

ΑΛΓΕΒΡΑ Ι

Καθηγητής Ν.Γ. Τζανάκης

Χειμερινό εξάμηνο 2015-2016

Βασική περιγραφή των θεμάτων που συζητήθηκαν την 9^η εβδομάδα
(Δεν πρόκειται για λεπτομερή περιγραφή.)

- **Όμοιομορφισμοί δακτυλίων:** Ένότητα 2.5 στο [1] εκτός από τα παρακάτω: Έφαρμογή τής σελ. 132, Έφαρμογή τής σελ. 135, Ίδεώδη, σελ. 138-139, ύποενότητες 2.5.7, 2.5.8, 2.5.9.

ΟΜΑΔΕΣ

- **Όρισμός τής Όμάδας:** Όρισμός 4.3.1, σελ. 270 του [1]. Όμάδες με συμβολισμό τής πράξης προσθετικό (*προσθετικές ομάδες*) ή πολλαπλασιαστικό (*πολλαπλασιαστικές ομάδες*). Άβελιανές ομάδες. Βλ. σχόλια αμέσως μετά τον παραπάνω όρισμό.
- **Πρόταση 1.** Σε ομάδα $(G, *)$ ισχύουν τα εξής:
 - (α') Νόμος διαγραφής από δεξιά και από αριστερά: "Αν $a * c = b * c$ τότε $a = b$. "Αν $c * a = c * b$ τότε $a = b$.
 - (β') Το ουδέτερο στοιχείο τής G είναι μοναδικό.
 - (γ') Για κάθε $a \in G$, το συμμετρικό του a είναι μοναδικό.
 - (δ') Δοθέντων $a, b \in G$, κάθε μία από τις εξισώσεις $a * x = b$ και $y * a = b$ έχει ακριβώς μία λύση στη G .
- **Πρόταση 2.** Έστω πολλαπλασιαστική ομάδα G . Τότε, για κάθε $a, b \in G$ ισχύει $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}$.

Σχόλιο. Η "μετάφραση" τής παραπάνω πρότασης για προσθετική ομάδα είναι: "Έστω προσθετική ομάδα G . Τότε, για κάθε $a, b \in G$ ισχύει $-(a + b) = (-a) + (-b)$."

Άναφορές

- [1] Δ. Βάρσος, Δ. Δεριζιώτης, Γ. Εμμανουήλ, Μ. Μαλιάκας, Ο. Ταλέλλη, *Μια Εισαγωγή στην Άλγεβρα*, Γ' έκδοση, Εκδόσεις ΣΟΦΙΑ, Αθήνα 2012.