



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

# Στατιστική II

## Ενότητα 7: Διαστήματα Εμπιστοσύνης III

Γεώργιος Κ. Τσιώτας  
Τμήμα Οικονομικών Επιστημών



Ευρωπαϊκή Ένωση  
European Union



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
ΥΠΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑ 4 ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ  
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑΣ

# Περιεχόμενα

Διαστήματα Εμπιστοσύνης για τη διακύμανση

Μέγεθος του Δείγματος

## Διαστήματα Εμπιστοσύνης για τη διακύμανση

Έστω ανεξάρτητες τ.μς  $X_1, \dots, X_n$  προερχόμενες από Κανονικό πληθυσμό για τον οποίο δεν γνωρίζουμε τη μέση τιμή  $\mu$  και διακύμανση  $\sigma^2$ . Τότε μέσω τις εκτίμησης των δειγματικών  $\bar{X}$  και  $S^2$ , θα ισχύει:

$$\frac{(n-1) \times S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2,$$

θα κατανέμεται σαν μια  $\chi^2$  κατανομή με  $n-1$  βαθμούς ελευθερίας.

## Διαστήματα Εμπιστοσύνης για τη διακύμανση (συν.)

Βάσει αυτής της υπόθεσης και για ποσοστό σφάλματος  $\alpha$ , έχουμε το Δ.Ε.

$$P(\chi_{n-1,\alpha/2}^2 \leq \chi_{n-1}^2 \leq \chi_{n-1,1-\alpha/2}^2) = 1 - \alpha,$$

ή

$$P(\chi_{n-1,\alpha/2}^2 \leq \frac{(n-1) \times s^2}{\sigma^2} \leq \chi_{n-1,1-\alpha/2}^2) = 1 - \alpha.$$

## Διαστήματα Εμπιστοσύνης για τη διακύμανση (συν.)

Έτσι, δεδομένου ποσοστού σφάλματος  $\alpha$ , το Δ.Ε. για τη διακύμανση στον πληθυσμο θα είναι της μορφής:

$$P\left(\frac{(n-1) \times S^2}{\chi_{n-1, 1-\alpha/2}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1) \times S^2}{\chi_{n-1, \alpha/2}^2}\right) = 1 - \alpha.$$



## Μέγεθος του Δείγματος

Το άριστο μέγεθος του δείγματος είναι δύσκολο στον προσδιορισμό του. Στόχος μας αποτελεί η συσχέτιση του μεγέθους του δείγματος με τη διαμόρφωση των Δ.Ε.

Έτσι, στο παράδειγμα του προσδιορισμού Δ.Ε. για τον πληθυσμιακό  $\mu$  όταν τ.μς  $X_1, \dots, X_n$  προερχόμενες από Κανονικό πληθυσμό για τον οποίο γνωρίζουμε τη μέση τιμή  $\mu$  και διακύμανση  $\sigma^2$ , για ποσοστό σφάλματος  $\alpha$ , θα ισχύει:

$$P(-d \leq \bar{x} - \mu \leq d) = 1 - \alpha,$$

ή

$$P(|\bar{x} - \mu| \leq d) = 1 - \alpha.$$

## Μέγεθος του Δείγματος (συν.)

Δεδομένου του μεγίστου διαστήματος  $d$ , αυτό

$$d \geq z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow$$

$$n \geq \frac{z_{1-\alpha/2}^2 \cdot \sigma^2}{d^2}.$$



## Παράδειγμα: Μέγεθος του Δείγματος για εκτίμηση μέσης τιμής

Συσκευασμένη ζάχαρη, παραγωγής ενός εργοστασίου, έχει τυπική απόκλιση ίση με 4gr. Ποιό είναι το μέγεθος του δείγματος που απαιτείται προκειμένου η πιθανότητα να έχει γίνει σφάλμα στην εκτίμηση της μέσης τιμής  $\mu$  μεγαλύτερο από 1gr. να είναι ίση με 4,56%;

## Παράδειγμα: Μέγεθος του Δείγματος για εκτίμηση μέσης τιμής (λύση)

Βάσει των δεδομένων της άσκησης

$$P(|\bar{x} - \mu| > 1) = 0,0456$$

ή

$$P(|\bar{x} - \mu| \leq 1) = 1 - 0,0456 = 0,9544.$$

Άρα, επειδή  $Z_{1-\alpha/2} = Z_{1-0,0456/2} = Z_{0,9772} = 2$ ,

$$n \geq \frac{2^2 \cdot 4^2}{1^2} = 64.$$

# Τέλος Ενότητας

