



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

---

## Προχωρημένα Εργαστήρια Φυσικής Ι

Ελευθέριος Ηλιόπουλος

Τμήμα Φυσικής

---

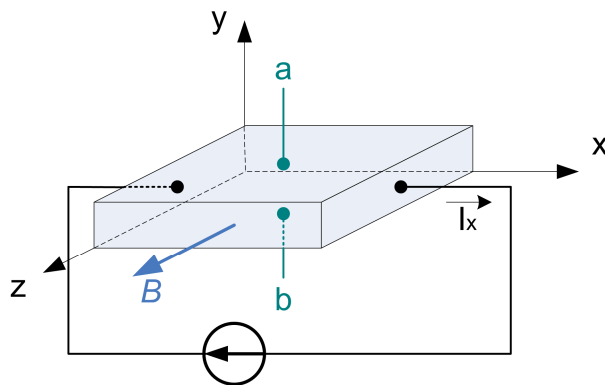
## Πείραμα III Φαινόμενο Hall

Ο σκοπός του πειράματος είναι η παρατήρηση του φαινομένου Hall σε θερμοκρασία δωματίου σε ένα λεπτό υμένιο ημιαγωγού και η χρήση του φαινομένου για τη μέτρηση των χαρακτηριστικών ιδιοτήτων του όπως το είδος, η πυκνότητα και η ευκινησία των φορέων του.

### Θεωρητική Εισαγωγή

#### Κλασσικό φαινόμενο Hall

Ας θεωρήσουμε ένα σώμα (αγωγό ή ημιαγωγό) σε σχήμα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις όπως φαίνεται στο Σχ. 1. Δύο απέναντι πλευρές του συνδέονται με πηγή διαφοράς δυναμικού  $V$  και το δείγμα διαρρέεται από ρεύμα  $I_x$ . Κάθετα στη φορά του ρεύματος και παράλληλα προς τον άξονα του  $z$  εφαρμόζεται μαγνητικό πεδίο μέτρου  $B$ . Στους φορείς του ρεύματος (ηλεκτρόνια - οπές), λόγω της κίνησής τους κάθετα προς το μαγνητικό πεδίο, εξασκείται δύναμη  $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$  όπου  $\vec{v}$  η ταχύτητα του φορέα και  $q = \pm q_e$  για οπές ή ηλεκτρόνια ( $q_e$  η απόλυτη τιμή του φορτίου του ηλεκτρονίου)



Σχήμα 1

Η δύναμη  $\vec{F}$  είναι κατά τον άξονα των  $y$  και έχει την ίδια φορά και για τα δύο είδη φορέων γιατί εξαρτάται από το γινόμενο  $q \cdot \vec{v}$ . Λόγω της δύναμης  $\vec{F}$  οι φορείς εκτρέπονται κατά τον άξονα των  $y$  και τείνουν (το σώμα έχει πεπερασμένες διαστάσεις) να συσσωρευτούν στην ίδια πλευρά. Έτσι δημιουργείται ένα ηλεκτρικό πεδίο  $\vec{E}_H$  (πεδίο Hall) το οποίο εμποδίζει την παραπέρα συσσώρευση του φορτίου. Μεταξύ των ακροδεκτών  $a$  και  $b$  εμφανίζεται διαφορά δυναμικού  $V_H$ , η λεγόμενη τάση Hall. Αυτή είναι ανάλογη του μέτρου του μαγνητικού πεδίου και της έντασης του ρεύματος, που διαρρέει το δείγμα. Ο συντελεστής αναλογίας λέγεται συντελεστής Hall. Η μέτρηση της τάσης Hall δίνει συμπεράσματα για το είδος, τον αριθμό και την ευκινησία των φορέων του δείγματος.

Όπως είναι γνωστό, η κίνηση ενός σωματιδίου φορτίου  $q$  και μάζας  $m$  υπό την επίδραση ενός μαγνητικού και ενός ηλεκτρικού πεδίου καθορίζεται από τη δύναμη Lorentz:

$$\vec{F}_L = m \cdot \vec{\gamma} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (\text{Εξ.1})$$

Η κίνηση, ενός σωματιδίου, σε ένα στερεό σώμα διαφέρει από την κίνησή του στο κενό. Το σωματίδιο κινείται στο περιοδικό δυναμικό των ιόντων του σώματος. Η εξέταση της κίνησης αυτής με την κβαντομηχανική δείχνει πως, σε πρώτη προσέγγιση μπορεί να χρησιμοποιηθεί η εξίσωση Εξ.1 αν η μάζα  $m$  του σωματιδίου αντικατασταθεί από μία ενεργό μάζα  $m^*$ .

Επιπλέον, το σωματίδιο συγκρούεται συνεχώς με τις προσμίξεις και τα ιόντα του στερεού. Αποτέλεσμα αυτών των κρούσεων είναι η αλλαγή της τροχιάς του και ο μηδενισμός της ταχύτητάς του μετά από κάθε κρούση. Έτσι, στην κατάσταση δυναμικής ισορροπίας οι φορείς εμφανίζονται να κινούνται με μία μέση ταχύτητα  $\bar{v}_\mu$ , ως αποτέλεσμα της  $\vec{F}_L$  και μιας δύναμης τριβής λόγω των κρούσεων. Αν  $\tau$  είναι ο μέσος χρόνος μεταξύ των διαδοχικών κρούσεων, η μέση ταχύτητα που αποκτούν οι φορείς κατά τη διάρκεια αυτού είναι:

$$\bar{v}_\mu = \frac{\vec{\gamma} \cdot \tau}{2} = \frac{q\tau}{2m^*} \cdot (\vec{E} + \bar{v}_\mu \times \vec{B}) = \mu \cdot (\vec{E} + \bar{v}_\mu \times \vec{B}) \quad (\text{Εξ.2})$$

όπου  $\mu = \frac{q_e \cdot \tau}{2m^*}$  η λεγόμενη **ευκινησία του φορέα**.

Για ηλεκτρόνια, η Εξ.2 παίρνει τη μορφή

$$\bar{v}_e = -\mu_e \cdot (\vec{E} + \bar{v}_e \times \vec{B}) \quad (\text{Εξ.3})$$

και για οπές

$$\bar{v}_h = \mu_h \cdot (\vec{E} + \bar{v}_h \times \vec{B}) \quad (\text{Εξ.4})$$

### Στερεό σώμα μ' ένα είδος φορέων

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε την περίπτωση δείγματος μ' ένα μόνο είδος φορέων π.χ. ηλεκτρόνια (μεταλλικός αγωγός, ημιαγωγός τύπου η).

Από την Εξ.3 έχουμε, για τη γεωμετρία του Σχ. 1:

$$\begin{aligned} v_{e,x} &= -\mu_e \cdot (E_x + v_{e,y} B) \\ v_{e,y} &= -\mu_e \cdot (E_y - v_{e,x} B) \\ v_{e,z} &= -\mu_e E_z \end{aligned} \quad (\text{Εξς.5})$$

Από τις Εξς.5 βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} v_{e,x} &= \frac{-\mu_e}{1 + \mu_e^2 B^2} \cdot (E_x - \mu_e B E_y) \\ v_{e,y} &= \frac{-\mu_e}{1 + \mu_e^2 B^2} \cdot (E_y + \mu_e B E_x) \end{aligned} \quad (\text{Εξς.6})$$

Η πυκνότητα ρεύματος είναι ίση με  $\vec{J}_e = \rho_e \cdot \bar{v}_e = -q_e \cdot n_e \cdot \bar{v}_e$ , όπου  $n_e$  η αριθμητική πυκνότητα των φορέων. Οπότε, για τις συνιστώσες της πυκνότητας του ρεύματος κατά τον x- και y-άξονα έχουμε:

$$J_{e,x} = \frac{q_e n_e \mu_e}{1 + \mu_e^2 B^2} \cdot (E_x + \mu_e B E_y) \quad (\text{Εξ.7α})$$

$$J_{e,y} = \frac{q_e n_e \mu_e}{1 + \mu_e^2 B^2} \cdot (E_y - \mu_e B E_x) \quad (\text{Εξ.7β})$$

Κατά τον  $y$ -άξονα έχουμε ρεύμα και  $J_{e,y} = 0$ , επομένως από Εξ.7β έχουμε:

$$E_y = \mu_e B E_x \quad (\text{Εξ.8})$$

και αντικαθιστώντας στην Εξ.7α παίρνουμε:

$$J_{e,x} = q_e n_e \mu_e E_x \quad (\text{Εξ.9})$$

Από τις σχέσεις (2.8) και (2.9) και τον ορισμό του συντελεστή Hall παίρνουμε για ηλεκτρόνια:

$$R_e = \frac{E_y}{J_{e,x} \cdot B} = -\frac{1}{n_e \cdot q_e} \quad (\text{Εξ.10})$$

Αν ο αγωγός είχε μόνο οπές

$$R_h = \frac{1}{n_h \cdot q_e} \quad (\text{Εξ.11})$$

Επομένως ο συντελεστής Hall εξαρτάται μόνο από το πρόσημο και την πυκνότητα των φορέων φορτίου.

Στα παραπάνω θεωρήθηκε πως όλοι οι φορείς έχουν την ίδια ταχύτητα  $\bar{v}$ . Αν ληφθεί υπόψη η κατανομή των ταχυτήτων των φορέων οι παραπάνω εκφράσεις πολλαπλασιάζονται με τον παράγοντα  $3\pi/8$  (με την προϋπόθεση ότι η μέση ελεύθερη διαδρομή των φορέων μέσα στο μέσο είναι ανεξάρτητη της ταχύτητας όπως π.χ. συμβαίνει στην περίπτωση θερμικών σκεδάσεων).

Η Εξ.9 υποδεικνύει ότι η αγωγιμότητα δεν εξαρτάται από το μαγνητικό πεδίο (όταν βέβαια και η ευκινησία δεν εξαρτάται από το μαγνητικό πεδίο).

### Στερεό σώμα με δύο είδη φορέων.

Το παραπάνω αποτελέσματα μπορούν εύκολα να γενικευτούν για την περίπτωση που υπάρχουν και τα δύο είδη φορέων (ηλεκτρόνια – οπές) με διαφορετικές ευκινησίες.

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία, βρίσκουμε τελικά ότι ο συντελεστής Hall δίνεται από τον τύπο:

$$R_H = \frac{n_h \cdot \mu_h^2 - n_e \cdot \mu_e^2}{q_e \cdot (n_e \cdot \mu_e + n_h \cdot \mu_h)^2} \quad (\text{Εξ.12})$$

Για σώμα με  $n_e = n_h = n_i$  ( ενδογενής ημιαγωγός), ο συντελεστής Hall γίνεται:

$$R_{H(i)} = \frac{1}{q_e \cdot n_i} \cdot \frac{\mu_h - \mu_e}{\mu_h + \mu_e}$$

### Μαγνητοαντίσταση

Η ειδική αντίσταση  $\rho = \frac{1}{q_e \cdot (n_e \mu_e + n_h \mu_h)}$  των μετάλλων όσο και των ημιαγωγών

μεταβάλλεται όταν τοποθετηθούν σε μαγνητικό πεδίο. Αυτό το φαινόμενο λέγεται μαγνητοαντίσταση. Η σχετική μεταβολή της ειδικής αντίστασης  $\Delta\rho/\rho_0$  είναι ανάλογη του τετραγώνου της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $B^2$ , για ασθενή πεδία, αλλά αυξάνεται λιγότερο γρήγορα με το  $B$  για ισχυρά πεδία. Κατά προσέγγιση είναι  $\rho = \rho_0 \cdot (1 + \mu_e \mu_h B^2)$ . Στο πείραμά μας μπορούμε να υποθέσουμε ότι  $\rho \approx \rho_0$  εφόσον  $\mu_e B \ll 1$  και  $\mu_h B \ll 1$ .

Η μαγνητοαντίσταση είναι ισχυρότερη σε χαμηλές θερμοκρασίες. Είναι σχετικά χαμηλή σε απλά μονοσθενικά μέταλλα όπως ο Au, αλλά είναι πολύ μεγαλύτερη σε πιο σύνθετα μέταλλα όπως Bi, Sb και As.

## Πειραματικές μετρήσεις

### Όργανα

Ηλεκτρομαγνήτης (πηνίο)  
Τροφοδοτικό DC ρεύματος πηνίου  
Τροφοδοτικό DC ρεύματος δείγματος  
Καθετήρας Hall  
Δείγμα ημιαγωγού (GaAs)  
Μιλλιβολτόμετρο  
Αμπερόμετρο  
Μιλλιαμπερόμετρο

**Προσοχή:** Απομαγνητίζετε συχνά τον πυρήνα των πηνίων χρησιμοποιώντας την AC τάση ή αυξάνοντας και μειώνοντας το πεδίο αλλάζοντας τη φορά του δηλαδή εφαρμόζοντας ρεύμα  $0 \rightarrow 5A \rightarrow 0 \rightarrow -5A \rightarrow 0$

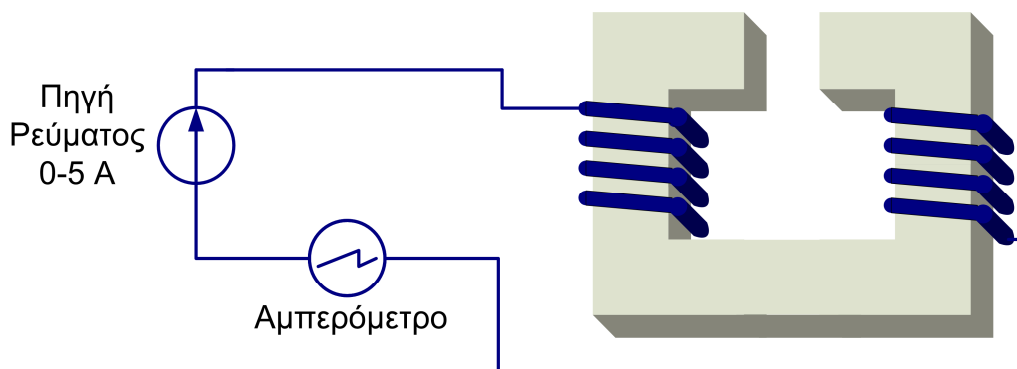
**Να μην περάσει ρεύμα μεγαλύτερο από 5mA από το δείγμα γιατί θα το καταστρέψει.**

**Να μην περάσει ρεύμα μεγαλύτερο από 5A από τα πηνία.**

### Βαθμονόμηση μαγνητικού πεδίου

Στο πείραμα αυτό θα μελετήσετε το φαινόμενο Hall σ' ένα ημιαγωγό. Στο πρώτο μέρος του πειράματος θα βρείτε την καμπύλη βαθμονόμησης του μαγνητικού πεδίου που θα χρησιμοποιήσετε στη συνέχεια.

Το μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  που θα χρειαστείτε θα το δημιουργήσετε με τον ηλεκτρομαγνήτη που σας δίνεται. Σχηματίστε το παρακάτω κύκλωμα (Σχ. 2)



Σχήμα 2

Κανονίστε ώστε το διάκενο μεταξύ των πόλων του ηλεκτρομαγνήτη να είναι ακριβώς τόσο όσο χρειάζεται για να χωράει το δείγμα που θα μετρήσετε.

**Σημείωση:** Προτού κάνετε τις απαραίτητες μετρήσεις για τον προσδιορισμό της καμπύλης βαθμονόμησης του μαγνητικού πεδίου, θα πρέπει ο πυρήνας του ηλεκτρομαγνήτη να είναι απομαγνητισμένος.

Στη συνέχεια τροφοδοτήστε το πηνίο με ρεύμα (συνεχές)  $I_m$  (έως 5 Amps) και μετρήστε το μέτρο του μαγνητικού πεδίου μεταξύ των πόλων του

ηλεκτρομαγνήτη με τον καθητήρα Hall (Hall probe). Η λειτουργία του οργάνου αυτού στηρίζεται στο φαινόμενο Hall. Δείγμα ημιαγωγού, γνωστού  $R_H$  διαρρέεται από σταθερό ρεύμα. Τότε η τάση Hall που δείχνει το όργανο είναι ανάλογη του μαγνητικού πεδίου που θέλουμε να μετρήσουμε.

Σημειώστε σε πίνακα τις τιμές  $I_m(A)$  του ρεύματος των πηνίων και τις αντίστοιχες τιμές του  $B$  (mTesla). Παρατήστε γραφικά τα αποτελέσματά σας. Αυτή είναι η καμπύλη βαθμονόμησης του μαγνητικού πεδίου.

### **Μέτρηση της ειδικής αντίστασης και του συντελεστή Hall**

Στο δεύτερο μέρος θα επαληθεύσετε τη θεωρητική σχέση που περιγράφει το φαινόμενο Hall και θα υπολογίσετε τον συντελεστή Hall και άλλα χαρακτηριστικά μεγέθη των δειγμάτων. Τέλος, θα μετρήσετε την ειδική αγωγιμότητα και ευκινησία των φορέων των ημιαγωγών δειγμάτων.

### **Η μέθοδος van der Pauw**

Η ανάλυση των πειραματικών μετρήσεων αγωγιμότητας και φαινομένου Hall είναι πολύ εύκολη όταν τα δείγματα έχουν τη μορφή ορθογωνίων ράβδων με αυστηρά καθορισμένες διαστάσεις (π.χ. Σχ. 1). Η παρασκευή τέτοιων γεωμετριών χρειάζεται σε ειδικές μετρήσεις της επίδρασης του μαγνητικού πεδίου στην αγωγιμότητα (Shubnikov-de-Haas και κβαντικό φαινόμενο Hall), αλλά απαιτεί ειδικές τεχνικές επεξεργασίας των υλικών και δεν είναι πρακτική μέθοδος για τη μελέτη των βασικών ηλεκτρικών ιδιοτήτων των ημιαγωγών (ειδική αντίσταση, τύπος αγωγιμότητας, ευκινησία και συγκέντρωση φορέων). Για το σκοπό αυτό είναι προτιμότερη η τεχνική του van der Pauw, ειδικά αφού, κατά κύριο λόγο, έχουμε να μετρήσουμε υποστρώματα ημιαγωγών (δισκία πάχους  $\sim 300\mu\text{m}$ ) ή λεπτά αγώγιμα film ημιαγωγών (πάχους  $\sim 1\mu\text{m}$ ) που σχηματίζονται πάνω στα υποστρώματα (με επιταξιακή ανάπτυξη, ή διάχυση προσμίξεων ή ιοντική εμφύτευση προσμίξεων).

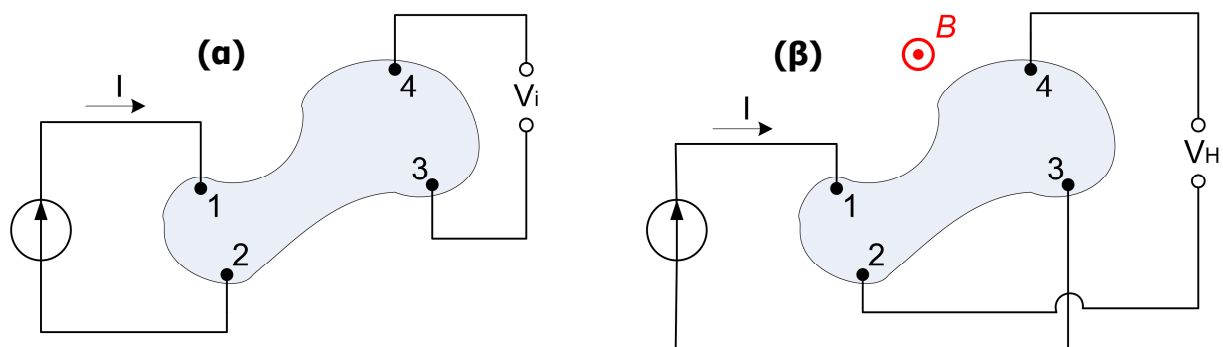
Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό της τεχνικής van der Pauw είναι η δυνατότητα προσδιορισμού της επιφανειακής αντίστασης [sheet resistance (σε Ohm/square)], της επιφανειακής συγκέντρωσης φορέων (σε  $\#/cm^2$ ) και της ευκινησίας των φορέων του ημιαγωγού, χωρίς να είναι γνωστή καμία διάσταση του εξεταζόμενου δείγματος. Επιπλέον, η ειδική αντίσταση και η συγκέντρωση φορέων (ανά μονάδα όγκου) καθίστανται προσδιορίσιμες γνωρίζοντας μόνο το πάχος του αγώγιμου δείγματος. Η βασική απαίτηση για την εφαρμογή της μεθόδου van der Pauw είναι το δείγμα να είναι επίπεδο, ομογενές και ιστροπικό, συνεχές (χωρίς τρύπες) και να έχει σημειακές επαφές στην περιφέρεια της επιφάνειάς του.

Ο απλούστερο τύπος δείγματος van der Pauw είναι ένα περίπου τετραγωνικό chip με τέσσερις επαφές στις γωνίες του. Ο σχηματισμός τέτοιων «τετραγωνικών» chip από υποστρώματα ημιαγωγών, με (100) προσανατολισμό, είναι ιδιαίτερα εύκολος, αφού τα «επίπεδα κοπής» (cleavage planes) των κυριοτέρων ημιαγωγών είναι τα  $\{100\}$  (4 επίπεδα κάθετα στην (100) επιφάνεια και ανά δύο κάθετε μεταξύ τους). Στη συνέχεια χρειάζεται ο σχηματισμός των τεσσάρων επαφών στις γωνίες, που στους περισσότερους III-V ημιαγωγούς γίνεται πολύ εύκολα και αρκετά ικανοποιητικά, κραματοποιώντας με τον III-V ημιαγωγό μικρές ποσότητες  $I_n$  που τοποθετούνται στις τέσσερις γωνίες. Για το χαρακτηρισμό αγώγιμων λεπτών film, που βρίσκονται στην επιφάνεια μη αγώγιμων υποστρωμάτων, αρκεί, βεβαίως, να σχηματισθούν κατάλληλες γεωμετρίες van der Pauw μόνο για το film, με τεχνικές λιθογραφίας. Στην περίπτωση αυτή, οι διαστάσεις που χρησιμοποιούνται είναι πολύ μικρότερες και οι επαφές σχηματίζονται επίσης με λιθογραφικές τεχνικές.

Η μέθοδος μετρήσεων του van der Pauw βασίζεται στους υπολογισμούς του για το ηλεκτροστατικό δυναμικό σε ένα λεπτό στρώμα αυθαίρετου σχήματος (Σχ. 3), που στην πράξη συνήθως προσεγγίζει το σχήμα ενός τετραγώνου. Στις μετρήσεις ειδικής αντίστασης περνάει ρεύμα από το σημείο 1 στο 2 και μετριέται η τάση μεταξύ των σημείων 4 και 3, ενώ στις μετρήσεις Hall το ρεύμα περνάει από το σημείο 1 στο 3 και μετριέται η τάση μεταξύ των σημείων 4 και 2 (Σχ. 3). Στις σχέσεις που ακολουθούν και χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό των διαφόρων ηλεκτρικών παραμέτρων, εμφανίζονται οι σχετικές με τις πειραματικές μετρήσεις ποσότητες

$$R_{ij,kl} = \frac{V_{kl}}{I_{ij}} = \frac{V_k - V_l}{I_{i \rightarrow j}} \quad (\text{Εξ.13})$$

όπου το ρεύμα εισέρχεται από την επαφή  $i$  και εξέρχεται από την επαφή  $j$ .



Σχήμα 3: Μετρήσεις van der Pauw σε ένα δείγμα αυθαίρετου σχήματος: (α) ειδική αντίσταση και (β) φαινόμενο Hall

### Μετρήσεις ειδικής αντίστασης δείγματος

Η ειδική αντίσταση  $\rho$ , με  $B = 0$ , υπολογίζεται ως εξής:

$$\rho = \frac{\pi \cdot t}{\ln 2} \cdot \left[ \frac{R_{21,34} + R_{32,41}}{2} \right] \cdot f \quad (\text{Εξ.14})$$

όπου  $t$  το πάχος του αγωγίμου στρώματος και  $f$  ένας παράγοντας διόρθωσης για ασυμμετρίες του δείγματος, που προσδιορίζεται από την εξίσωση:

$$\frac{Q-1}{Q+1} = \frac{f}{\ln 2} \cdot \arccos\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\ln 2}{f}\right) \quad (\text{Εξ.15})$$

όπου

$$Q = \frac{R_{21,34}}{R_{32,41}} \quad \text{ή} \quad Q = \frac{R_{32,41}}{R_{21,34}} \quad (\text{πρέπει } Q > 1) \quad (\text{Εξ.16})$$

Ένα διάγραμμα που δίνει την εξάρτηση του  $f$  από το  $Q$  δίνεται στο Σχ.4.

Για καλύτερο προσδιορισμό της  $\rho$  είναι χρήσιμο να πάρουμε το μέσο όρο μετρήσεων που περιλαμβάνουν και τις άλλες δύο επαφές, καθώς και αναστροφή του ρεύματος για κάθε συνδυασμό. Τότε η  $\rho$  είναι:

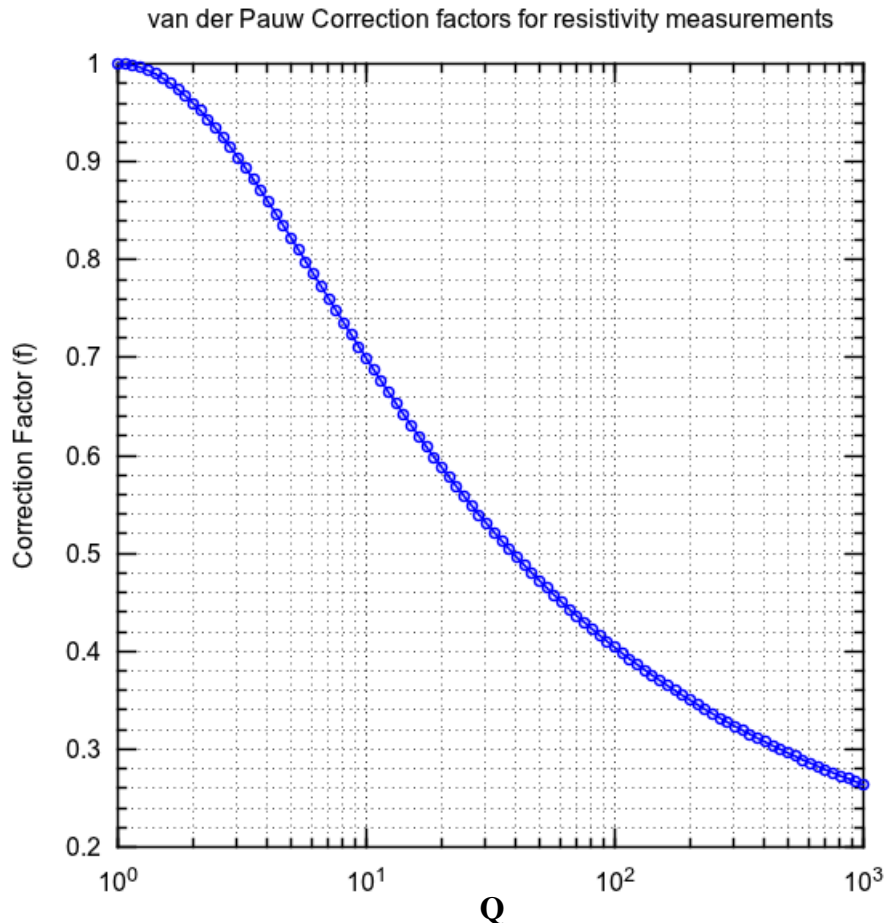
$$\rho = \frac{\pi \cdot t}{\ln 2} \cdot \frac{1}{8} \left[ (R_{12,43} + R_{21,34} + R_{23,14} + R_{32,41}) \cdot f_A + (R_{43,12} + R_{34,21} + R_{14,23} + R_{41,32}) \cdot f_B \right] \quad (\text{Εξ.17})$$

όπου τα  $f_A$  και  $f_B$  υπολογίζονται από τα  $Q_A$  και  $Q_B$ , που ορίζονται σαν

$$Q_A = \frac{R_{12,43} + R_{21,34}}{R_{23,14} + R_{32,41}} \quad (\text{Εξ.18α})$$

$$Q_B = \frac{R_{43,21} + R_{34,12}}{R_{14,23} + R_{41,32}} \quad (\text{Εξ.18β})$$

ή με τους αντίστροφους λόγους, εάν αυτό χρειάζεται προκειμένου τα  $Q_A$  και  $Q_B$  να είναι μεγαλύτερα της μονάδας.



Σχ. 4 Ο παράγοντας διόρθωσης  $f$  συνάρτησι του παράγοντα συμμετρίας  $Q$ , που χρησιμοποιείται για τη διόρθωση των μετρήσεων ειδικής αντίστασης σε ασύμμετρα δείγματα [L. I. Van der Pauw, Phillips, Res. Repts. **13**, 1 (1958)].

### Μετρήσεις συντελεστή Hall

Οι μετρήσεις Hall γίνονται σύμφωνα με τη διάταξη του Σχ. 3(β). Η τάση Hall  $V_{42}^H$  ανάμεσα στα σημεία 4 και 2, προσδιορίζεται από τη διαφορά των τάσεων  $V_{42} = V_4 - V_2$  που μετρώνται χωρίς μαγνητικό πεδίο και υπό την παρουσία μαγνητικού πεδίου. Είναι

$$V_{42}^H = [V_4(+B) - V_2(+B)] - [V_4(B=0) - V_2(B=0)] \quad (\text{Εξ.19})$$

και σε αυτήν αντιστοιχεί συντελεστής Hall



$$R_{42,13}^H = \frac{t}{B} \cdot \frac{V_{42}^H}{I_{1 \rightarrow 3}}$$

Ο συντελεστής Hall του δείγματος προσδιορίζεται παίρνοντας τον μέσο όρο των  $R_{42}^H$  και  $R_{31}^H$ , και είναι

$$R_H = \frac{t}{B} \cdot \frac{R_{42,13} + R_{31,42}}{2} \quad (\text{Εξ.20})$$

Για μεγαλύτερη ακρίβεια μετρήσεων, απαιτείται να εξαλείψουμε από τις μετρούμενες τάσεις Hall διάφορες παρασιτικές τάσεις και αυτό επιτυγχάνεται με το συνδυασμό μετρήσεων που αντιστοιχούν και στις δύο πολικότητες του ρεύματος και του μαγνητικού πεδίου. Τότε είναι

$$R_H = \frac{t}{B} \cdot \frac{1}{8} \cdot [R_{31,42}(+B) + R_{13,24}(+B) + R_{42,13}(+B) + R_{24,31}(+B) \\ - R_{31,42}(-B) - R_{13,24}(-B) - R_{42,13}(-B) - R_{24,31}(-B)] \quad (\text{Εξ.21})$$

Κάντε τις παρακάτω μετρήσεις:

- Μετρήστε την τάση Hall ως συνάρτηση του μαγνητικού πεδίου  $B$  (δηλ. του  $I_m$ ) για σταθερό ρεύμα δείγματος ( $I_\delta$ ).
- Μετρήστε την τάση Hall ως συνάρτηση του ρεύματος του δείγματος ( $I_\delta$ ) για σταθερό μαγνητικό πεδίο (δηλαδή σταθερό  $I_m$ ).

### Σειρά μετρήσεων και Ανάλυση πειραματικών δεδομένων

**(α)** Βαθμονομήστε το μαγνητικό πεδίο, μετρώντας το  $B$  σαν συνάρτηση του ρεύματος  $I_m$  του ηλεκτρομαγνήτη για  $-5A < I_m < 5A$ . Σχεδιάστε την καμπύλη  $B-I_m$ . Εάν η καμπύλη βαθμονόμησης του μαγνητικού πεδίου ( $B - I_m$ ) που βρήκατε στο μπορεί να προσεγγιστεί από ευθεία, υπολογίστε την (και τα σχετικά σφάλματα). Στα επόμενα θα χρησιμοποιήσετε αυτήν τη γραμμική σχέση για τον προσδιορισμό του  $B$ .

**(β)** Υπολογίστε την ειδική αντίσταση του δείγματος, χρησιμοποιώντας την μεθοδολογία της Εξ.17. Έτσι για τον υπολογισμό π.χ. της  $R_{12,43}$  μετρήστε την  $V_{43}$  σαν συνάρτηση του ρεύματος  $I_{1 \rightarrow 2}$ , σχεδιάστε την γραφική παράσταση  $V_{43} - I_{1 \rightarrow 2}$  και προσαρμόστε ευθεία ελαχίστων τετραγώνων για τον προσδιορισμό της  $R_{12,43}$ . Επαναλάβετε για τις υπόλοιπες επτά περιπτώσεις. Υπολογίστε τους διορθωτικούς παράγοντες  $f_A$ ,  $f_B$  και εν συνεχεία υπολογίστε την ειδική αντίσταση του δείγματος σε  $\Omega \cdot \text{cm}$  και την ειδική αγωγιμότητα  $\sigma = \rho^{-1}$  σε  $\Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ . Θεωρήστε πάχος δείγματος  $t=10^{-3} \text{ mm}$ .

**(γ)** Για σταθερό μέτρο μαγνητικού πεδίου ( $|I_m|=3A$ ) υπολογίστε κάθε μία από τις περιπτώσεις των  $R_{ij,kl}(\pm B)$  που αναφέρονται στην Εξ.21. Για τον σκοπό αυτό μετρήστε την  $V_{kl}(\pm B)$  σαν συνάρτηση του ρεύματος  $I_{i \rightarrow j}$  (από 0 έως 4 mA) και υπολογίστε τον αντίστοιχο όρο προσαρμόζοντας ευθεία ελαχίστων τετραγώνων στα δεδομένα. Υπολογίστε τον συντελεστή Hall χρησιμοποιώντας την Εξ.21.

**(δ)** Υπολογίστε τον συντελεστή Hall με διαφορετική μεθοδολογία: Χρησιμοποιώντας σταθερό ρεύμα δείγματος και μεταβλητό μαγνητικό πεδίο ( $|I_m| = 0 \dots 4A$ ) μετρήστε το μέγεθος:

$$Y(B) = \frac{t}{8} \cdot [R_{31,42}(+B) + R_{13,24}(+B) + R_{42,13}(+B) + R_{24,31}(+B) - R_{31,42}(-B) - R_{13,24}(-B) - R_{42,13}(-B) - R_{24,31}(-B)]$$

σαν συνάρτηση του μέτρου του μαγνητικού πεδίου και υπολογίστε τον συντελεστή Hall από την κλίση του διαγράμματος  $Y - B$ , προσαρμόζοντας ευθεία ελαχίστων τετραγώνων.

**(ε)** Χρησιμοποιώντας τις τιμές του συντελεστή Hall που προσδιορίσατε στα (γ) και (δ) και την Εξ.10 ή την Εξ.11 υπολογίστε την πυκνότητα φορέων στο δείγμα σε  $cm^{-3}$  σε κάθε περίπτωση (υποθέτοντας ότι έχετε ένα τύπο φορέων). Τι είδος φορέων έχει το δείγμα σας; Τι τύπου ημιαγωγό χρησιμοποιήσατε;

**(στ)** Από την ειδική αγωγιμότητα και την πυκνότητα φορέων που βρήκατε, υπολογίστε την ευκινησία των φορέων σε  $cm^2/V \cdot sec$ .

### **Βιβλιογραφία**

- Van der Ziel, "Physical Electronics", Prentice Hall  
McKelvey, "Solid State and Semiconductor Physics", Harper R.  
Smith, "Semiconductors", Cambridge Univ. Press  
R. A. Serway, "Physics for Scientists & Engineers with Modern Physics" vol II (Electromagnetism).  
Handbook of Physics, eds Condo & Odishaw, 1967, Chapter 4 (Conduction: metals & Semi-conductors).  
A. J. Dekker, "Solid State Physics", 1981, Macmillan Student editors.

[Η παρούσα σελίδα είναι επίτηδες κενή]

# Σημειώματα

## Σημείωμα αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, Ελ. Ηλιόπουλος, 2014. «Προχωρημένα Εργαστήρια Φυσικής Ι.». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://opencourses.uoc.gr>.

## Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

## Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

## Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

