



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

---

## Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς

Άσκηση 1η

Στυλιανού Ιωάννης

Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

---

# Πρώτη Σειρά Ασκήσεων

Παράδοση: 11 Οκτωβρίου

Απορίες: yannis@csd.uoc.gr

1. Βρείτε το άθροισμα

$$x(t) = 2 \cos(20\pi t + \frac{\pi}{3}) + \sqrt{2} \cos(20\pi t - \frac{3\pi}{4})$$

στη μορφή

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$$

Απάντηση :  $A = 0.732$ ,  $\omega_0 = 20\pi$ ,  $\phi = \pi/2$ .

Σχεδιάστε το φάσμα πλάτους και φάσης.

2. Γράψτε το σήμα:

$$x(t) = 7 \cos(\omega_0 t + 45^\circ) + 6 \cos(\omega_0 t)$$

στη μορφή

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$$

και σχεδιάστε το φάσμα πλάτους και φάσης.

Απάντηση :  $A = 12.0165$ ,  $\phi = 0.4246$

3. Εστω το σήμα:

$$x(t) = 7 \cos(\omega_0 t + \frac{3\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{2})$$

Βρείτε το σήμα  $z(t)$  τέτοιο ώστε:

$$x(t) = \Re\{z(t)\}$$

Απάντηση :  $z(t) = 6.0828 e^{j0.802\pi} e^{j\omega_0 t}$

4. Λύστε την εξίσωση:

$$y(t) = y(t - 1) + 4 \cos(\omega_0 t)$$

όπου  $\omega_0 = \pi/3$ .

Βοήθεια: Βάλτε όπου  $y(t) = A \cos(\omega_0 t)$

Απάντηση :  $y(t) = 4 \cos(\frac{\pi}{3} t - \frac{\pi}{3})$

5. Εστω δύο μιγαδικοί:

$$z_1 = -3 + j 4$$

και

$$z_2 = 3 - j 4$$

- Σχεδιάστε τους μιγαδικούς αριθμούς στο μιγαδικό επίπεδο
- Χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση  $\arctan$  και υπολογίστε τη φάση των μιγαδικών σε μοίρες και radian.
- Αυτό που υπολογίσατε συμφωνεί με το σχήμα που έχετε στο μιγαδικό επίπεδο; Αν όχι, εξηγήστε. Σε περίπτωση λάθους δώστε τη σωστή απάντηση για τη φάση.
- Γράψτε τους μιγαδικούς σε πολική μορφή.
- Κάντε την πράξη  $\frac{z_1}{z_2}$  χρησιμοποιώντας την καρτεσιανή μορφή των μιγαδικών.
- Επαναλάβετε την ίδια πράξη χρησιμοποιώντας την πολική μορφή.
- Επαναλάβετε τα παραπάνω για:  $z_1 z_2$ .

Ποια μορφή προτιμάτε για τις πράξεις αυτές;

6. Αποδείξτε τις αντίστροφες σχέσεις του Euler.

# Σημειώματα

## Σημείωμα αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, **Στυλιανού Ιωάννης**. «**Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς. Άσκηση 1η**». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο/Ρέθυμνο 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://www.csd.uoc.gr/~hy215>.

## Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

## Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

## Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

