



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

---

## Κβαντομηχανική Ι

Η. Κυρίτσης

Τμήμα Φυσικής

---

# Κβαντική Μηχανική Ι.

## Διδάσκων: Η. Κυρίτσης

### Σύνολο Προβλημάτων 10

5 Δεκεμβρίου 2014

**Πρόβλημα 10.1 :** Στον αρμονικό ταλαντωτή (με  $\hbar = m = \omega = 1$ ) προστίθεται σαν διαταραχή και ο όρος  $V = gx^2$  με  $g \ll 1$  σε αδιάστατες μονάδες. Υπολογίστε την διόρθωση πρώτης τάξης στην τυχούσα στάθμη του συστήματος και συγκρίνετε με το ακριβές αποτέλεσμα.

**Πρόβλημα 10.2:** Στην διηγευμένη κατάσταση  $1s^1 2s^1$  (ένα ηλεκτρόνιο στην κατάσταση  $1s$  και ένα στην κατάσταση  $2s$ ) το άτομο του ηλίου μπορεί να υπάρξει με δύο διαφορετικούς τρόπους που είναι γνωστοί σαν ορθοήλιο και παραήλιο. Στην πρώτη περίπτωση τα δύο ηλεκτρόνια έχουν παράλληλα σπίν ( $S = 1$ ) και στην δεύτερη αντιπαράλληλα ( $S = 0$ ). Για πίο λόγο το ορθοήλιο έχει χαμηλότερη ενέργεια από το παραήλιο (η διαφορά έχει μετρηθεί και είναι  $\Delta E_{exp} = 0.8 \text{ eV}$ ). Εφαρμόστε την θεωρία διαταραχών και υπολογίστε το  $\Delta E$ , και δείξτε ότι το αποτέλεσμα είναι

$$\Delta E_{pert} = \frac{32Z}{36} A.U. = \frac{32Z}{36} 27.2 \text{ eV} = 2.39 \text{ eV} \quad (Z = 2)$$

Πώς σχολιάζετε την διαφορά από την πειραματική τιμή; Μπορεί να βελτιωθεί;

**Πρόβλημα 10.3 :** Στο δυναμικό διδιάστατου ισοτροπικού αρμονικού ταλαντωτή

$$V_0 = \frac{1}{2} m \omega^2 (x^2 + y^2)$$

προστίθεται ο όρος  $V = \lambda xy$

(α) Γράψτε την συνθήκη για το  $\lambda$  ώστε το  $V$  να μπορεί να θεωρηθεί μικρή διαταραχή στο δυναμικό του ταλαντωτή.

(β) Εφαρμόστε την θεωρία διαταραχών δεύτερης τάξης για να υπολογίσετε την πρώτη μη μηδενική διόρθωση της θεμελιώδους ενέργειας του ταλαντωτή.

(γ) Το συνολικό δυναμικό του ταλαντωτή, με μια στροφή των συντεταγμένων  $x' = \cos \theta x + \sin \theta y$ ,  $y' = -\sin \theta x + \cos \theta y$ , μπορεί να γραφτεί στην μορφή

$$V_0 + V = \frac{1}{2} m (\omega_1^2 x'^2 + \omega_2^2 y'^2)$$

Βρείτε τα  $\theta, \omega_{1,2}$ , και τις ακριβείς εκφράσεις των ιδιοενεργειών του. Συγκρίνετε με τα αποτελέσματά σας (α)-(β) στην θεωρία διαταραχών.

**Πρόβλημα 10.4 :** Ένα σωματίο βρίσκεται μέσα σε κεντρικό δυναμικό που είναι

$$V(r) = \begin{cases} -\frac{e^2}{r}, & 0 < r < R, \\ -\frac{e^2}{r} e^{-\lambda(r-R)}, & R < r < \infty \end{cases}$$

Το δυναμικό αυτό διαφέρει από τον δυναμικό Coulomb για  $r > R$ , όπου η δύναμη ελαττώνεται σημαντικά. Η διαφορά γίνεται αμελητέα όταν  $\lambda \rightarrow 0$ . Θεωρήστε αυτή την διαφορά σαν διαταραχή και υπολογίστε την πρώτη διόρθωση της ενέργειας της θεμελιώδους κατάστασης.

**Πρόβλημα 10.5 :** Βρείτε σε πρώτη τάξη της θεωρίας διαταραχών την διόρθωση στην θεμελιώδη ενέργεια ενός μονο-ηλεκτρονικού ατόμου λόγω του πεπερασμένου μεγέθους του πυρήνα. Θεωρείστε ότι ο πυρήνας είναι μια ομογενής σφαίρα φορτίου  $Ze$  και ακτίνας  $R$ . Αν  $R = Z^{\frac{1}{3}} 10^{-15} m$  βρείτε ποσοστιαία πόσο σημαντική είναι αυτή η διόρθωση.

# Σημειώματα

## Σημείωμα αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, Η. Κυρίτσης 2014. «Κβαντομηχανική Ι». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://opencourses.uoc.gr>.

## Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

## Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

## Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

