



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Κβαντομηχανική Ι

Η. Κυρίτσης

Τμήμα Φυσικής

Κβαντική Μηχανική Ι.

Διδάσκων: Η. Κυρίτσης

Σύνολο Προβλημάτων 11

12 Δεκεμβρίου 2014

Πρόβλημα 11.1 : (Συνέχεια του προβλήματος 10.2) Στο δυναμικό δισδιάστατου ιστροπικού αρμονικού ταλαντωτή

$$V_0 = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2)$$

προστίθεται ο όρος $V = \lambda xy$

(α) Εφαρμόστε την θεωρία διαταραχών εκφυλισμένης στάθμης για να βρείτε τις στάθμες που προκύπτουν από την πρώτη διηγευμένη στάθμη του ταλαντωτή που είναι διπλά εκφυλισμένη.

(β) Επαναλάβετε τον προηγούμενο υπολογισμό στην δεύτερη διηγευμένη στάθμη, που είναι τριπλά εκφυλισμένη.

(γ) Το συνολικό δυναμικό του ταλαντωτή, με μια στροφή των συντεταγμένων $x' = \cos \theta x + \sin \theta y$, $y' = -\sin \theta x + \cos \theta y$, μπορεί να γραφτεί στην μορφή

$$V_0 + V = \frac{1}{2}m(\omega_1^2 x'^2 + \omega_2^2 y'^2)$$

Βρείτε τα $\theta, \omega_{1,2}$, και τις ακριβείς εκφράσεις των ιδιοενεργειών του. Συγκρίνετε με τα αποτελέσματά σας (α)-(β) στην θεωρία διαταραχών.

Πρόβλημα 11.2 : (A) Εφαρμόστε την μέθοδο των μεταβολών για να υπολογίσετε την ενέργεια της θεμελιώδους στάθμης του ατόμου του Υδρογόνου. Πάρτε ως συνάρτηση μεταβολής τις παρακάτω συναρτήσεις.

$$(α) \psi(r) = N e^{-\lambda r} \quad (β) \psi(r) = N e^{-\lambda r^2}$$

(B) Κάντε το ίδιο για να βρείτε την θεμελιώδη κατάσταση του αρμονικού ταλαντωτή. Τι ακρίβεια πετυχαίνεται στο (α) και (β) για τα δύο προβλήματα;

Πρόβλημα 11.3 : Θεωρείστε το ιόν του Υδρογόνου, που αποτελείται από δύο πρωτόνια σε απόσταση R μεταξύ τους και ένα ηλεκτρόνιο, που 'περιφέρεται' γύρω από αυτά τα κέντρα. Αν r_1 και r_2 είναι οι αποστάσεις του ηλεκτρονίου από τα δύο πρωτόνια, διαλέξτε μια κυματοσυνάρτηση δοκιμής

$$\psi(\vec{r}) = N(e^{-zr_1} + e^{-zr_2})$$

και μεταβάλλοντας το z εκτιμήσατε την θεμελιώδη ενέργεια του ιόντος $E(R)$. Από αυτήν βρείτε την ενέργεια διάσπασης E_d και την θέση ισορροπίας R_0 των δύο πυρήνων και συγκρίνατέ τα με τα πειραματικά δεδομένα $E_d \simeq 2.65 \text{ eV}$ και $R_0 \simeq 1.06 \text{ A}$.

Πρόβλημα 11.4 : Επιβεβαιώστε τις σχέσεις

$$\langle r^{-1} \rangle = \frac{1}{n^2}, \quad \langle r^{-2} \rangle = \frac{1}{n^3 \left(\ell + \frac{1}{2} \right)}, \quad \langle r^{-3} \rangle = \frac{1}{n^3 \ell (\ell + 1) \left(\ell + \frac{1}{2} \right)}, \quad \ell \geq 1$$

στο άτομο του υδρογόνου (σε φυσικές μονάδες), χρησιμοποιώντας τις κυματοσυναρτήσεις

$$\psi_{1s} = \frac{e^{-r}}{\sqrt{\pi}}, \quad \psi_{2s} = \left(1 - \frac{r}{2}\right) \frac{e^{-\frac{r}{2}}}{2\sqrt{2\pi}}, \quad \psi_{2p_z} = \frac{r e^{-\frac{r}{2}}}{4\sqrt{2\pi}}$$

Γιατί αρκεί να χρησιμοποιήσουμε την $2p_z$ και όχι και τις τρεις καταστάσεις με $\ell = 1$;

Σημειώματα

Σημείωμα αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, Η. Κυρίτσης 2014. «Κβαντομηχανική Ι». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://opencourses.uoc.gr>.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

