



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

# Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνων

**Ενότητα # 18:** Αποκατάσταση εικόνων

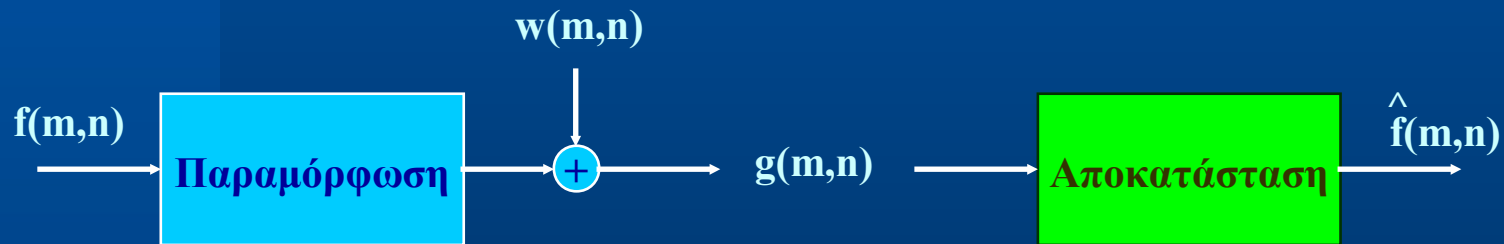
Καθηγητής Γιώργος Τζιρίτας

Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

# Αποκατάσταση εικόνων

Παραμόρφωση:

- κακή εστίαση
- κίνηση κατά τη λήψη
- ατμοσφαιρικές διαταραχές



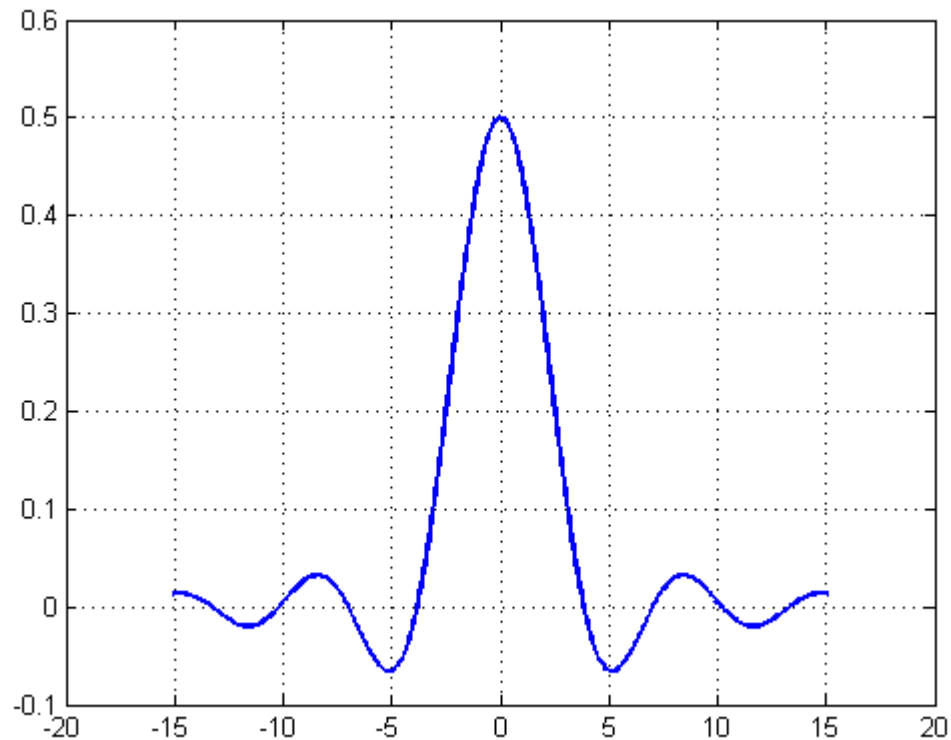
$$g(m, n) = \sum_{m'} \sum_{n'} h(m - m', n - n') f(m', n') + w(m, n)$$

# Παραμόρφωση εικόνων

Κακή εστίαση  
ακτίνας  $r$

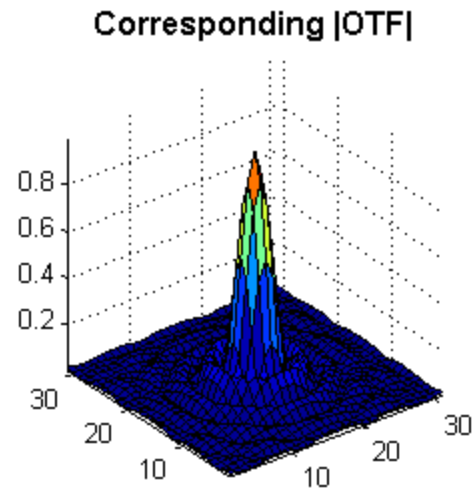
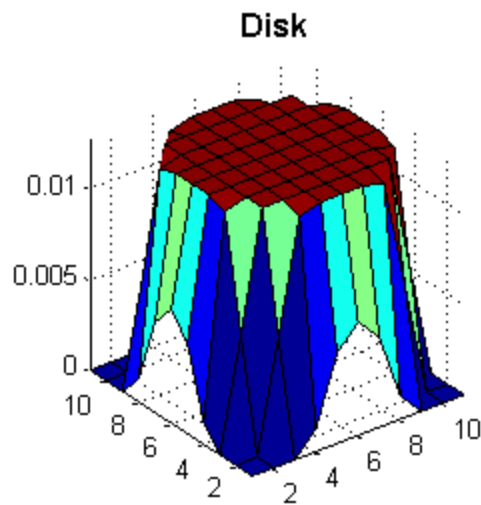
$$h(x, y) = \frac{1}{\pi r^2}, \quad x^2 + y^2 \leq r^2$$

$$H(u, v) = \frac{\mathcal{J}_1(r\rho)}{r\rho}, \quad \rho = \sqrt{u^2 + v^2}$$



# Παραμόρφωση εικόνων

## Κακή εστίαση ακτίνας $\rho$



# Παραμόρφωση εικόνων

Κίνηση κατά τη λήψη στην κατεύθυνση  $\theta$  κατά  $L$

$$h(x, y) = \frac{1}{L} \Pi_1\left(\frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{L}\right) \delta(-x \sin \theta + y \cos \theta)$$

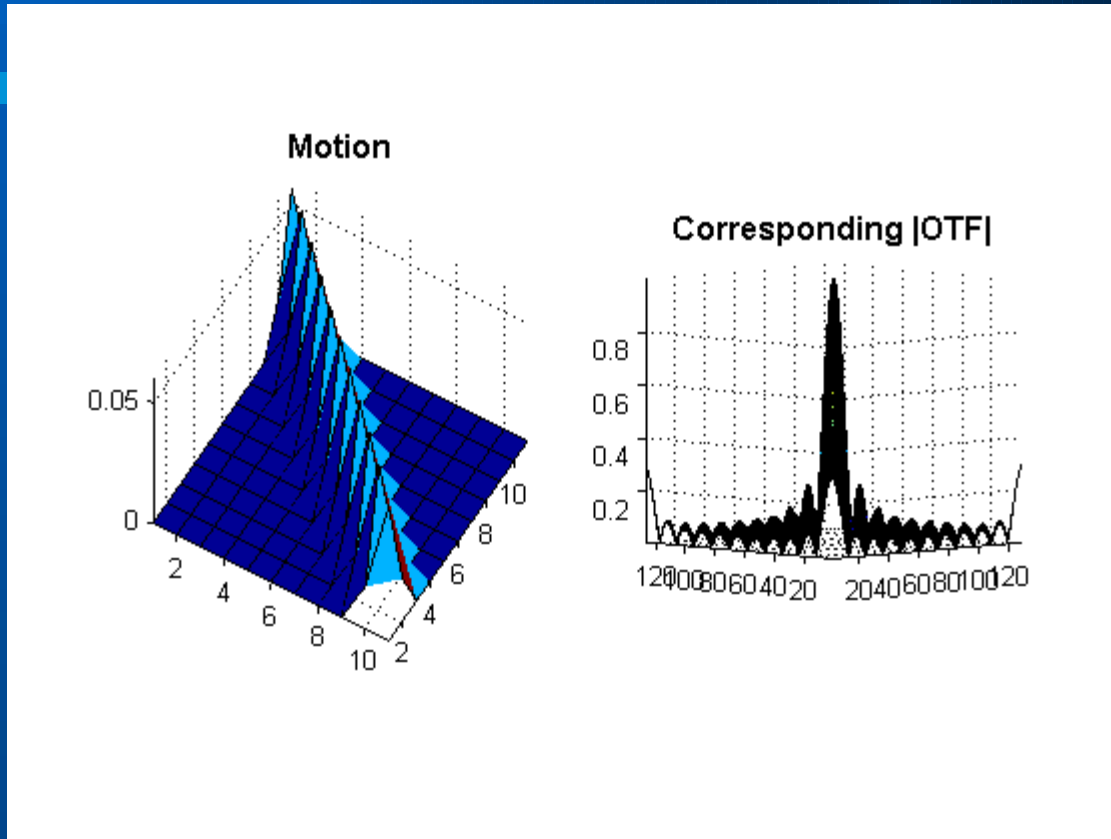
$$H(u, v) = \text{sinc}(\pi L(u \cos \theta + v \sin \theta))$$

he actions are few and p  
efined to a larger colle  
ential to retain the str  
efinement. Because of t  
level will greatly infl  
re is insufficient infor  
e should decide as littl  
be made in an arbitrary

he actions are few and p  
efined to a larger colle  
ential to retain the str  
efinement. Because of t  
level will greatly infl  
re is insufficient infor  
e should decide as littl  
be made in an arbitrary

# Παραμόρφωση εικόνων

Κίνηση κατά τη λήψη στην κατεύθυνση  $\theta$  κατά  $L$



# Παραμόρφωση εικόνων

Ατμοσφαιρικές διαταραχές

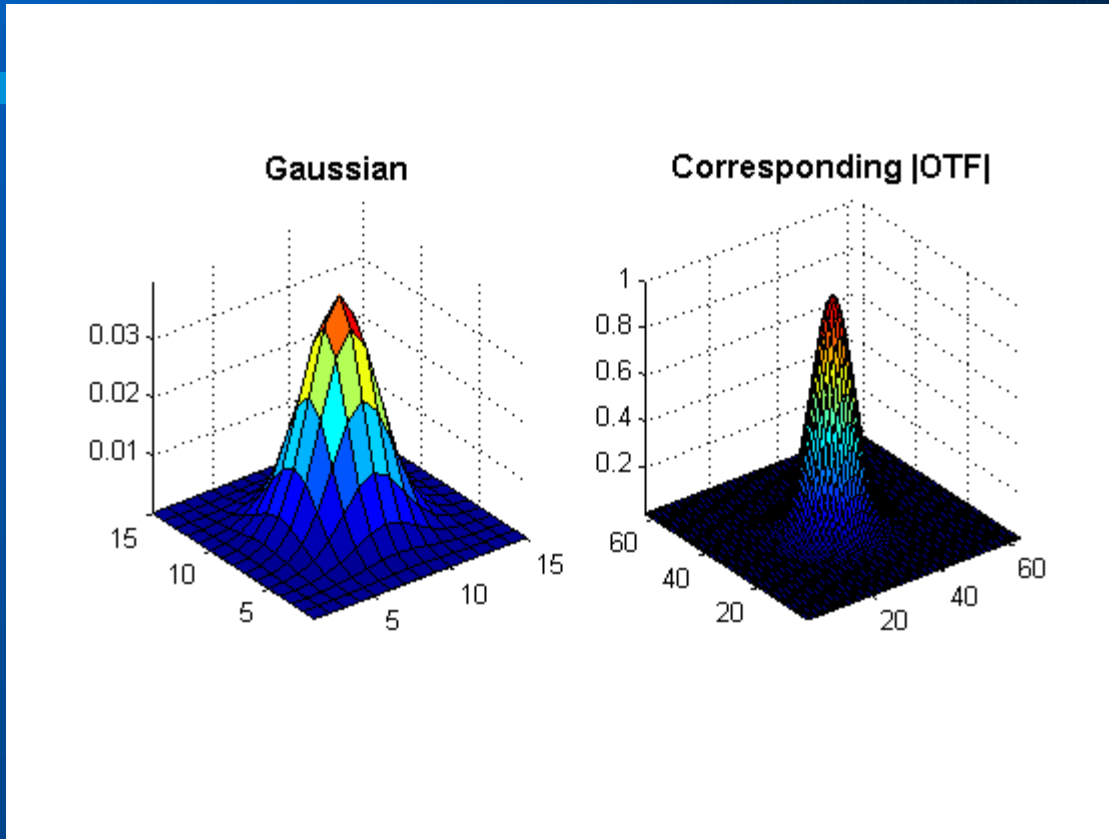
$$H(u, v) = e^{-2\pi^2\alpha^2(u^2+v^2)}$$

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi\alpha^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\alpha^2}}$$



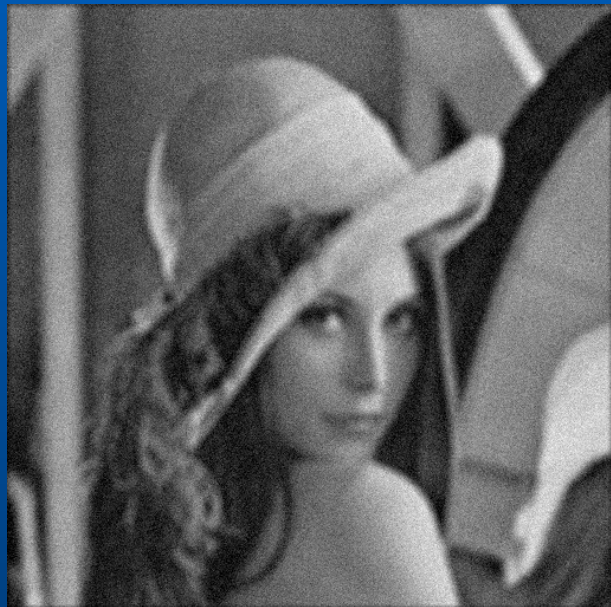
# Παραμόρφωση εικόνων

## Ατμοσφαιρικές διαταραχές

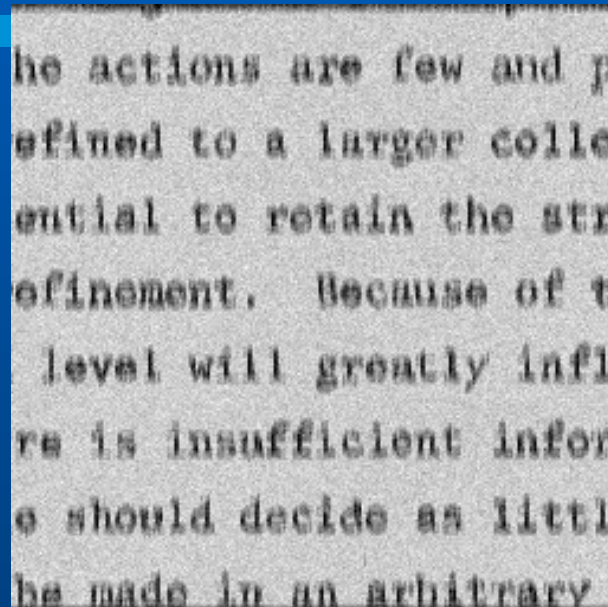




# Παραμόρφωση εικόνων και θόρυβος



$r = 5$



$L = 5$ , κατακόρυφα



$\alpha = 2$

Τυπική απόκλιση θορύβου : 0,05

# Αντίστροφο φίλτρο

$$\sum_{m'} \sum_{n'} h^{(-1)}(m - m', n - n') h(m', n') = \delta(m, n)$$

$$H^{(-1)}(u, v) H(u, v) = 1$$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}$$

# Βαθυπερατό και αντίστροφο φίλτρο



# Ψευδο-αντίστροφο φίλτρο

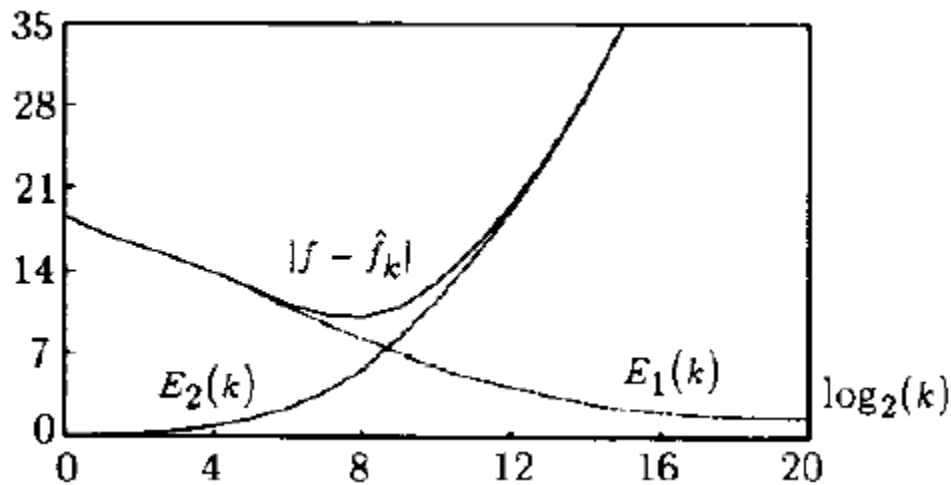
$$\hat{f} = (H^T H)^{-1} H^T g$$

Υλοποίηση με χρήση μετασχηματισμού Fourier

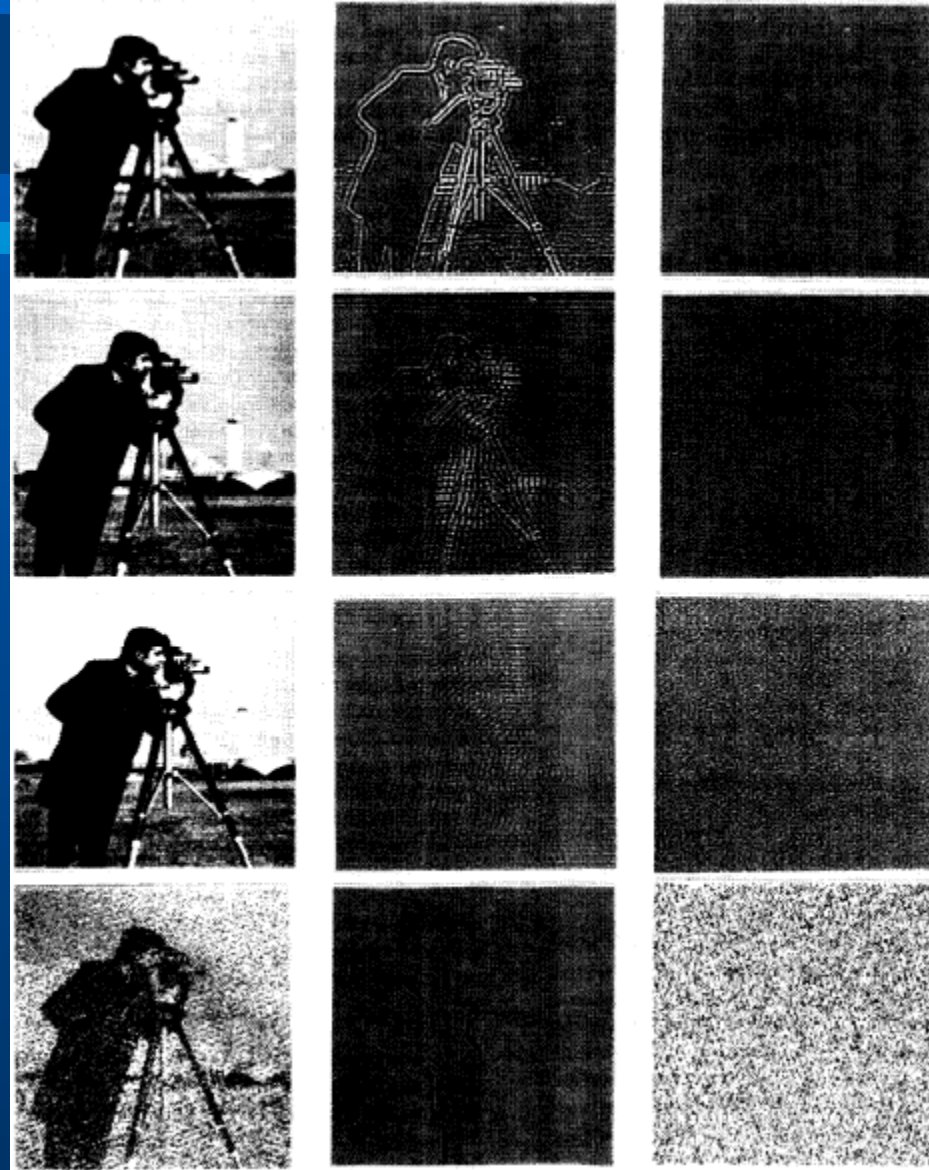
$$\hat{F}(u, v) = \frac{H^*(u, v)G(u, v)}{|H(u, v)|^2}, \quad H(u, v) \neq 0$$

# Επαναληπτική αντιστροφή

$$\begin{aligned}\hat{f}_{k+1} &= \beta H^*g + (I - \beta H^*H)\hat{f}_k \\ &= \hat{f}_k + \beta H^*(g - H\hat{f}_k).\end{aligned}$$



Biemond, Legendijk and Mersereau,  
“Iterative methods for image deblurring”,  
Proc. IEEE, 1990



# Γενικευμένη αντιστροφή

$$f^\# = H^\# g$$

Συνθήκες Moore-Penrose

$$\begin{aligned} H H^\# H &= H \\ H^\# H H^\# &= H^\# \\ (H H^\#)^T &= H H^\# \\ (H^\# H)^T &= H^\# H \end{aligned}$$

Ανάλυση

$$H = U \Lambda V^T, \text{ με } U^T U = \mathbf{I} \text{ και } V^T V = \mathbf{I}$$

Γενικευμένος αντίστροφος

$$H^\# = \sum_{r=1}^R \frac{1}{\lambda_r} v_r u_r^T$$

Ιδιάζουσες τιμές

$$\{\lambda_1, \dots, \lambda_R\}$$

Αποκατάσταση

$$f^\# = \sum_{r=1}^R \frac{1}{\lambda_r} \langle g, u_r \rangle v_r$$

# Εξομάλυνση

Καλές συνθήκες επίλυσης αντίστροφου προβλήματος:

- υπάρχει λύση
- η λύση είναι μοναδική
- η λύση είναι σταθερή

Συνθήκες ευστάθειας ή εξομάλυνσης

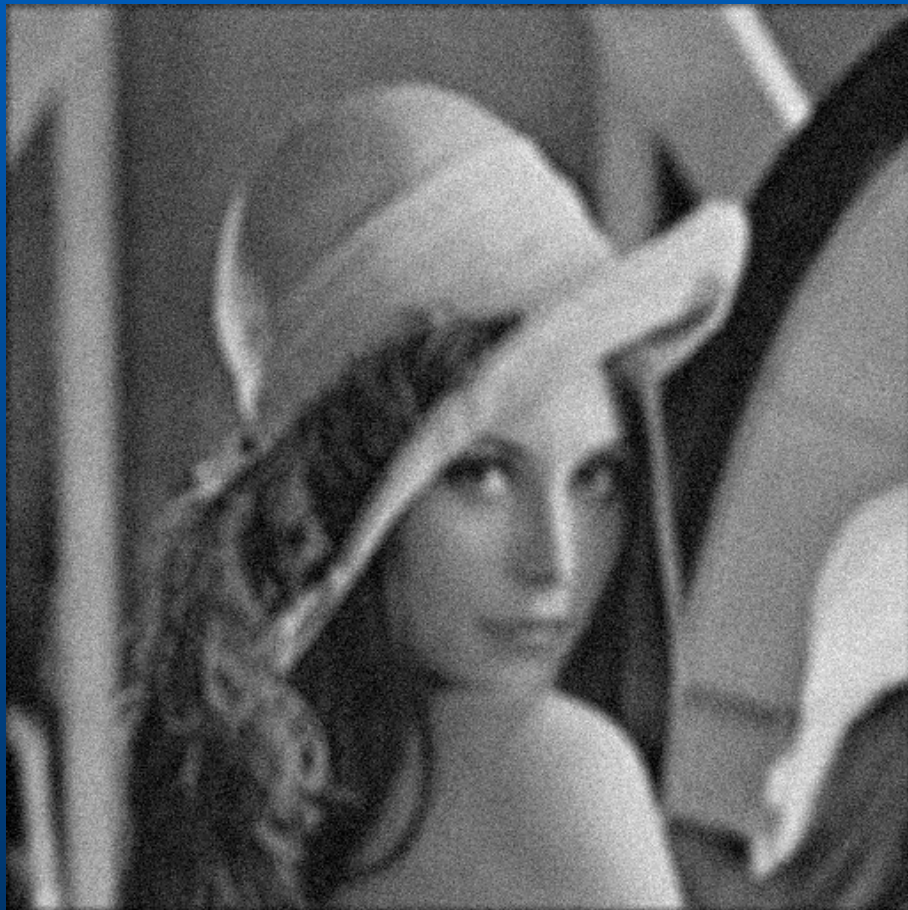
Μικρή μεταβολή μέτρου κλίσης

$$f = (H^T H + \mu(D_x^T D_x + D_y^T D_y))^{-1} H^T g$$

Μικρή μεταβολή Λαπλασιανής

$$f = (H^T H + \mu L^T L)^{-1} H^T g$$

# Εξομάλυνση με λαπλασιανό τελεστή





# Εξομάλυνση με λαπλασιανό τελεστή

he actions are few and p  
efined to a larger colle  
ential to retain the str  
efinement. Because of t  
level will greatly infl  
re is insufficient infor  
e should decide as littl  
be made in an arbitrary

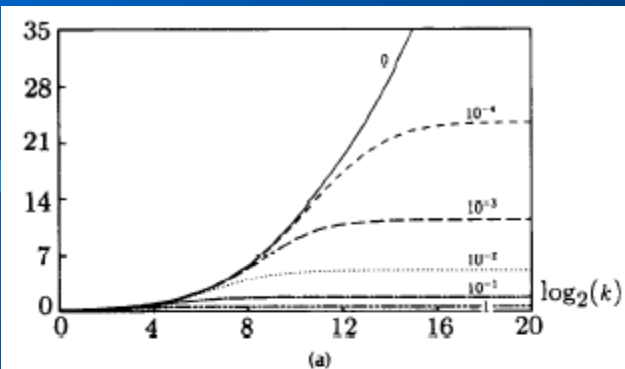
he actions are few and p  
efined to a larger colle  
ential to retain the str  
efinement. Because of t  
level will greatly infl  
re is insufficient infor  
e should decide as littl  
be made in an arbitrary

# Εξομάλυνση με λαπλασιανό τελεστή

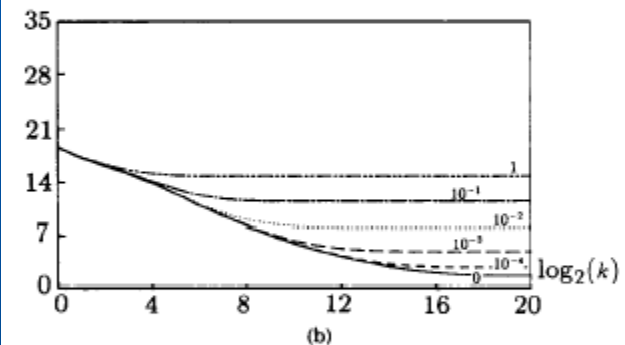


# Επαναληπτική λύση εξομάλυνσης

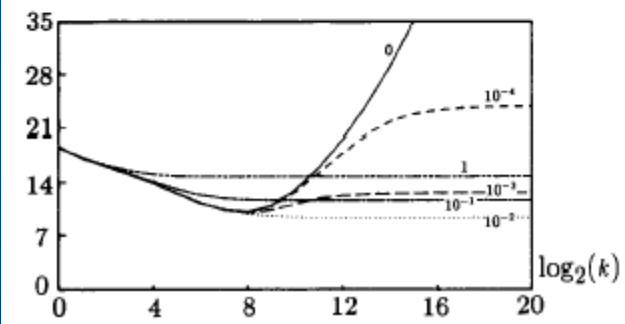
Ενίσχυση θορύβου



Σφάλμα εξομάλυνσης



Συνολικό σφάλμα



Biernond, Legendijk and Mersereau,  
“Iterative methods for image deblurring”,  
Proc. IEEE, 1990

# Φίλτρο Wiener

Εξομάλυνση με γνωστά τα φάσματα ισχύος σήματος και θορύβου

Απλούστευση

$$\hat{F}(u,v) = \frac{H^*(u,v) G(u,v)}{|H(u,v)|^2 + \lambda}$$

# Φίλτρο Wiener



# Φίλτρο Wiener

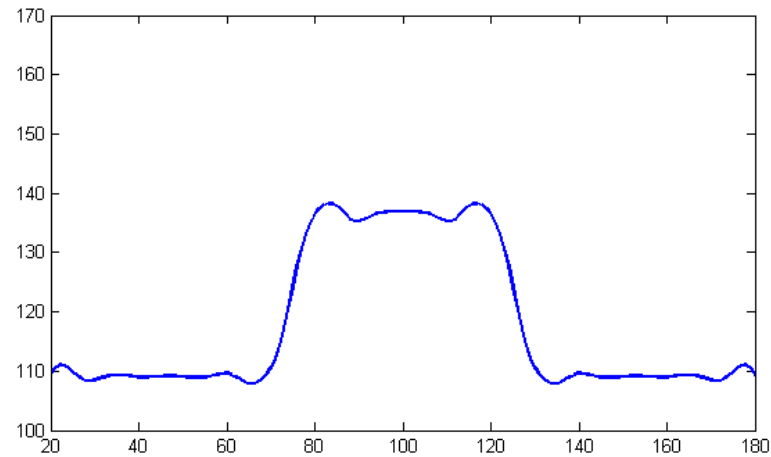
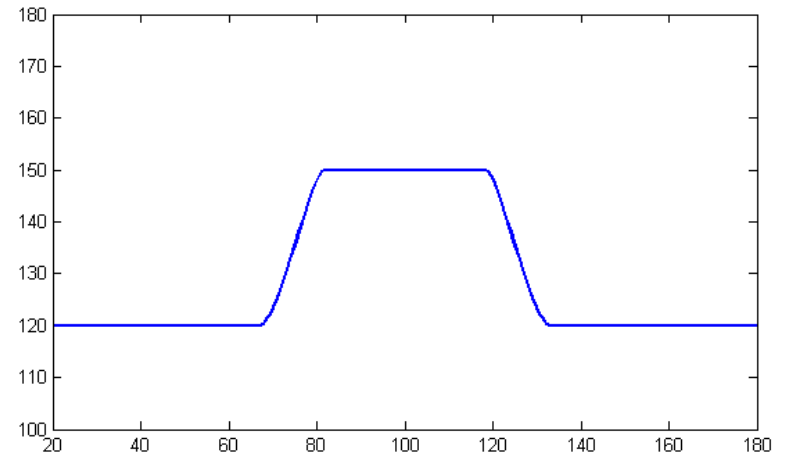
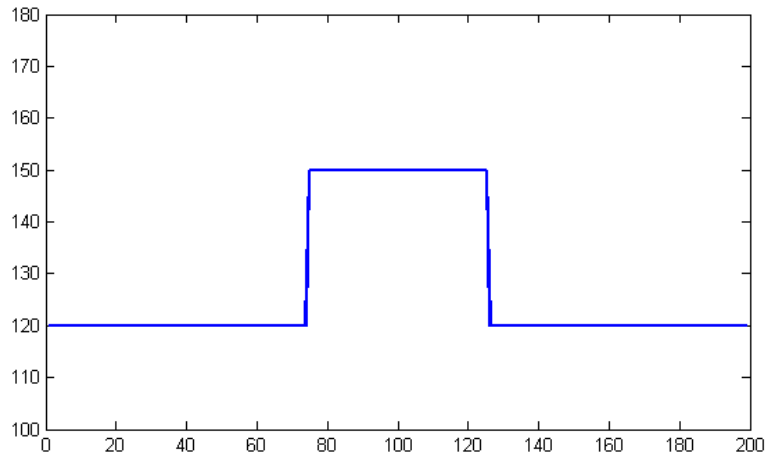
he actions are few and p  
efined to a larger colle  
ential to retain the str  
efinement. Because of t  
level will greatly infl  
re is insufficient infor  
e should decide as littl  
be made in an arbitrary

he actions are few and p  
efined to a larger colle  
ential to retain the str  
efinement. Because of t  
level will greatly infl  
re is insufficient infor  
e should decide as littl  
be made in an arbitrary

# Φίλτρο Wiener



# Ταλάντωση ακμών





# Τοπική προσαρμογή

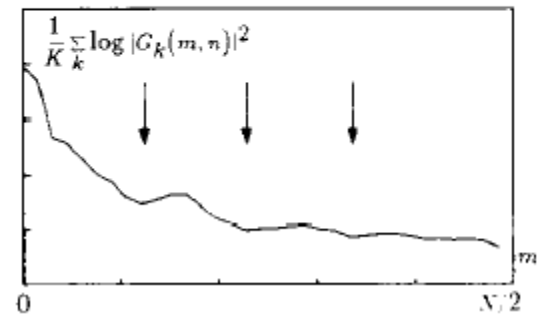
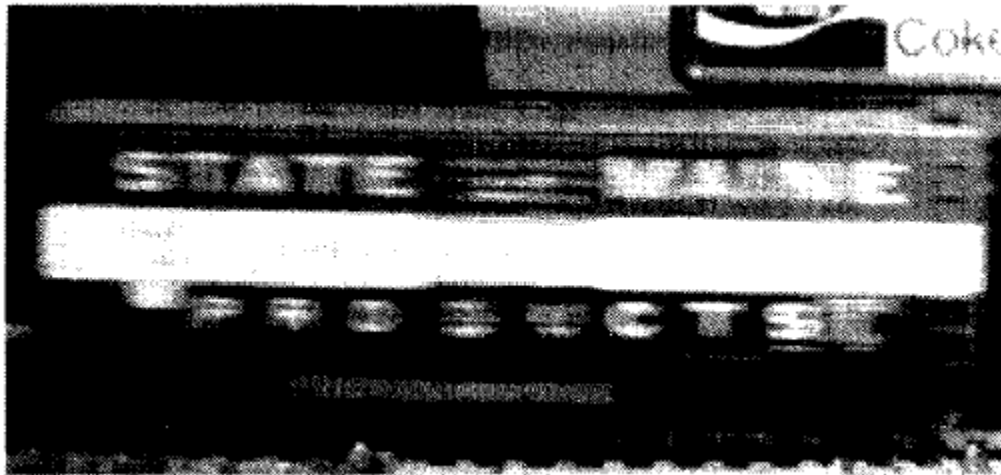
Εξομάλυνση προσαρμοσμένη στις ακμές

Υλοποιείται άμεσα με επαναληπτικές μεθόδους επίλυσης

Επιπλέον προβολή της λύσης σε ένα σύνολο αποδεκτών λύσεων

# Ταυτοποίηση της παραμόρφωσης

$$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \log |G_k(m, n)|^2$$
$$\approx \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \log |F_k(m, n)|^2 + \log |H(m, n)|^2$$



Biemond, Lagendijk and Mersereau,  
“Iterative methods for image deblurring”,  
Proc. IEEE, 1990

# Ταυτόχρονη αναγνώριση και αποκατάσταση

Εκτίμηση δύο γραμμικών μοντέλων :

- αρχικής εικόνας (γραμμικό μαρκοβιανό)
- συστήματος παραμόρφωσης

Πλεονεκτήματα :

- γραμμικές εξισώσεις
- ανεξάρτητη εκτίμηση

Προβλήματα :

- αριθμός παραμέτρων
- εξάρτηση από την αρχικοποίηση

# Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



**Σημειώματα**

# Σημείωμα αδειοδότησης

- Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>



- Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:
  - που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
  - που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
  - που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο
- Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, Καθηγητής Γιώργος Τζιρίτας. «Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνων - Αποκατάσταση εικόνων». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:  
<http://www.csd.uoc.gr/~hy471/>.



# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/2)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

**Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες**

Οι εικόνες προέρχονται από την ιστοσελίδα:

[http://www.imageprocessingplace.com/root\\_files\\_V3/image\\_databases.htm](http://www.imageprocessingplace.com/root_files_V3/image_databases.htm)

εκτός εάν αναφέρεται συγκεκριμένη διαφορετική πηγή

Διαφάνειες 12,18,25: Biemond, Lagendijk and Mersereau, “Iterative methods for image deblurring”, Proc. IEEE, 1990

# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/2)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

**Πίνακες**