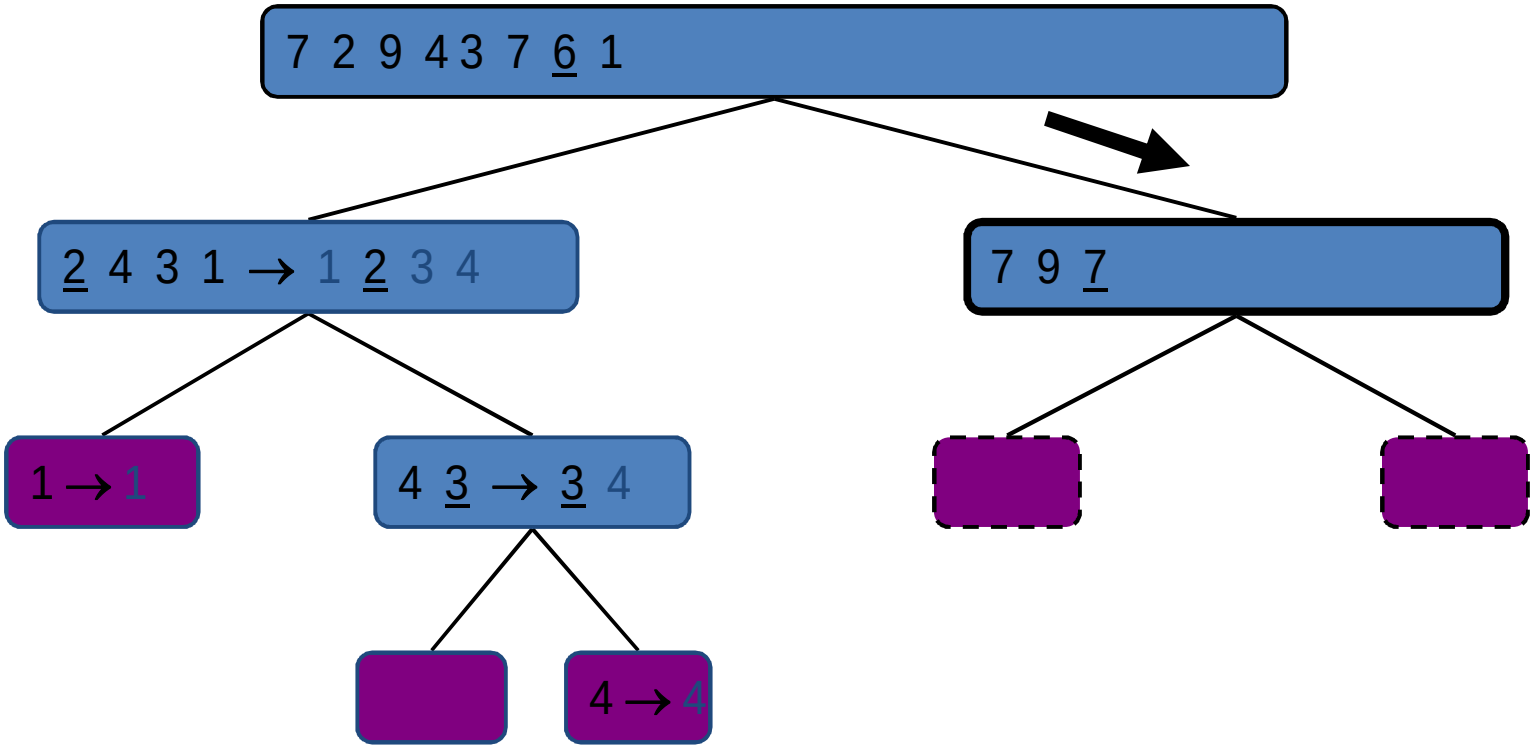
- Αναδρομική κλήση, …, base case, συνένωση




Quick-Sort

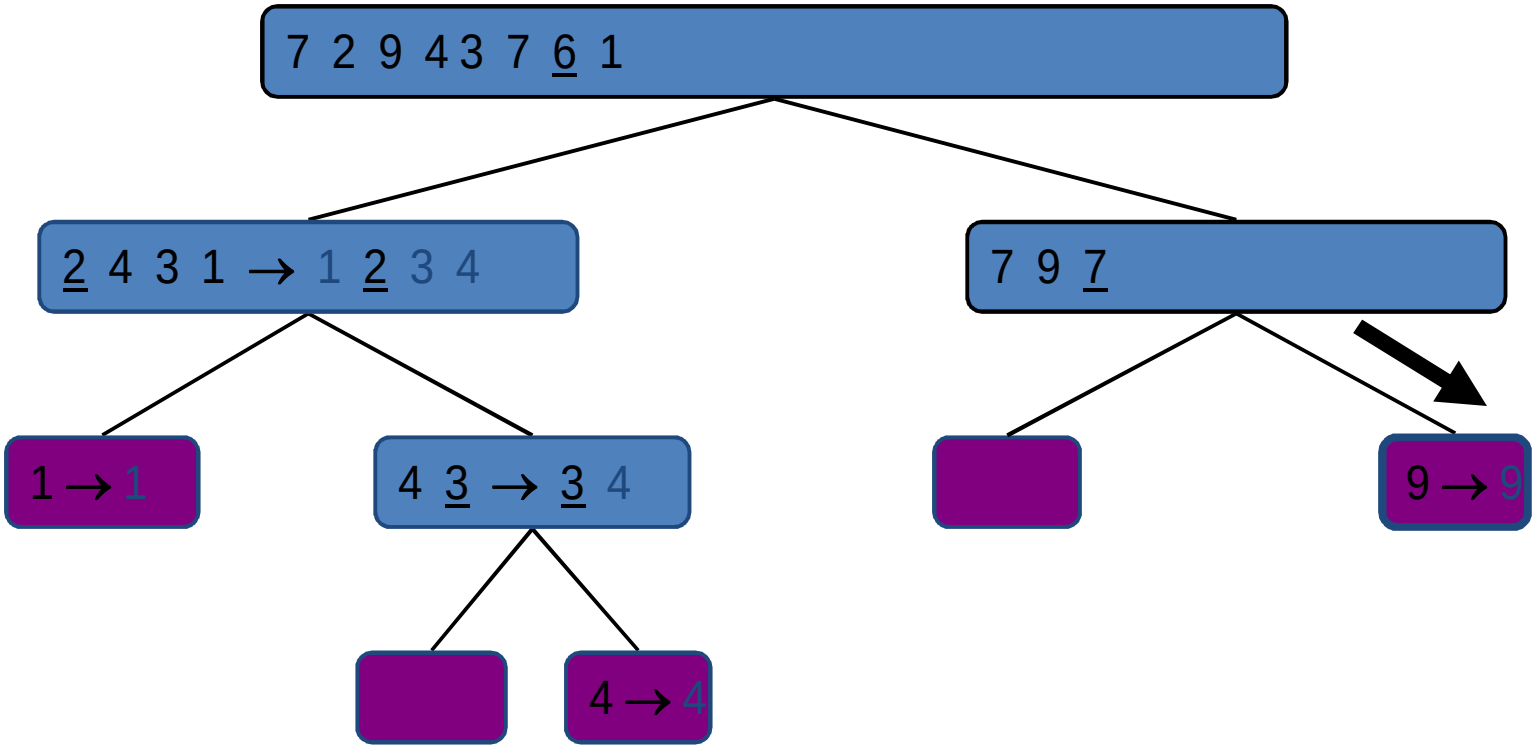
# Παράδειγμα εκτέλεσης (συν.)

- Αναδρομική κλήση, επιλογή του pivot



# Παράδειγμα εκτέλεσης (συν.)

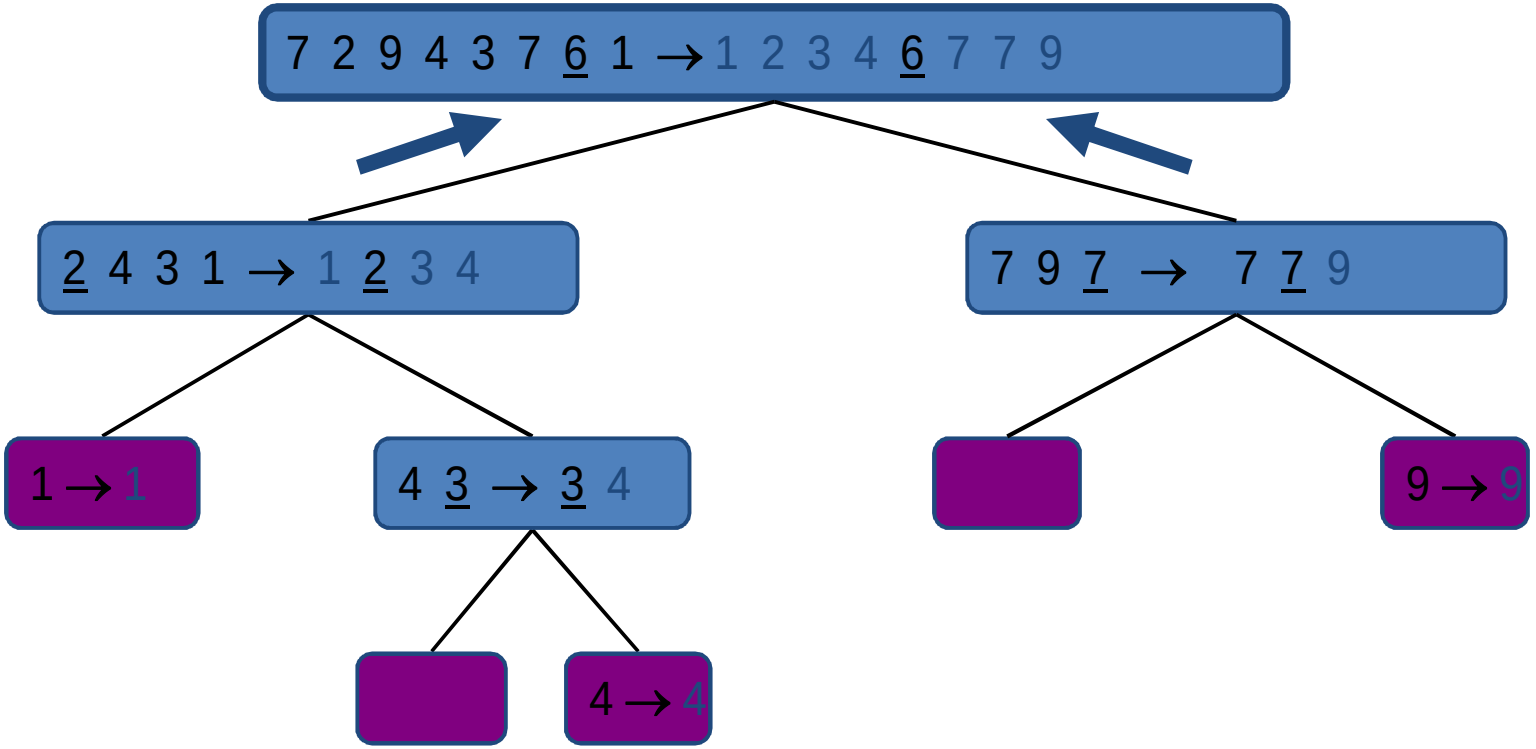
- Τμηματοποίηση,.. ,αναδρομική κλήση, base case




Quick-Sort

# Παράδειγμα εκτέλεσης (συν.)

- Ένωση, ένωση



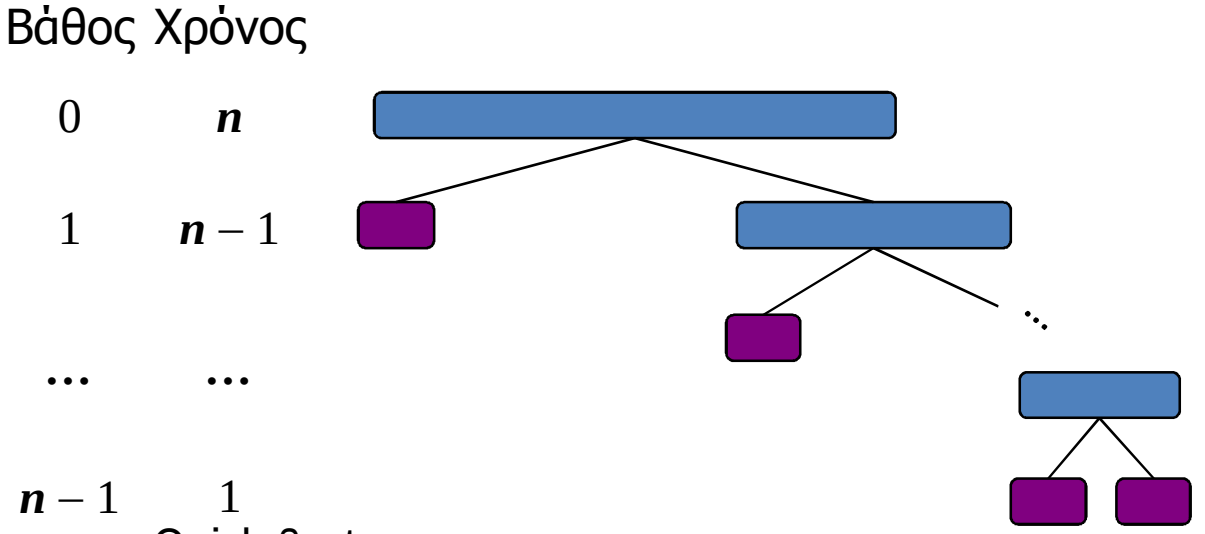

Quick-Sort

# Πολυπλοκότητα χειρότερης περίπτωσης

- Η πολυπλοκότητα χειρότερης περίπτωσης για τον quick-sort συμβαίνει όταν το pivot είναι το μοναδικό minimum ή maximum στοιχείο.
- Το ένα σύνολο από τα $L$ και $G$ έχει μέγεθος $n-1$ και το άλλο έχει μέγεθος 0
- Ο χρόνος εκτέλεσης είναι ποσοστό του συνολικού χρόνου εκτέλεσης

$$n + (n-1) + \ldots + 2 + 1$$

- Έτσι, ο χρόνος εκτέλεσης της χειρότερης περίπτωσης είναι $O(n^2)$



# Αναμενόμενος χρόνος εκτέλεσης

- Θεωρείστε μια αναδρομική κλήση του quick-sort σε μια ακολουθία μεγέθους $s$
  - Καλή κλήση: τα μεγέθη των $L$ και $G$ είναι το καθένα μικρότερο από $3s/4$
  - Άσχημη κλήση: ένα από τα $L$ και $G$ έχει μέγεθος μεγαλύτερο από $3s/4$
- Μια κλήση είναι καλή με πιθανότητα $1/2$
- Probabilistic Fact: Ο αναμενόμενος αριθμός ρίψης κερμάτων για να φέρουμε $k$ κορώνες είναι $2k$
- Έτσι, για έναν κόμβο βάθους $i$, αναμένουμε ότι:
  - $i/2$ κόμβοι πατέρες σχετίζονται με καλές κλήσεις
  - Το μέγεθος της ακολουθίας εισόδου για την παρούσα κλήση είναι το πολύ $(3/4)^{i/2}n$
- Έτσι,έχουμε
  - Για έναν κόμβο βάθους $2\log_{4/3} n$, το αναμενόμενο μέγεθος της ακολουθίας εισόδου είναι ένα
  - Το αναμενόμενο ύψος του δέντρου quick-sort είναι $O(\log n)$
- Η συνολική ποσότητα δουλειάς που γίνεται στους κόμβους του ίδιου βάθους του δέντρου quick-sort είναι $O(n)$
- Έτσι ο αναμενόμενος χρ'ονος εκτέλεσης του quick-sort είναι $O(n \log n)$

# In-Place Quick-Sort

- Ο Quick-sort μπορεί να υλοποιηθεί για να τρέχει in-place
- Στο βήμα τμηματοποίησης, εκτελούμε λειτουργίες αντικατάστασης για να επανατακτοποιήσουμε τα στοιχεία της ακολουθίας εισόδου έτσι ώστε
  - Τα στοιχεία που είναι μικρότερα από το pivot έχουν τάξη μικρότερη από $h$
  - Τα στοιχεία που είναι ίσα με το pivot έχουν τάξη ανάμεσα στο $h$ και στο $k$
  - Τα στοιχεία που είναι μεγαλύτερα από το pivot έχουν τάξη μεγαλύτερη από $k$
- Οι αναδρομικές κλήσεις θεωρούν ότι
  - Στοιχεία με τάξη μικρότερη από $h$
  - Στοιχεία με τάξη μεγαλύτερη από $k$

**Algorithm** *inPlaceQuickSort*($S$, $l$, $r$)
  **Input** sequence $S$, ranks $l$ and $r$
  **Output** sequence $S$ with the elements of rank between $l$ and $r$ rearranged in increasing order
  **if** $l \geq r$
    **return**
  $i \leftarrow$ a random integer between $l$ and $r$
  $x \leftarrow S.elemAtRank(i)$
  $(h, k) \leftarrow inPlacePartition(x)$
  *inPlaceQuickSort*($S$, $l$, $h - 1$)
  *inPlaceQuickSort*($S$, $k + 1$, $r$)

# Συνόψιση αλγόριθμων ταξινόμησης

| Αλγόριθμος | Πολυπλοκότητα | Σημειώσεις |
|---|---|---|
| selection-sort | $O(n^2)$ | ◆ in-place<br>◆ αργός (καλός για μικρά δεδομένα) |
| insertion-sort | $O(n^2)$ | ◆ in-place<br>◆ αργός (καλός για μικρά δεδομένα) |
| quick-sort | $O(n \log n)$ expected | ◆ in-place, randomized<br>◆ γρηγορότερος (καλός για μεγάλα δεδομένα) |
| heap-sort | $O(n \log n)$ | ◆ in-place<br>◆ γρήγορος (καλός για μεγάλα δεδομένα) |
| merge-sort | $O(n \log n)$ | ◆ ακολουθιακή πρόσβαση δεδομένων<br>◆Πολύ γρήγορος (καλός για τεράστια δεδομένα ) |

# Τέλος Ενότητας