



**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**

Εισαγωγή σε Μεθόδους Monte Carlo

2η Σειρά Ασκήσεων

Βαγγέλης Χαρμανδάρης

Τμήμα Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών

ΑΣΚΗΣΗ : Importance Sampling

Στόχος της άσκησης αυτής είναι η εξέταση της σημαντικής δειγματοληψίας (importance sampling). Έστω ότι ζητάμε την αναμενόμενη τιμή (expectation value) της συνάρτησης $h(x)$. όπου η x υπακούει μια κατανομή $g(x)$ (κατανομή g), δηλαδή το ολοκλήρωμα:

$$I = \int_a^b h(x) g(x) dx$$

Θα χρησιμοποιήσουμε σαν βοηθητική κατανομή $f(x)$ μια κανονική κατανομή. Πιο συγκεκριμένα:

$$h(x) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2.5} x\right) \quad x \geq 1$$

$$g'(x) = cg(x) = x^{(1.5)-1} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad x \geq 1$$

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi(2.5)}} \exp\left(-\frac{(0.8-x)^2}{2(2.5)}\right)$$

Προσέξτε ότι οι $g'(x)$, $f(x)$ δεν είναι κανονικοποιημένες, δηλαδή γνωρίζουμε τις κατανομές μόνο ως προς μια σταθερά. Επίσης εφόσον η $g(x)$ είναι μόνο για $x \geq 1$ πρέπει όταν δειγματοληπτούμε από την $f(x)$ να διαγράφουμε κάθε $x < 1$.

A) Κάντε γραφική παράσταση των $h(x)$, $f(x)$, $g(x)$.

B) Υπολογίστε το ολοκλήρωμα στο διάστημα $[1, 7]$ για n δείγμα τυχαίων μεταβλητών χρησιμοποιώντας αλγόριθμο Monte Carlo σημαντικής δειγματοληψίας. Το ολοκλήρωμα υπολογίζεται ως:

$$\hat{I} = \frac{\sum_{i=1}^n w(x_i) h(x_i)}{\sum_{i=1}^n w(x_i)}$$

όπου:

$$w(x_i) = g(x_i) / f(x_i)$$

Θεωρείστε $n = 500$. Τρέξτε τον αλγόριθμο για m φορές ($m=10$) και υπολογίστε το μέσο όρο. Υπολογίστε επίσης τη διακύμανση (variance) του δείγματος.

Γ) Επαναλάβετε το (B) για διαφορετικές τιμές του n : $n=1000$, $n=10000$. Συγκρίνετε τα αποτελέσματα σε ένα πίνακα με αυτά που βρήκατε στο (B).

Δ) Επαναλάβετε τα (Β), (Γ) για μια κατανομή $f(x)$ με μέση τιμή στο 5. Συζητήστε τις διαφορές των αποτελεσμάτων.

Γράψτε μια αναφορά που περιέχει τα εξής:

1. Συνοπτική περιγραφή των αλγορίθμων που χρησιμοποιείται.
2. Παράθεση και περιγραφή των αποτελεσμάτων. Συγκρίνετε τις αποδόσεις των διαφορετικών μεθόδων και αιτιολογήστε τις διαφορές.

Σημειώματα

Σημείωμα αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, Βαγγέλης Χαρμανδάρης. «Εισαγωγή σε Μεθόδους Monte Carlo. 2η Σειρά Ασκήσεων». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://opencourses.uoc.gr/courses/course/view.php?id=228>

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

