



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Κβαντομηχανική I

Η. Κυρίτσης

Τμήμα Φυσικής

Κβαντική Μηχανική Ι.

Διδάσκων: Η. Κυρίτσης

Σύνολο Προβλημάτων 1

26 Σεπτεμβρίου 2014

Πρόβλημα 1.1 : Η κατάσταση ενός σωματιδίου μια ορισμένη στιγμή περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση

$$\psi(x) = N x e^{-\frac{\lambda}{2}x^2}$$

(α) Υπολογίστε τις ποσότητες $\langle x \rangle$, Δx , $\langle p \rangle$, Δp και βεβαιωθείτε ότι το γινόμενο αβεβαιότητας δεν παραβιάζει την ανισότητα του Heisenberg.

(β) Στην γειτονία ποιών σημείων είναι πιθανότερο να βρεθεί το σωματίο σε μια μέτρηση θέσης;

Πρόβλημα 1.2: Ένα κβαντικό σωματίδιο μάζας m , εκτελεί μονοδιάστατη κίνηση κάτω από την επίδραση της δύναμης

$$F = -k x, \quad k > 0$$

και η κατάσταση του μια ορισμένη στιγμή περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση

$$\psi(x) = N e^{-\frac{\lambda}{2}x^2}$$

(α) Έχει το σωματίδιο καθορισμένη ενέργεια ή όχι;

(β) Για τυχαίο λ υπολογίστε την μέση ενέργεια του σωματιδίου στην κατάσταση και σχεδιάστε την εξάρτησή της από το λ . Υπάρχει τίποτα το αξιοσημείωτο στο αποτέλεσμα σας;

Πρόβλημα 1.3 : Θεωρείστε το πρόβλημα σωματιδίου σε μονοδιάστατο απειροβαθές πηγάδι. Την στιγμή $t = 0$, η κυματοσυνάρτηση που περιγράφει το σύστημα δίνεται από

$$\psi_0 = N \sin^3 \frac{\pi x}{L}$$

(α) Υπολογίστε την πιθανότητα κατά την μέτρηση της ενέργειας του σωματιδίου την στιγμή $t = 0$, να βρείτε μια από τις ενέργειες E_n .

(β) Λύστε την εξίσωση του Schrödinger και βρείτε την κυματοσυνάρτηση σαν συνάρτηση του χρόνου t .

(γ) Βρείτε την μέση τιμή της θέσης $\langle x \rangle$ και την τυπική απόκλιση της Δx σαν συνάρτηση του χρόνου t .

(δ) Αν κάνετε μια μέτρηση της ενέργειας στο σύστημα σας σε χρόνο t , υπολογίστε ποιες είναι οι πιθανότητες να μετρήσετε τις ενέργειες E_n .

(ε) Κατά την χρονική στιγμή t_1 , μετράτε την ενέργεια του συστήματος σας και βρίσκετε την τιμή E_1 . Εάν κάνετε μια μέτρηση της ενέργειας την χρονική στιγμή $t_2 > t_1$, τι περιμένετε ότι θα βρείτε;

Πρόβλημα 1.4 : Δίνεται η κατάσταση υπέρθεσης

$$\psi = N(\psi_1 + 2\psi_2 + \psi_3)$$

όπου ψ_1, ψ_2, ψ_3 είναι κανονικοποιημένες ιδιοκαταστάσεις ενός φυσικού μεγέθους A με ιδιοτιμές

$$a_1 = -1, \quad a_2 = 0, \quad a_3 = 1$$

Υπολογίστε την μέση τιμή $\langle A \rangle$ και την Αβεβαιότητα του μεγέθους A .

Πρόβλημα 1.5 : Η κυματοσυνάρτηση ενός συστήματος έχει κατά μια χρονική στιγμή την μορφή

$$\psi(x, y, z) = e^{iky+iqz} \delta(x - a)$$

Ποιά φυσικά μεγέθη έχουν καλά καθορισμένη τιμή σε αυτήν την κατάσταση; Ποιά είναι αυτή η τιμή;

Πρόβλημα 1.6 : Καποιος ισχυρίζεται επικαλούμενος την αναλογία με τα κλασσικά κύματα ότι η κυματοσυνάρτηση

$$\psi = A \sin(kx)$$

περιγράφει ένα σωματίδιο με καλά καθορισμένη τιμή ορμής $\hbar k$. Συμφωνείτε;

Σημειώματα

Σημείωμα αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, Η. Κυρίτσης 2014. «Κβαντομηχανική Ι». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://opencourses.uoc.gr>.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

