

MEM 102 Γεωμετρία και Γραμμική Άλγεβρα
Διάλεξη 26
Ανάστροφος πίνακας.

Χρήστος Κουρουνιώτης

Πανεπιστήμιο Κρήτης

Νοε 2014

Ανάστροφος πίνακας

Ορισμός. Εάν A είναι ένας $m \times n$ πίνακας, ονομάζουμε **ανάστροφο** του A , και συμβολίζουμε A^T τον $n \times m$ πίνακα του οποίου οι στήλες είναι οι γραμμές του A .

Το στοιχείο στη θέση ij του πίνακα A^T είναι ίσο με το στοιχείο στη θέση ji του A :

$$(A^T)_{ij} = (A)_{ji}.$$

Πρόταση

Εάν A, B είναι $m \times n$ πίνακες, και C είναι $n \times p$ πίνακας, τότε

- 1 $(A^T)^T = A$.
- 2 $(A + B)^T = A^T + B^T$.
- 3 $(AC)^T = C^T A^T$.
- 4 Εάν ο A είναι αντιστρέψιμος, τότε ο A^T είναι επίσης αντιστρέψιμος και $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$.

Συμμετρικός και αντισυμμετρικός πίνακας

Ορισμός. Ένας τετραγωνικός πίνακας A ονομάζεται **συμμετρικός** εάν $A^T = A$, δηλαδή εάν $(A)_{ij} = (A)_{ji}$ για κάθε i, j .

Ένας τετραγωνικός πίνακας A ονομάζεται **αντισυμμετρικός** εάν $A^T = -A$, δηλαδή εάν $(A)_{ij} = -(A)_{ji}$ για κάθε i, j .

Παράδειγμα Εάν A είναι τετραγωνικός πίνακας, τότε $A + A^T$ είναι συμμετρικός και $A - A^T$ είναι αντισυμμετρικός.

Λήμμα

Κάθε τετραγωνικός πίνακας A εκφράζεται ως άθροισμα ενός συμμετρικού και ενός αντισυμμετρικού πίνακα, με μοναδικό τρόπο. Συγκεκριμένα,

$$A = \frac{1}{2}(A + A^T) + \frac{1}{2}(A - A^T).$$