



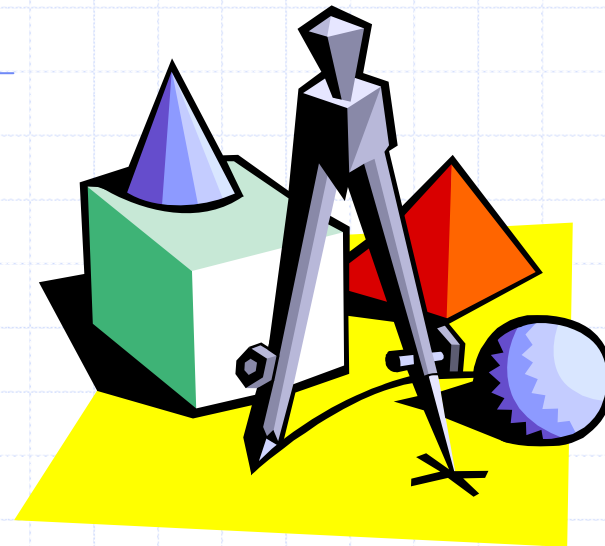
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Αλγόριθμοι και πολυπλοκότητα

Κάτω φράγμα ταξινόμησης (Sorting)

Ιωάννης Τόλλης
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

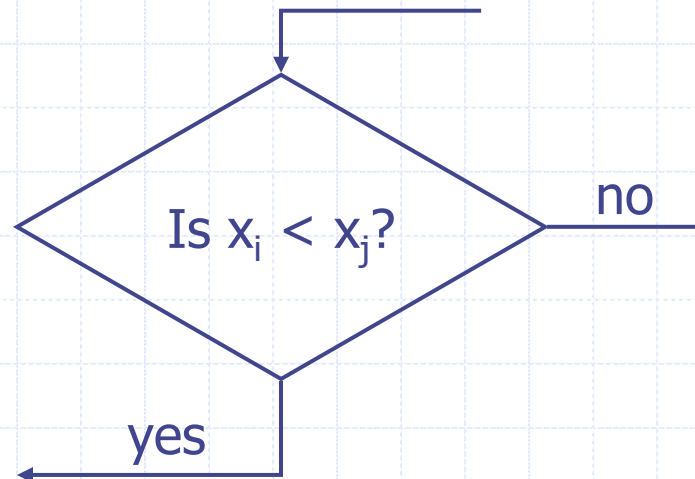
Κάτω φράγμα ταξινόμησης (Sorting)



Ταξινόμηση βασισμένη στη σύγκριση

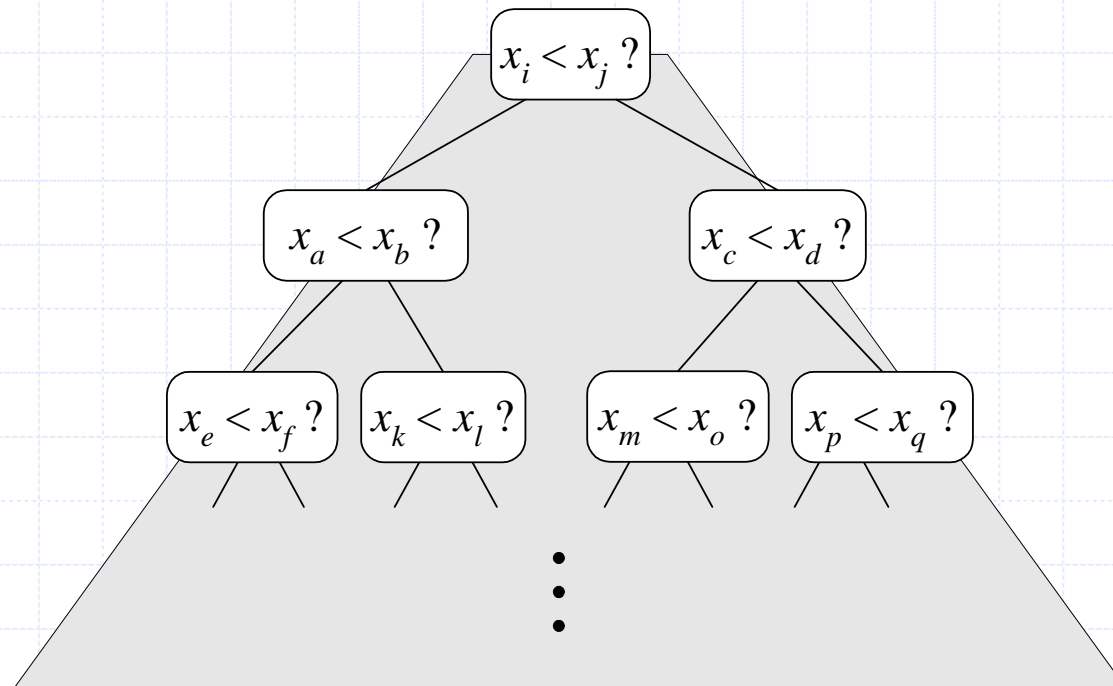


- ◆ Πολλοί αλγόριθμοι ταξινόμησης βασίζονται στην σύγκριση.
 - Ταξινομούν κάνοντας συγκρίσεις μεταξύ ζευγαριών αντικειμένων
 - Παραδείγματα: φυσαλιδωτή, επιλεκτική, ενθετική, σωρού, συγχωνευτική, ταχυταξινόμηση, ...
- ◆ Υπάρχει ένα κάτω όριο στο χρόνο εκτέλεσης κάθε τέτοιου αλγορίθμου που χρησιμοποιεί συγκρίσεις για να ταξινομήσει n αντικείμενα, x_1, x_2, \dots, x_n .



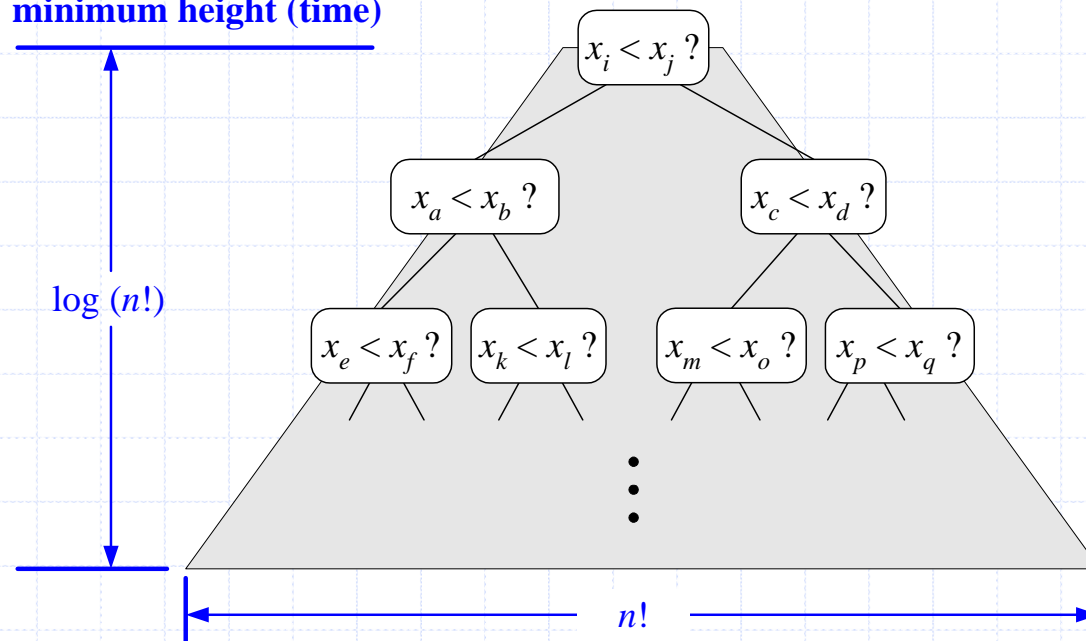
Υπολογίζοντας τις συγκρίσεις

- ◆ Ας υπολογίσουμε τις συγκρίσεις λοιπόν
- ◆ Κάθε πιθανή εκτέλεση του αλγορίθμου αντιστοιχεί σε ένα μονοπάτι από την ρίζα-στα-φύλλα του **δένδρου απόφασης**

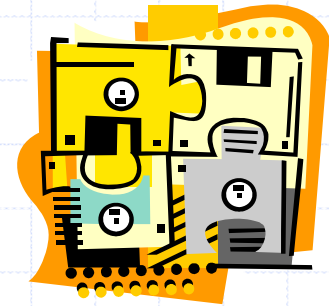


Ύψος του δένδρου απόφασης

- ◆ Το ύψος του δένδρου απόφασης είναι ένα κάτω όριο του χρόνου εκτέλεσης
- ◆ Κάθε πιθανή αλλαγή της εισόδου πρέπει να οδηγεί σε ξεχωριστή διάταξη των φύλλων.
 - Αν όχι, κάποια είσοδος ...4...5... θα έχει την ίδια έξοδο διαταγμένη σαν ...5...4..., το οποίο δεν είναι λάθος.
- ◆ Μιας και υπάρχουν $n! = 1 * 2 * \dots * n$ φύλλα, το ύψος θα είναι τουλάχιστο $\log(n!)$



Το κάτω φράγμα



- ◆ Κάθε αλγόριθμος ταξινόμησης βασισμένος στη σύγκριση παίρνει το λιγότερο $\log(n!)$ χρόνο
- ◆ Επομένως, κάθε τέτοιος αλγόριθμος παίρνει χρόνο τουλάχιστον

$$\log(n!) \geq \log\left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{n}{2}} = (n/2) \log(n/2).$$

- ◆ Εν τέλη, κάθε αλγόριθμος ταξινόμησης βασισμένος στη σύγκριση παίρνει το λιγότερο $\Omega(n \log n)$ χρόνο.

Τέλος Ενότητας



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα αδειοδότησης

- Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

- Ως Μη Εμπορική ορίζεται η χρήση:
 - που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
 - που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
 - που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο
- Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, Ιωάννης Τόλλης 2015. «Αλγόριθμοι και πολυπλοκότητα. Κάτω φράγμα ταξινόμησης (Sorting)». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://opencourses.uoc.gr/courses/course/view.php?id=368>

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.