



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

---

## Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς

Άσκηση 8η

Στυλιανού Ιωάννης

Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

---

# 8<sup>η</sup> Σειρά Ασκήσεων

Παράδοση: 20 Δεκεμβρίου

Απορίες: yannis@csd.uoc.gr

1. Υπολογίστε τον δίπλευρο μετ. Laplace του σήματος

$$x(t) = e^{at}\epsilon(t) + e^{2at}\epsilon(-t), \quad a > 0$$

Υπάρχει γι' αυτό το σήμα ο μετ. Fourier; Αν ναι, βρείτε τον μετ. Fourier του σήματος.

Αν όχι, δώστε εξήγηση.

$$\text{Απ: } X(s) = \frac{-a}{(s-a)(s-2a)}, \quad \text{ROC: } a < \text{Re}\{s\} < 2a.$$

2. Να υπολογίσετε τον αντίστροφο δίπλευρο μετασχηματισμό Laplace του φάσματος:

$$X(s) = \frac{-3}{(s+2)(s-1)}$$

όταν

$$(\alpha') \text{ ROC: } -2 < \text{Re}\{s\} < 1. \text{ Απ: } x(t) = e^{-2t}\epsilon(t) + e^t\epsilon(-t).$$

$$(\beta') \text{ ROC: } \text{Re}\{s\} > 1. \text{ Απ: } x(t) = e^{-2t}\epsilon(t) - e^t\epsilon(t).$$

$$(\gamma') \text{ ROC: } \text{Re}\{s\} < -2. \text{ Απ: } x(t) = e^t\epsilon(-t) - e^{-2t}\epsilon(-t).$$

Σε κάθε περίπτωση σχεδιάστε την περιοχή σύγκλισης και το σήμα στο χρόνο που υπολογίζετε κάθε φορά.

3. Δείξτε ότι ο μονόπλευρος μετ. Laplace του σήματος

$$x(t) = te^{-at}\epsilon(t), \quad a > 0$$

είναι

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = \frac{1}{(s+a)^2}, \quad \Re\{s\} > a$$

4. Δείξτε ότι ο μονόπλευρος μετ. Laplace του

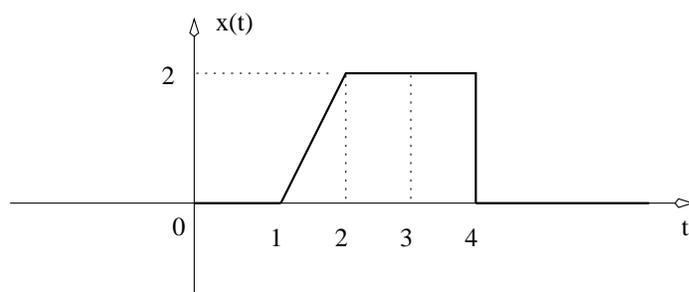
$$x(t) = t\epsilon(t)$$

είναι:

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = \frac{1}{s^2}, \quad \text{Re}\{s\} > 0$$

5. Δείξτε ότι ο μονόπλευρος μετασχ. Laplace του σήματος που φαίνεται στο Σχήμα είναι

$$\frac{2}{s^2}[e^{-s} - e^{-2s}] - \frac{2}{s}e^{-4s}$$



# Σημειώματα

## Σημείωμα αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Κρήτης, **Στυλιανού Ιωάννης**. «Εφαρμοσμένα Μαθηματικά για Μηχανικούς. Άσκηση 8η». Έκδοση: 1.0. Ηράκλειο/Ρέθυμνο 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://www.csd.uoc.gr/~hy215>.

## Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση, Όχι Παράγωγο Έργο 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

## Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

## Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

