ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνων

Ενότητα: Βελτίωση εικόνων

Καθηγητής Γεώργιος Τζιρίτας

Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

Κεφάλαιο 9

Βελτίωση εικόνων

Η έννοια της ποιότητας των εικόνων όντας πολύ συχνά υποκειμενική, η βελτίωση ορίζεται με κριτήριο το ζητούμενο στόχο, που μπορεί να σχετίζεται απλά με την εμφάνιση των εικόνων. Έτσι η βελτίωση αναφέρεται, είτε στον τονισμό κάποιων χαρακτηριστικών της εικόνας, όπως η συνολική φωτεινή αντίθεση, ή τα όρια των τμημάτων της εικόνας, είτε στον περιορισμό του θορύβου, που ενδεχόμενα επηρεάζει την εμφάνιση μιας εικόνας ή παρενοχλεί την εξαγωγή χρήσιμης πληροφορίας από την εικόνα.

9.1 Τονισμός της φωτεινής αντίθεσης

Αυτή η επεξεργασία αφορά εικόνες με χαμηλή φωτεινή αντίθεση. Πρόκειται για ένα τελεστή σημείου, που τροποποιεί την τιμή της φωτεινής έντασης σημειακά. Η αρχική τιμή $x(m,n)$ τροποποιείται σε

$$y(m,n) = g(x(m,n)). \tag{9.1}$$

Ο τελεστής αυτός υλοποιείται σε κβαντισμένα δεδομένα με τη βοήθεια ενός πίνακα αντιστοιχίας. Συνέπεια της τροποποίησης των τιμών της φωτεινής έντασης είναι η τροποποίηση του ιστογράμματος.

Ας υποθέσουμε ότι είναι επιθυμητή η επέκταση του ιστογράμματος για τις τιμές της φωτεινής έντασης που περιλαμβάνονται στο διάστημα $[x_{min}, x_{max}]$, στο μέγιστο δυνατό διάστημα τιμών $[0, L]$. Τότε η γραμμική αντιστοιχία των τιμών γίνεται με τον ακόλουθο τρόπο

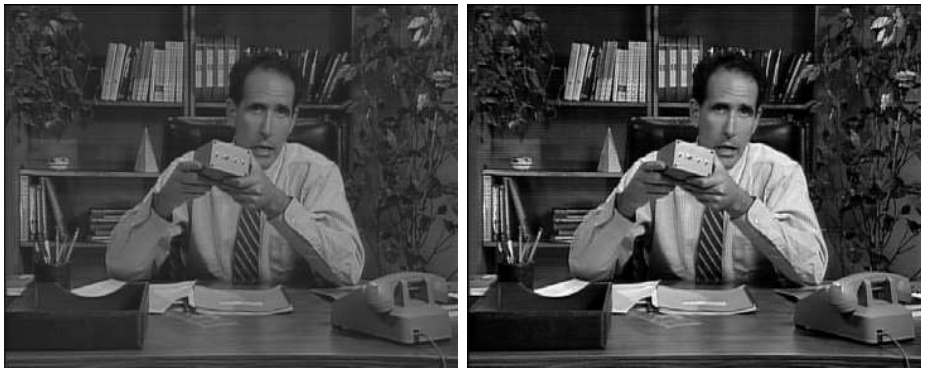
$$y = \begin{cases} 0 & x < x_{min} \\ \left\lfloor L\frac{x-x_{min}}{x_{max}-x_{min}} + 0,5 \right\rfloor & x_{min} \le x \le x_{max} \\ L & x > x_{max} \end{cases} \tag{9.2}$$

Στο Σχήμα 9.1 δίδεται μία εικόνα και το αποτέλεσμα του τονισμού της φωτεινής αντίθεσης με την παραπάνω σχέση. Θα μπορούσε επίσης να ορισθεί μια μη-γραμμική αντιστοίχηση, όπως

$$y = \left\lfloor L\left(\frac{x-x_{min}}{x_{max}-x_{min}}\right)^{\gamma} + 0,5 \right\rfloor, \tag{9.3}$$

όπου γ σταθερά που λαμβάνεται μικρότερη του 1 για να δώσει πιο φωτεινές τιμές και μεγαλύτερη του 1 για να δώσει πιο σκοτεινές τιμές στην εικόνα, ανάλογα με τις ανάγκες για τονισμό της φωτεινής αντίθεσης.

Είναι επίσης δυνατό η τροποποίηση του ιστογράμματος να προσαρμοσθεί στα δεδομένα της εικόνας, καθορίζοντας την επιθυμητή μορφή του τροποποιημένου ιστογράμματος. Αν επιδιώκεται



(a) (b)

Σχήμα 9.1: Τονισμός της φωτεινής αντίθεσης.

(a) (b)

(c) (d)

Σχήμα 9.2: Τονισμός της φωτεινής αντίθεσης γραμμικά, μη-γραμμικά ($\gamma = 0,7$) και με εξισορρόπηση ιστογράμματος.

στο τελικό ιστόγραμμα οι τιμές να είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες, τότε αναφερόμαστε στην ισοστάθμιση του ιστογράμματος, που επιτυγχάνεται με τον ακόλουθο τρόπο

$$y = \left\lfloor L\frac{P(x) - P(x_{min})}{1 - P(x_{min})} + 0,5 \right\rfloor, \tag{9.4}$$

όπου $P(x) = \sum_{u \leq x} p(u)$, $p(.)$ όντας το ιστόγραμμα της αρχικής εικόνας. Ωστόσο εικόνες με ισοσταθμισμένο ιστόγραμμα συχνότατα δεν φαίνονται ιδιαίτερα φυσικές, όπως για παράδειγμα στο Σχήμα 9.2(d). Γι' αυτό είναι προτιμότερη η τροποποίηση του ιστογράμματος ώστε να ακολουθεί μία κατανομή που να χρησιμοποιεί το διαθέσιμο εύρος τιμών και να είναι πυκνότερη περί τη μέση τιμή, όπως η κατανομή Gauss.

9.2 Μείωση θορύβου

Η μείωση του θορύβου μπορεί να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας ένα γραμμικό φίλτρο με υψηλή απόκριση στις χαμηλές συχνότητες και αμετάβλητο τόσο σε μια μετατόπιση, όσο και σε μια περιστροφή. Ας είναι $h(m,n)$ η κρουστική απόκριση του συστήματος, κι ας υποθέσουμε ότι τοπικά το σήμα είναι σταθερό, με τιμή μ, κι ότι η διασπορά του θορύβου είναι σ^2. Για να μην υπάρξει μεταβολή της μέσης τιμής του σήματος απαιτείται όπως

$$\sum_{m=-M}^{M} \sum_{n=-N}^{N} h(m,n) = 1, \tag{9.5}$$

εφόσον το φίλτρο είναι πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης και εκτείνεται συμμετρικά ως προς την αρχή. Αν υποθέσουμε ότι ο θόρυβος είναι λευκός, δηλαδή χωρικά ασυσχέτιστος, η διασπορά του θορύβου στην έξοδο του φίλτρου θα είναι

$$\sigma^2 \sum_{m=-M}^{M} \sum_{n=-N}^{N} h^2(m,n).$$

Αυτή η διασπορά είναι ελάχιστη, αν

$$h(m,n) = \frac{1}{(2M+1)(2N+1)}.$$

Πρόκειται επομένως για ένα φίλτρο μέσης τιμής με απόκριση

$$y(m,n) = \frac{1}{(2M+1)(2N+1)} \sum_{k=-M}^{M} \sum_{l=-N}^{N} x(m-k, n-l). \tag{9.6}$$

Η μέση τιμή ως γνωστόν ελαχιστοποιεί την τετραγωνική απόκλιση

$$\sum_{k=-M}^{M} \sum_{l=-N}^{N} (x(m-k, n-l) - y(m,n))^2.$$

Ο βαθμός μείωσης του θορύβου που επιτυγχάνεται είναι

$$\beta = \frac{1}{\sum_{m=-M}^{M} \sum_{n=-N}^{N} h^2(m,n)} = (2M+1)(2N+1). \tag{9.7}$$

Ωστόσο στις περιοχές όπου η υπόθεση σταθερού σήματος δεν ισχύει, το σήμα υφίσταται παραμόρφωση που είναι ιδιαίτερα αισθητή στις ακμές, δηλαδή στα όρια μεταξύ διαφόρων τμημάτων της εικόνας. Η δυσμενής συνέπεια της παραμόρφωσης μετριάζεται, αν οι συντελεστές του φίλτρου δεν είναι όλοι ίσοι. Αυτό ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση μιας σταθμισμένης τετραγωνικής απόκλισης,

$$\sum_{k=-M}^{M}\sum_{l=-N}^{N} h(k,l)(x(m-k,n-l)-y(m,n))^2.$$

Παράδειγμα ενός τέτοιου φίλτρου, με πεπερασμένη κρουστική απόκριση, είναι το ακόλουθο

$$h(m,n) = \begin{cases} \frac{1}{4} & m^2+n^2=0 \\ \frac{1}{8} & m^2+n^2=1 \\ \frac{1}{16} & m^2+n^2=2 \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \tag{9.8}$$

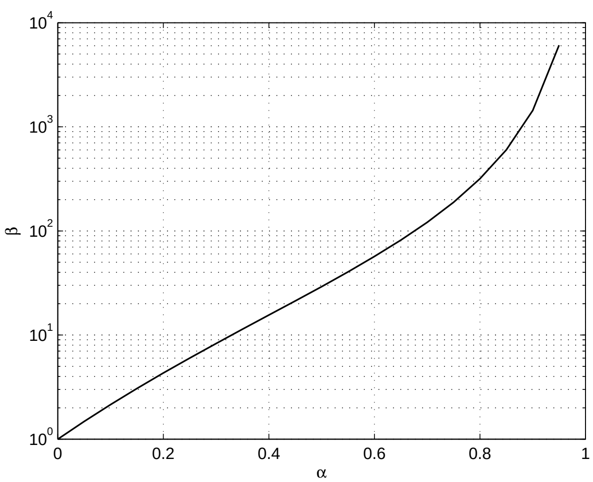
Άλλο παράδειγμα, με άπειρη όμως κρουστική απόκριση, είναι το φίλτρο Gauss, που οφείλει το όνομά του στο γεγονός ότι η κρουστική απόκριση προέρχεται από την πυκνότητα πιθανότητας Gauss,

$$h(m,n) = \frac{1}{2\pi\alpha^2}\exp\left(-\frac{m^2+n^2}{2\alpha^2}\right). \tag{9.9}$$

Επίσης θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ένα σύστημα με κρουστική απόκριση

$$h(m,n) = \left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\right)^2 \alpha^{|m|+|n|}, 0<\alpha<1.$$

Ο συντελεστής μείωσης θορύβου για το τελευταίο φίλτρο δίδεται στο Σχήμα 9.3. Βέβαια



Σχήμα 9.3: Συντελεστής μείωσης θορύβου.

η παραμόρφωση των ακμών δεν αίρεται πλήρως. Καλύτερη εξισορρόπηση ανάμεσα στα αντιμαχόμενα αποτελέσματα της μείωσης του θορύβου και της διατήρησης αναλλοίωτου του σήματος επιτυγχάνεται με την προσαρμογή του φίλτρου στα δεδομένα της εικόνας.

Η χρήση μη γραμμικών φίλτρων μπορεί επίσης να μειώσει το θόρυβο, με λιγότερες συνέπειες στο σήμα. Τέτοιο είναι το φίλτρο μεσαίας τιμής. Ας είναι $\mathcal{D}$ ένα σύνολο σημείων με περιττό πληθικό αριθμό, $K = (2M+1)(2N+1)$, που είναι συμμετρικό ως προς το σημείο (0,0), και περιλαμβάνει το σημείο (0,0). Το φίλτρο μεσαίας τιμής δίδει την εξής απόκριση

$$y(m,n) = \text{Μεσαία}\{x(m-k, n-l) : (k,l) \in \mathcal{D}\}. \tag{9.10}$$

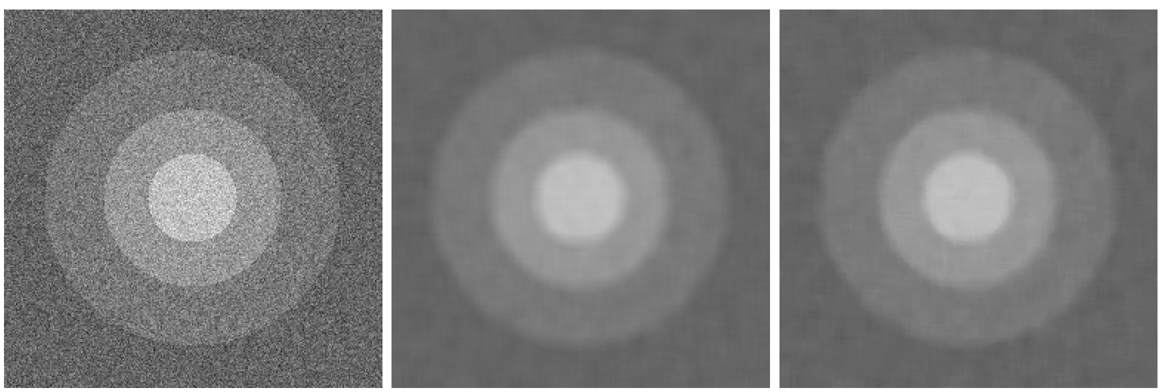
Η εύρεση της μεσαίας τιμής προκύπτει από τη διάταξη των τιμών του συνόλου $\{x(m-k, n-l) : (k,l) \in \mathcal{D}\}$. Η μεσαία τιμή έχει δείκτη στο διαταγμένο σύνολο $(K+1)/2$, και ελαχιστοποιεί την κατ' απόλυτη τιμή απόκλιση

$$\sum_{k=-M}^{M} \sum_{l=-N}^{N} |y(m,n) - x(m-k, n-l)| = 0.$$

Το φίλτρο μεσαίας τιμής έχει τις ακόλουθες ιδιότητες:

- Μεσαία$[\alpha x(m,n)] = \alpha y(m,n)$
- Μεσαία$[\alpha + x(m,n)] = \alpha + y(m,n)$
- Μεσαία$[x_1(m,n)+x_2(m,n)]$ όχι υποχρεωτικά ίση με Μεσαία$[x_1(m,n)]$+Μεσαία$[x_2(m,n)]$

Η τελευταία ιδιότητα δείχνει ότι το φίλτρο μεσαίας τιμής δεν είναι γραμμικό. Η μη γραμμικότητα επιτρέπει τη διατήρηση των ακμών της εικόνας με ταυτόχρονη μείωση του θορύβου. Στο Σχήμα 9.4 δίδεται μία συνθετική εικόνα και το αποτέλεσμα της μείωσης του θορύβου μ' ένα φίλτρο μέσης τιμής και μ' ένα φίλτρο μεσαίας τιμής και τα δύο διαστάσεων 11×11.



(a) (b) (c)

Σχήμα 9.4: Μείωση του θορύβου με φίλτρο μέσης τιμής και με φίλτρο μεσαίας τιμής.

Αν κάνουμε τις ίδιες υποθέσεις για το σήμα και το θόρυβο, όπως αυτές που αναφέρθηκαν στην περίπτωση των γραμμικών φίλτρων, κι αν επιπλέον υποθέσουμε ότι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του θορύβου είναι συμμετρική, τότε η εμπειρική μεσαία τιμή είναι μια αμερόληπτη εκτιμήτρια της θεωρητικής μεσαίας τιμής, που επίσης ταυτίζεται με τη μέση τιμή. Αποδεικνύεται ότι η μείωση της διασποράς του θορύβου εξαρτάται από τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του θορύβου. Αποδεικνύεται ότι ο συντελεστής μείωσης του θορύβου, β, θα είναι:

1. Αν ο θόρυβος κατανέμεται ομοιόμορφα, $\beta = \frac{K+2}{3}$
2. Αν ο θόρυβος ακολουθεί την κανονική κατανομή, $\beta \approx \frac{2(K-1)+\pi}{\pi}$

3. Αν ο θόρυβος ακολουθεί την κατανομή Laplace[1], $\beta \approx 2K - 1$

Ο μεγαλύτερος συντελεστής μείωσης θορύβου στην περίπτωση της κατανομής Laplace εξηγείται λόγω του γεγονότος ότι η μεσαία τιμή αποτελεί την εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας για τη θεωρητική μέση, και ταυτόχρονα μεσαία, τιμή της μεταβλητής. Το φίλτρο μεσαίας τιμής έχει επίσης πολύ καλές επιδόσεις στην περίπτωση του κρουστικού θορύβου, που αλλοιώνει τις πραγματικές τιμές αθροιστικά και με ιδιαίτερα μεγάλες τιμές.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει επίσης ο συνδυασμός των φίλτρων μέσης (ή σταθμισμένης μέσης) τιμής με το φίλτρο μεσαίας τιμής, ώστε να αξιοποιηθούν κατά το δυνατό οι επιθυμητές ιδιότητες και των δύο, χωρίς τα μειονεκτήματα. Τέτοιο είναι το τροποποιημένο φίλτρο απόρριψης, όπου η απόρριψη ορισμένων τιμών γίνεται με χρήση του φίλτρου μεσαίας τιμής, και η μέση τιμή, ενδεχόμενα σταθμισμένη, δίδει την απόκριση περιοριζόμενη μόνο στις εναπομένουσες τιμές,

$$y(m,n) = \frac{\sum_{k=-M}^{M} \sum_{l=-N}^{N} h(k,l)\phi(x(m-k,n-l) - \text{Μεσαία}[x(m,n)])x(m-k,n-l)}{\sum_{k=-M}^{M} \sum_{l=-N}^{N} h(k,l)\phi(x(m-k,n-l) - \text{Μεσαία}[x(m,n)])} \tag{9.11}$$

όπου

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 & |x| \le \delta \\ 0 & |x| > \delta \end{cases}$$

Η τιμή του δ μπορεί να προσδιορισθεί με βάση τη διασπορά των τιμών, ή με βάση ένα ποσοστό απόρριψης.

9.3 Τονισμός ακμών

Ο τονισμός των ακμών μπορεί να γίνει είτε με κάποιο υψιπερατό φίλτρο, αν ο θόρυβος είναι χαμηλός, είτε με κάποιο ζωνοπερατό φίλτρο, αν ταυτόχρονα απαιτείται μείωση του θορύβου. Παράδειγμα υψιπερατού φίλτρου είναι η διακριτή υλοποίηση του λαπλασιανού (Laplacian) τελεστή

$$h(m,n) = \begin{cases} -4 & |m| + |n| = 0 \\ 1 & |m| + |n| = 1 \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \tag{9.12}$$

Το φίλτρο με κρουστική απόκριση $\delta(m,n) - \lambda h(m,n)$, όπου λ μία θετική σταθερά, δίδει στην έξοδό του μία εικόνα με τονισμένες ακμές. Ένα ζωνοπερατό φίλτρο μπορεί να υλοποιηθεί σαν μια διαφορά δύο βαθυπερατών φίλτρων. Συχνά ως βαθυπερατό φίλτρο χρησιμοποιείται το φίλτρο Gauss (Εξίσωση 9.9). Αρκεί να ληφθούν για τη διαφορά δύο διαφορετικές τιμές της παραμέτρου α. Όσο μεγαλύτερο είναι το α, τόσο πιο βαθυπερατό είναι το φίλτρο, δηλαδή τόσο πιο περιορισμένο είναι το εύρος των συχνοτήτων στην έξοδο του φίλτρου.

9.4 Μεγέθυνση και παρεμβολή

Πολλές φορές είναι επιθυμητή η μεγέθυνση ενός τμήματος μιας εικόνας. Η μεγέθυνση μπορεί να παρασταθεί με μία παρεμβολή μηδενικών στις θέσεις που λείπουν οι τιμές της εικόνας ακολουθούμενη

[1] Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας είναι

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{\sqrt{2}|x-\mu|}{\sigma}\right)$$

από ένα βαθυπερατό φίλτρο. Αν το φίλτρο είναι διαχωρίσιμο, με 1-Δ κρουστική απόκριση $h(.)$, και ζητείται μεγέθυνση επί δύο για τις διαστάσεις της εικόνας, τότε το αποτέλεσμα της μεγέθυνσης είναι

$$y(m,n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} h(m-2k)h(n-2l)x(k,l). \tag{9.13}$$

Η απόκριση στις συχνότητες είναι

$$Y(u,v) = H(u)H(v)X(2u,2v). \tag{9.14}$$

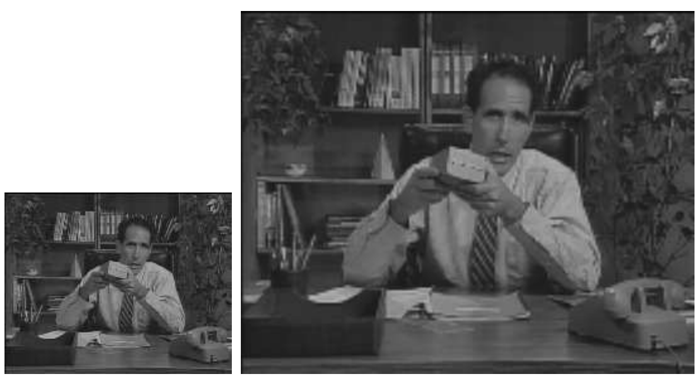
Αν $h(m) = 1$ για $m = 0$ ή $m = 1$, και $h(m) = 0$, αλλού, τότε η μεγέθυνση γίνεται με απλή αντιγραφή των τιμών της εικόνας. Διαφορετικά γίνεται παρεμβολή των τιμών της εικόνας στα σημεία όπου δεν διατίθενται τιμές. Κατάλληλο τέτοιο φίλτρο είναι αυτό της γραμμικής παρεμβολής

$$h(m,n) = \begin{cases} 1 & m^2+n^2=0 \\ 0,5 & m^2+n^2=1 \\ 0,25 & m^2+n^2=2 \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \tag{9.15}$$

Η σχέση εισόδου/εξόδου γίνεται

$$y(m,n) = \begin{cases} x(k,l) & m=2k, n=2l \\ \frac{1}{2}(x(k,l)+x(k+1,l)) & m=2k+1, n=2l \\ \frac{1}{2}(x(k,l)+x(k,l+1)) & m=2k, n=2l+1 \\ \frac{1}{4}(x(k,l)+x(k+1,l)+x(k,l+1)+x(k+1,l+1)) & m=2k+1, n=2l+1 \end{cases}$$

Στο Σχήμα 9.5 δίδεται το αποτέλεσμα της χρήσης του φίλτρου της εξίσωσης (9.15) για το διπλασιασμό του μεγέθους μιας εικόνας.



(a) (b)

Σχήμα 9.5: Διπλασιασμός του μεγέθους μιας εικόνας.

Παράρτημα: Διασπορά της μεσαίας τιμής

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της εκτιμήτριας της μεσαίας τιμής, M_k, είναι:

$$f_m(x) = \frac{(2k+1)!}{(k!)^2} F(x)^k (1 - F(x))^k f(x),$$

όπου $f(x)$ είναι συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της αρχικής μεταβλητής, $F(x)$ είναι η αθροιστική της πιθανότητα και $K = 2k+1$ είναι ο αριθμός των δεδομένων.

Θεωρούμε για την αρχική μεταβλητή ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. Ευρίσκουμε επομένως:

$$f_m(x) = \frac{(2k+1)!}{(k!)^2} \left(\frac{1}{4} - x^2\right)^k, |x| \le \frac{1}{2}.$$

Λόγω συμμετρίας προκύπτει εύκολα ότι η προσδοκητή τιμή της εκτιμήτριας της μεσαίας τιμής είναι μηδέν.

Δεδομένου ότι η ολική πιθανότητα είναι 1 θα έχουμε:

$$\int_{-1/2}^{1/2} \frac{(2k+1)!}{(k!)^2} \left(\frac{1}{4} - x^2\right)^k dx = 1.$$

Οπότε η διασπορά της M_k θα είναι:

$$\mathrm{var}\{M_k\} = \int_{-1/2}^{1/2} \frac{(2k+1)!}{(k!)^2} x^2 \left(\frac{1}{4} - x^2\right)^k dx$$

$$= \frac{(2k+1)!}{(k!)^2} \left(\frac{1}{4} \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{1}{4} - x^2\right)^k dx - \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{1}{4} - x^2\right)^{k+1} dx \right)$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{(2k+1)!}{(k!)^2} \frac{((k+1)!)^2}{(2k+3)!} = \frac{1}{4} - \frac{k+1}{2(2k+3)} = \frac{1}{4(2k+3)}.$$

Αφού η διασπορά της αρχικής μεταβλητής είναι $\frac{1}{12}$, ο συντελεστής μείωσης του θορύβου με χρήση της μεσαίας τιμής θα είναι:

$$\beta = \frac{2k+3}{3} = \frac{K+2}{3}.$$

Ασκήσεις

1. Δίδεται μία εικόνα 8×8 σημείων ως ακολούθως.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	2	2	2	3	4
1	1	1	2	2	2	3	4
1	1	1	2	2	3	3	5
1	1	1	2	2	3	3	5
1	1	2	2	2	3	4	6
1	1	2	2	2	3	4	7

Ζητείται η τροποποίηση των τιμών της εικόνας ώστε να εξισορροπηθεί το ιστόγραμμα στο διάστημα μεταξύ 0 και 7.

2. Θεωρείστε το γραμμικό φίλτρο του οποίου η απόκριση στο δισδιάστατο (2-Δ) σήμα $x(m,n)$ είναι $y(m,n)$, ώστε

$$y(m,n) = \frac{1}{16} \sum_{k=-1}^{1} \sum_{l=-1}^{1} g(|k|+|l|)x(m-k,n-l),$$

όπου $g(0) = 4$, $g(1) = 2$ και $g(2) = 1$.

(a) Είναι το παραπάνω φίλτρο αμετάβλητο σε μετατόπιση; Δώστε την κρουστική απόκριση του φίλτρου, και το μετασχηματισμό Fourier της κρουστικής απόκρισης.

(b) Είναι το φίλτρο αυτό διαχωρίσιμο; Σε αριθμητική ακεραίων αριθμών, πως μπορεί να υλοποιηθεί το φίλτρο χωρίς πολλαπλασιασμούς; Πόσες προσθέσεις απαιτούνται ανά σημείο;

Δίδεται ότι η διασπορά του θορύβου στην έξοδο ενός φίλτρου $h(m,n)$ είναι

$$\sigma_h^2 = \sigma^2 \sum_{(m,n) \in Z^2}\sum h^2(m,n),$$

όπου σ^2 είναι η διασπορά του θορύβου στην είσοδο του φίλτρου.

(c) Ποιά είναι η διασπορά του θορύβου στην έξοδο του παραπάνω φίλτρου;

(d) Ποιό ανεπιθύμητο αποτέλεσμα μπορεί να έχει η χρήση αυτού του φίλτρου για μείωση του θορύβου;

Για την τοπική προσαρμογή στις διαφορετικές περιοχές της εικόνας, θεωρείστε τη συνάρτηση $\phi(\psi) = \begin{cases} 0 & |\psi| > \delta \\ 1 & |\psi| \leq \delta \end{cases}$ και το φίλτρο με την ακόλουθη απόκριση

$$y(m,n) = \frac{\sum_{k=-1}^{1}\sum_{l=-1}^{1} \phi(x(m-k,n-l)-x(m,n))g(|k|+|l|)x(m-k,n-l)}{\sum_{k=-1}^{1}\sum_{l=-1}^{1} \phi(x(m-k,n-l)-x(m,n))g(|k|+|l|)}.$$

(e) Είναι αυτό το φίλτρο γραμμικό;

3. Δίδονται τα ακόλουθα δισδιάστατα διακριτά σήματα ($(m,n) \in \mathbb{Z}^2$):

$$u(m,n) = \begin{cases} 1 & m \geq 0 \text{ και } n \geq 0 \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$s_0(m,n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$s_1(m,n) = \begin{cases} 1 & m+n \geq 0 \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

(a) Να ευρεθεί η απόκριση στα παραπάνω σήματα του φίλτρου ενδιάμεσης τιμής για τα ακόλουθα σύνολα σημείων: $\mathcal{D}_1 = \{(k,l) : k^2+l^2 \leq 1\}$ και $\mathcal{D}_2 = \{(k,l) : k^2+l^2 \leq 2\}$, και επίσης η απόκριση σ'ενα διαχωρίσιμο φίλτρο μεσαίας τιμής τριών σημείων για κάθε συντεταγμένη. Για ποιά φίλτρα τα παραπάνω σήματα παραμένουν αναλλοίωτα; Με παρουσία ανεξάρτητου αθροιστικού ομοιόμορφα κατανεμημένου θορύβου, ποιός είναι ο συντελεστής μείωσης του θορύβου για τις τρεις περιπτώσεις φίλτρου ενδιάμεσης τιμής;

(b) Να ευρεθεί η απόκριση στα παραπάνω σήματα των ακόλουθων δύο φίλτρων υλοποίησης του λαπλασιανού τελεστή:

$$h_1(m,n) = \begin{cases} -4 & m^2+n^2 = 0 \\ 1 & m^2+n^2 = 1 \\ 0 & m^2+n^2 > 1 \end{cases}$$

$$h_2(m,n) = \begin{cases} -4 & m^2+n^2 = 0 \\ 0,5 & m^2+n^2 = 1 \text{ είτε } m^2+n^2 = 2 \\ 0 & m^2+n^2 > 2 \end{cases}$$

Συγκρίνετε τη συμπεριφορά των δύο φίλτρων σε γωνίες και την ευαισθησία τους στην κατεύθυνση μιας ευθείας. Στην περίπτωση ύπαρξης ανεξάρτητου αθροιστικού θορύβου, τα παραπάνω φίλτρα τον μειώνουν ή τον ενισχύουν, και με ποιό συντελεστή;

Σημειώματα

Σημείωμα αναφοράς

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.