



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Κβαντομηχανική Ι

Η. Κυρίτσης

Τμήμα Φυσικής

Κβαντική Μηχανική Ι.

Διδάσκων: Η. Κυρίτσης

Σύνολο Προβλημάτων 5

24 Οκτωβρίου 2014

Πρόβλημα 5.1 : Να βρεθεί η κατάσταση ελάχιστης ενέργειας για το δυναμικό του "μισού" αρμονικού ταλαντωτή

$$V(x) = \begin{cases} k\frac{x^2}{2}, & x > 0, \\ +\infty, & x < 0 \end{cases}$$

Ποιο είναι το πλήρες σύνολο των ιδιοκαταστάσεων του και των αντίστοιχων ιδιοτιμών της ενέργειας;

Πρόβλημα 5.2: Βρείτε τις ενεργειακές ιδιοτιμές και ιδιοκαταστάσεις του τρισδιάστατου αρμονικού ταλαντωτή,

$$V = \frac{k_1}{2}x^2 + \frac{k_2}{2}y^2 + \frac{k_3}{2}z^2$$

Για $k_1 = k_2 = k_3$, τί το ιδιαίτερο συμβαίνει στο ενεργειακό φάσμα;

Πρόβλημα 5.3 : Επανειλημμένες μετρήσεις της ενέργειας στην ίδια φυσική κατάσταση ενός αρμονικού ταλαντωτή, έδωσαν μόνο τις δύο τιμές $E_0 = \frac{1}{2}$, $E_1 = \frac{3}{2}$ με πιθανότητες $P_0 = \frac{1}{3}$ και $P_1 = \frac{2}{3}$.

(α) Γράψτε την πιο γενική κατάσταση του αρμονικού ταλαντωτή που ανταποκρίνεται στα δεδομένα των μετρήσεων.

(β) Προσδιορίστε επακριβώς αυτή την κατάσταση αν σας δίνεται επιπλέον ένα από τα ακόλουθα δεδομένα

$$(i) \langle x \rangle = 0 \quad (ii) \langle x \rangle = \frac{1}{3} \quad (iii) \langle p \rangle = 0 \quad (iv) \langle p \rangle = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Πρόβλημα 5.4 : Κατασκευάστε τον διακριτό πίνακα που αναπαριστά τον τελεστή της ισοτιμίας στην βάση των ιδιοκαταστάσεων της ενέργειας του αρμονικού ταλαντωτή. Περιμένετε αυτή η μήτρα να είναι διαγώνια; Γιατί;

Πρόβλημα 5.5 : Υπολογίστε τις μέσες τιμές $\langle x \rangle$, $\langle p \rangle$ στην τυχούσα σύμφωνη κατάσταση $|\alpha\rangle$ του αρμονικού ταλαντωτή και βεβαιωθείτε ότι έχουν την φυσικά αναμενόμενη μορφή.

Χρησιμοποιήστε αυτά τα αποτελέσματα για να υπολογίσετε την μέση τιμή

$$\langle x(t) \rangle = \langle \alpha | x(t) | \alpha \rangle$$

του τελεστού θέσης στην αναπαράσταση Heisenberg. Σχολιάστε τα αποτελέσματά σας.

Σημειώματα

Σημείωμα αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, Η. Κυρίτσης 2014. «Κβαντομηχανική Ι». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://opencourses.uoc.gr>.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

