



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

# Δομές Δεδομένων

Ιωάννης Γ. Τόλλης  
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών  
Πανεπιστήμιο Κρήτης

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Σημείωμα αδειοδότησης

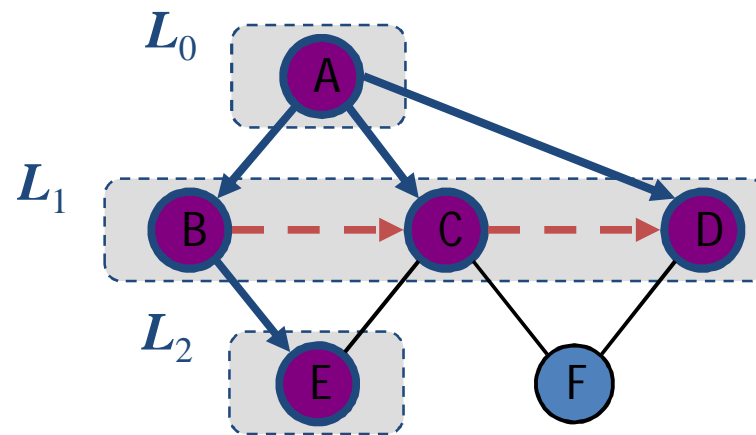
- Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>



- Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:
  - που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
  - που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
  - που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο
- Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

# Breadth-First Search



# Κύρια σημεία για μελέτη

- Breadth-first search (§6.3.3)
  - Αλγόριθμος
  - Παράδειγμα
  - Ιδιότητες
  - Ανάλυση
  - Εφαρμογές
- DFS vs. BFS (§6.3.3)
  - Σύγκριση εφαρμογών
  - Σύγκριση των edge labels

# Breadth-First Search

Η Breadth-first search (BFS) είναι μια γενική τεχνική για την διάσχιση ενός γράφου.

- Μια BFS διάσχιση ενός γράφου  $G$ 
  - Επισκέπτεται όλους τους κόμβους και όλες τις ακμές του  $G$ .
  - Καθορίζει αν ο  $G$  είναι συνδεδεμένος.
  - Υπολογίζει τα συνδεδεμένα συστατικά του  $G$ .
  - Υπολογίζει ένα spanning forest του  $G$ .

- Μια BFS σε έναν κόμβο με  $n$  κόμβους και  $m$  ακμές παίρνει χρόνο  $O(n + m)$
- Η BFS μπορεί να επεκταθεί περαιτέρω ώστε να λύνει και άλλα προβλήματα γράφων.
  - Μπορεί να βρει και να αναφέρει ένα μονοπάτι με τον ελάχιστο αριθμό ακμών που συνδέει δύο δεδομένους κόμβους.
  - Να βρει έναν απλό κύκλο, αν υπάρχει.

# Ο αλγόριθμος BFS

- Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί έναν μηχανισμό για να θέτει και να ανακτά “ετικέτες” των κόμβων και των ακμών.

## Algorithm *BFS*(*G*)

**Input** graph *G*

**Output** labeling of the edges  
and partition of the  
vertices of *G*

```
for all u ∈ G.vertices()
    setLabel(u, UNEXPLORED)
for all e ∈ G.edges()
    setLabel(e, UNEXPLORED)
for all v ∈ G.vertices()
    if getLabel(v) = UNEXPLORED
        BFS(G, v)
```

## Algorithm *BFS*(*G*, *s*)

*L*<sub>0</sub> ← new empty sequence

*L*<sub>0</sub>.*insertLast*(*s*)

*setLabel*(*s*, VISITED)

*i* ← 0

**while** ¬*L*<sub>*i*</sub>.*isEmpty*()

*L*<sub>*i*+1</sub> ← new empty sequence

**for all** *v* ∈ *L*<sub>*i*</sub>.*elements*()

**for all** *e* ∈ *G.incidentEdges*(*v*)

**if** *getLabel*(*e*) = UNEXPLORED

*w* ← *opposite*(*v*, *e*)

**if** *getLabel*(*w*) = UNEXPLORED

*setLabel*(*e*, DISCOVERY)

*setLabel*(*w*, VISITED)

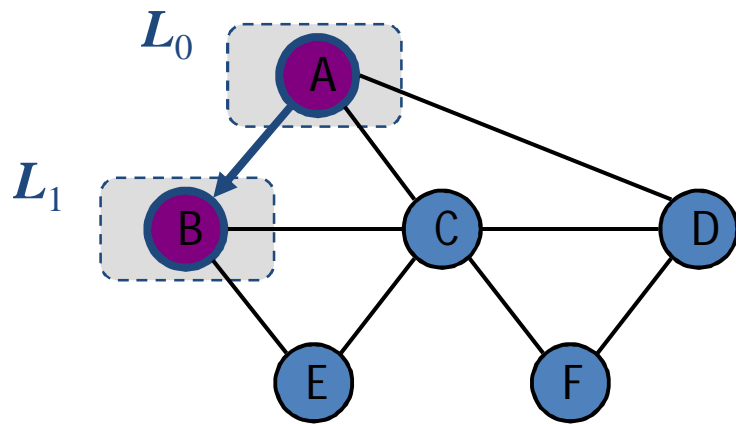
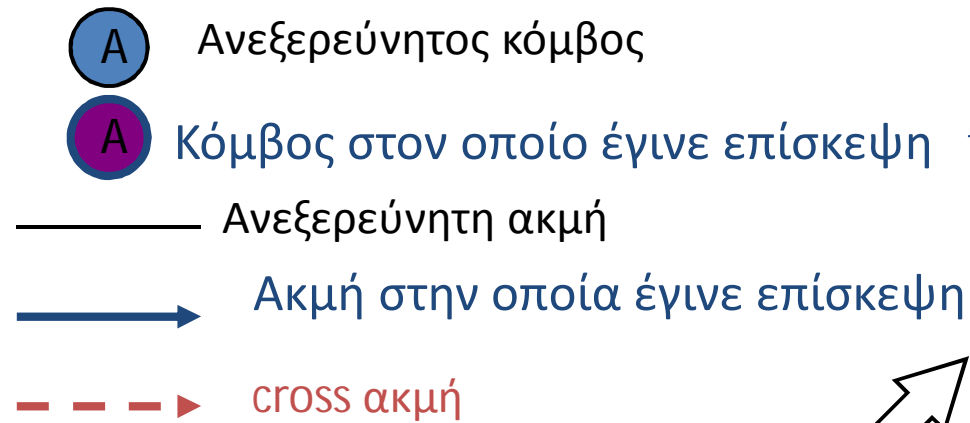
*L*<sub>*i*+1</sub>.*insertLast*(*w*)

**else**

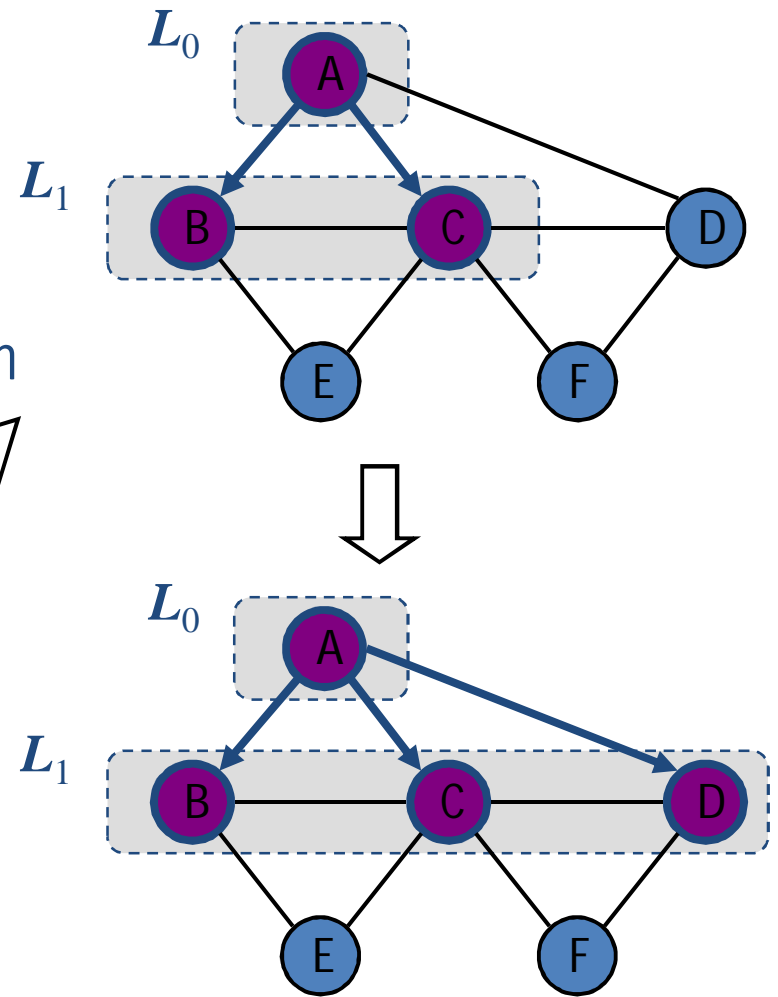
*setLabel*(*e*, CROSS)

*i* ← *i* + 1

# Παράδειγμα

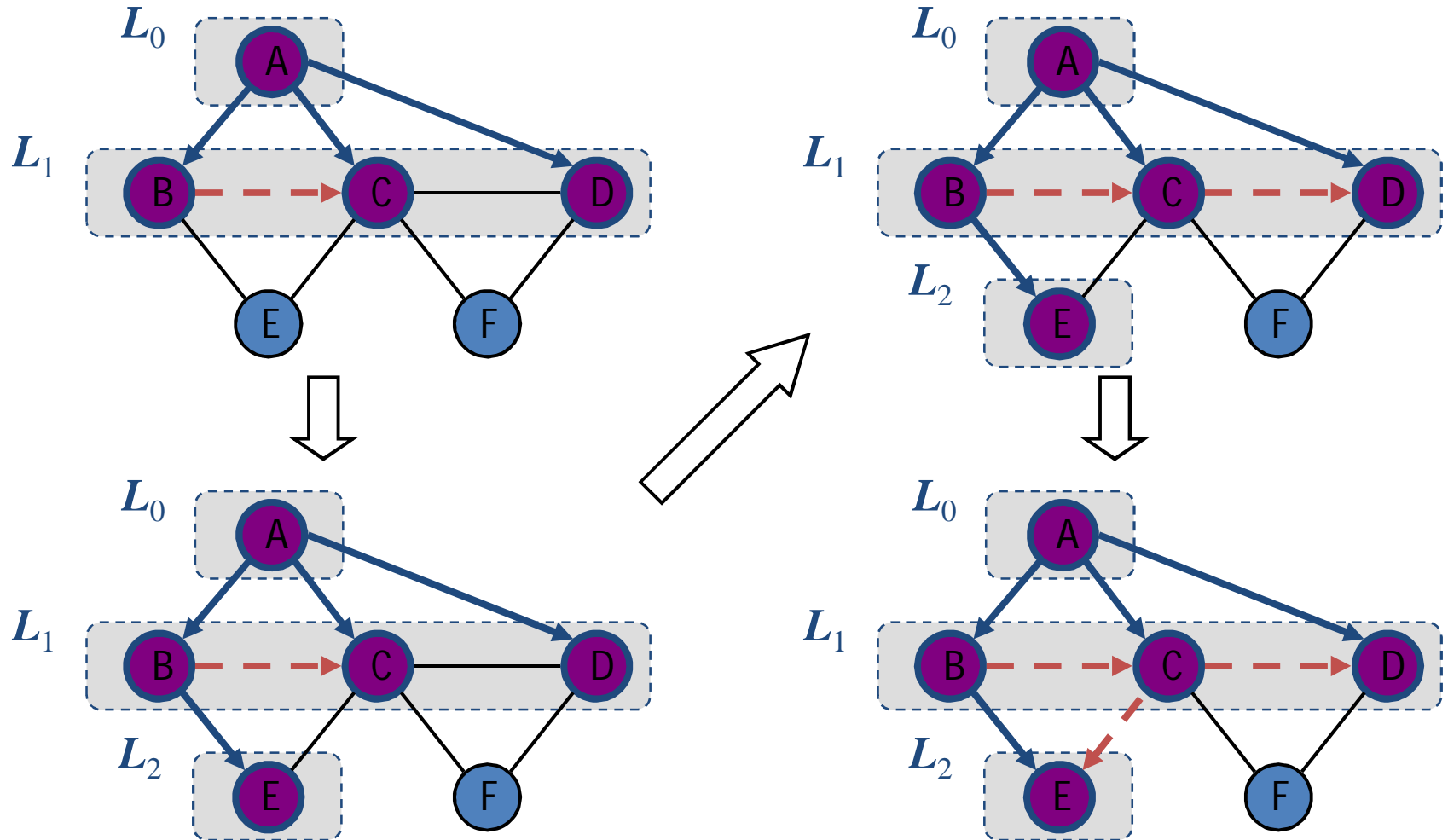


Breadth-First Search



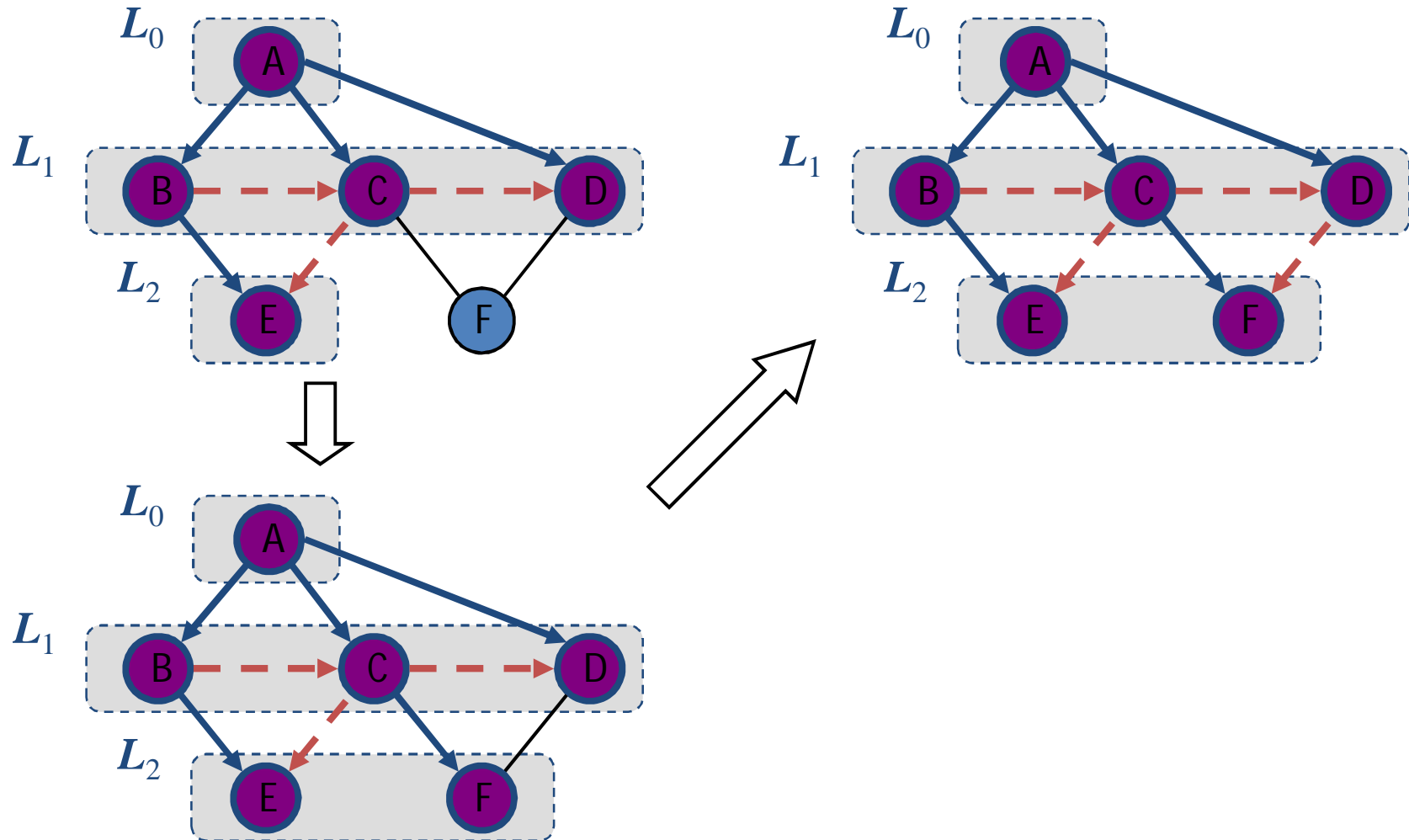


# Παράδειγμα (συν.)



Breadth-First Search

# Example (cont.)



Breadth-First Search

# Ιδιότητες

## Συμβολισμός

$G_s$ : συνδεδεμένο συστατικό του  $s$

## Ιδιότητα 1

Ο  $BFS(G, s)$  επισκέπτεται όλους τους κόμβους και τις ακμές του  $G_s$

## Ιδιότητα 2

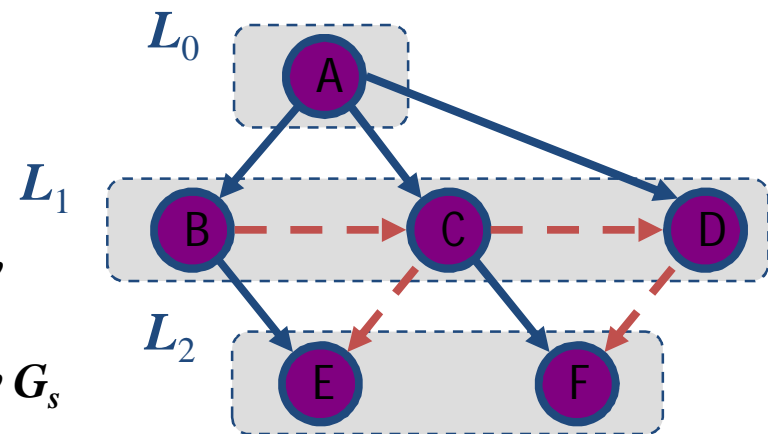
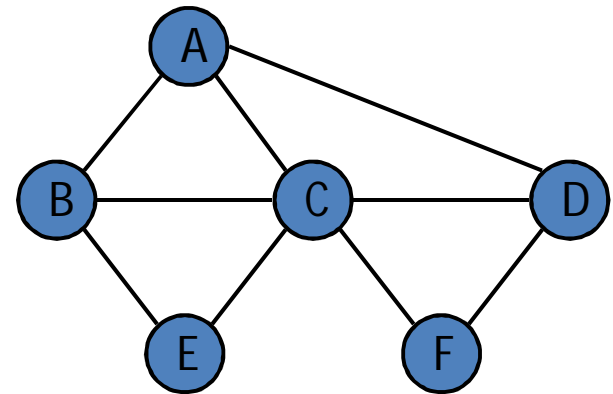
Οι discovery ακμές που μαρκάρονται από τον  $BFS(G, s)$  σχηματίζουν ένα spanning tree  $T_s$  του  $G_s$

## Ιδιότητα 3

Για κάθε κόμβο  $v$  στο  $L_i$

- Το μονοπάτι του  $T_s$  από τον  $s$  στο  $v$  έχει  $i$  ακμές
- Κάθε μονοπάτι από το  $s$  στο  $v$  στον  $G_s$  έχει τουλάχιστον  $i$  ακμές

Breadth-First Search



# Ανάλυση

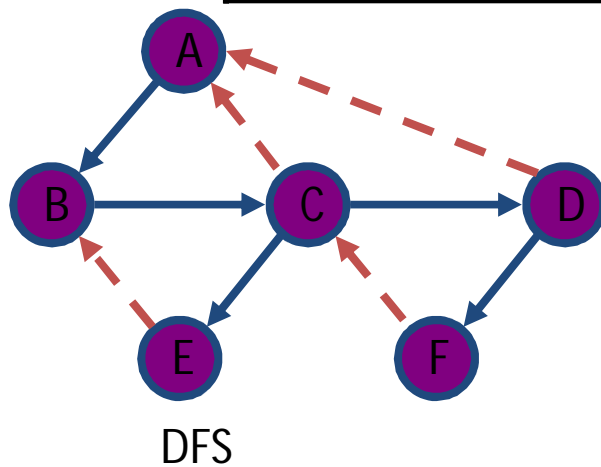
- Η ανάθεση/ανάκτηση μιας ετικέτας κόμβου/ακμής παίρνει χρόνο  $O(1)$
- Κάθε κόμβος παίρνει ετικέτα δύο φορές
  - Μια φορά ως UNEXPLORED
  - Μια φορά ως VISITED
- Κάθε ακμή παίρνει ετικέτα δύο φορές
  - Μια φορά ως UNEXPLORED
  - Μία φορά ως DISCOVERY η CROSS
- Κάθε κόμβος εισάγεται μία φορά μέσα σε μια ακολουθία  $L_i$
- Η μέθοδος incidentEdges καλείται μια φορά για κάθε κόμβο.
- Ο BFS τρέχει σε χρόνο  $O(n + m)$  δεδομένου ότι ο γράφος αναπαρίσταται με τη δομή adjacency list
- Θυμηθείτε ότι  $\sum_v \text{deg}(v) = 2m$

# Εφαρμογές

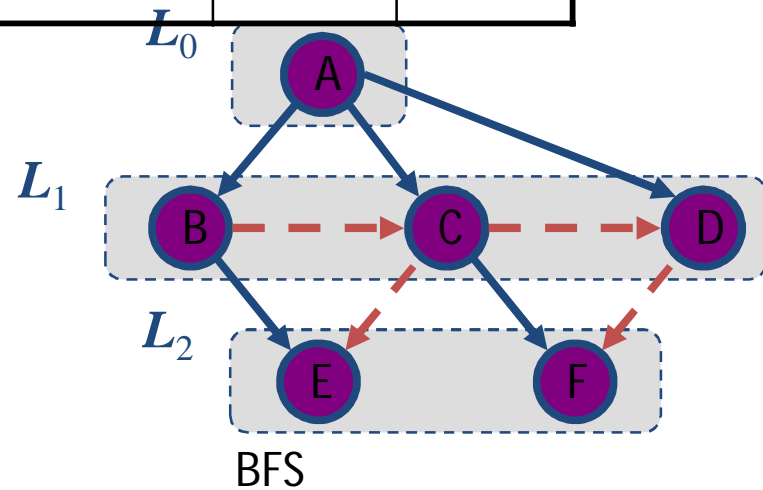
- Χρησιμοποιώντας το template method πρότυπο, μπορούμε να ειδικεύσουμε την BFS διάσχιση ενός γράφου  $G$  για να λύσουμε τα ακόλουθα προβλήματα σε χρόνο  $O(n + m)$ 
  - Να υπολογίσουμε τα συνδεδεμένα συστατικά του  $G$
  - Να υπολογίσουμε ένα spanning δάσος του  $G$
  - Να βρούμε έναν απλό κύκλο στον γράφο  $G$ , ή να αναφέρουμε ότι ο  $G$  είναι ένα δάσος .
  - Δεδομένων δύο κόμβων του  $G$ , να βρούμε ένα μονοπάτι στον  $G$  ανάμεσα στους κόμβους αυτούς με τον ελάχιστο αριθμός ακμών, ή να αναφέρουμε ότι δεν υπάρχει τέτοιο μονοπάτι.

# DFS vs. BFS

Εφαρμογή	DFS	BFS
Spanning δάσος, συνδεδεμένα συστατικά, μονοπάτια, κύκλοι	✓	✓
Συντομότερα μονοπάτια		✓
Διπλά συνδεδεμένα συστατικά	✓	



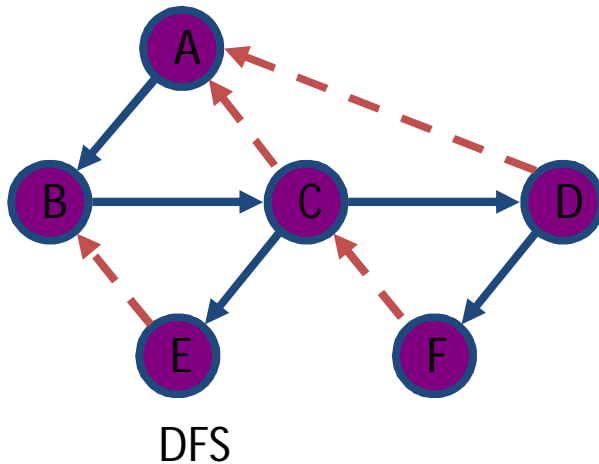
Breadth-First Search



# DFS vs. BFS (συν.)

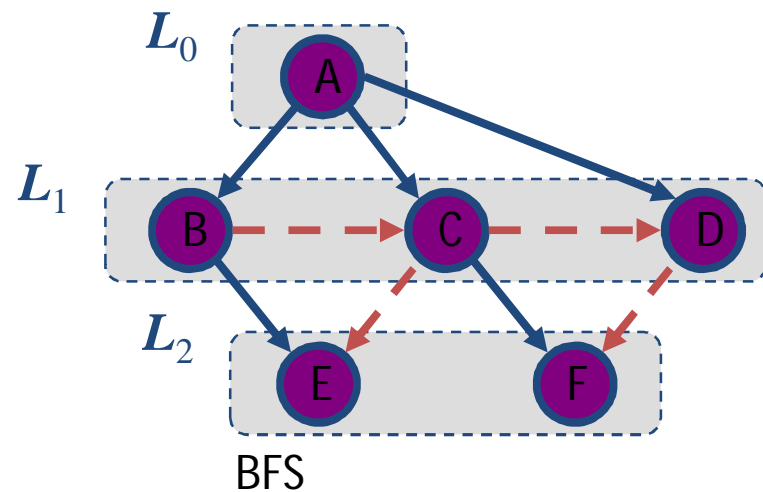
## Back edge ( $v, w$ )

- $w$  είναι ένας πρόγονος του  $v$  στο δέντρο των discovery ακμών



## Cross edge ( $v, w$ )

- $w$  είναι το ίδιο επίπεδο όπως το  $v$  ή στο επόμενο επίπεδο στο δέντρο των discovery ακμών



Breadth-First Search

# Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

