ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ και ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Εισήγηση 2: Θεωρία Πιθανοτήτων

Διδάσκων: Δαφέρμος Βασίλειος
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΣΧΟΛΗΣ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται στην άδεια χρήσης **Creative Commons** και ειδικότερα

Αναφορά – Μη εμπορική Χρήση – Όχι Παράγωγο Έργο 3.0 Ελλάδα

(Attribution – Non Commercial – Non-derivatives 3.0 Greece)

[ή επιλογή ενός άλλου από τους έξι συνδυασμούς]

[και αντικατάσταση λογότυπου άδειας όπου αυτό έχει μπει (σελ. 1, σελ. 2 και τελευταία)]

- Εξαιρείται από την ως άνω άδεια υλικό που περιλαμβάνεται στις διαφάνειες του μαθήματος, και υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης. Η άδεια χρήσης στην οποία υπόκειται το υλικό αυτό αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Κρήτης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Δευτέρα 31-3-14

ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΚΑΙ ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

- Η έννοια του δειγματόχωρου ή δειγματικού χώρου
- Πείραμα τύχης
- Η έννοια του ενδεχομένου
- Πράξεις με ενδεχόμενα
- Ασυμβίβαστα ενδεχόμενα
- Κλασικός ορισμός πιθανότητας
- Κανόνες λογισμού πιθανοτήτων
- Ανεξάρτητα ενδεχόμενα
- Δεσμευμένη πιθανότητα

=============== ================= ========== ===== =

Ορισμός1. **Θα λέμε πείραμα τύχης κάθε πείραμα το οποίο είναι δυνατό να επαναληφθεί πολλές φορές, πρακτικά κάτω από τις ίδιες συνθήκες, αλλά το αποτέλεσμά του δεν είναι δυνατόν να προβλεφθεί με βεβαιότητα.**

==================== ===================== ====== =

Ορισμός2. **Θα λέμε δειγματικό χώρο ενός πειράματος τύχης και θα τον συμβολίζουμε με $\boldsymbol{\Omega}$, το σύνολο:**

$$\boldsymbol{\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}}$$

όπου $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n$ είναι τα δυνατά αποτελέσματα του συγκεκριμένου πειράματος τύχης.

=============== ================ ============= ======

Ορισμός 3. **Θα λέμε ενδεχόμενο ενός πειράματος τύχης κάθε υποσύνολο του δειγματικού χώρου $\boldsymbol{\Omega}$.**

Για παράδειγμα, ρίχνουμε δύο φορές ένα νόμισμα και καταγράφουμε την επάνω όψη που εμφανίζεται. Τότε, ο δειγματικός χώρος είναι ο

$$\Omega = \{KK, ΓΓ, ΓK, KΓ\}.$$

- Αν οι δύο ενδείξεις είναι ίδιες…

Τότε το υποσύνολο $A = \{ΓΓ, KK\}$ προφανώς και αποτελεί ένα ενδεχόμενο του συγκεκριμένου πειράματος τύχης.

Πράξεις με ενδεχόμενα

Έστω ότι έχουμε ένα δειγματικό χώρο Ω και δύο ενδεχόμενά του A και B. Τότε:

- Το ενδεχόμενο $A \cup B$ πραγματοποιείται, όταν πραγματοποιείται ***ένα τουλάχιστον*** από τα A και B.
- Το ενδεχόμενο $A \cap B$ πραγματοποιείται, όταν ***και το*** *A* ***και το*** *B* ενδεχόμενο πραγματοποιούνται.
- Το ενδεχόμενο A' ορίζεται ως το αντίθετο ή το συμπληρωματικό του Α και πραγματοποιείται, όταν ***δεν*** πραγματοποιείται το A.
- Το ενδεχόμενο $A–B$ πραγματοποιείται, όταν πραγματοποιείται το A, ***αλλά*** δεν πραγματοποιείται το B.

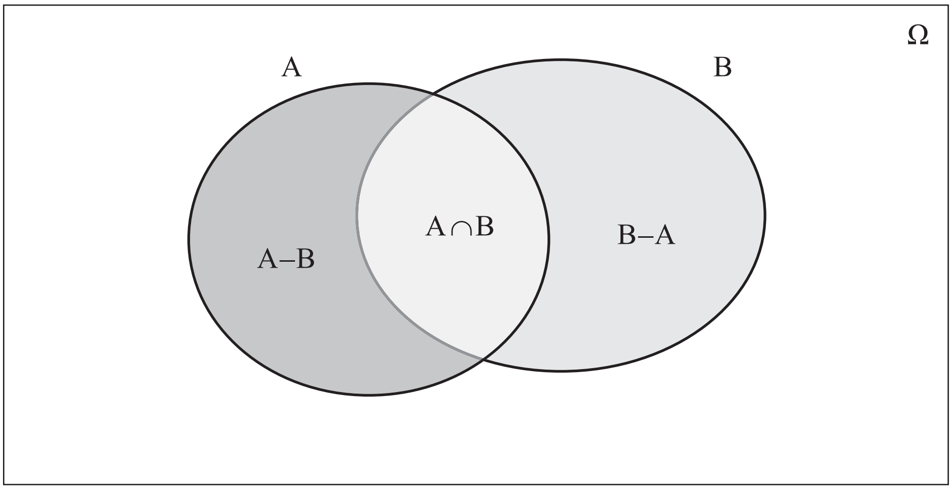
Αν εστιάσουμε την προσοχή μας στο παρακάτω σχήμα (Σχ. 1) εύκολα αντιλαμβανόμαστε πως ισχύουν οι σχέσεις:

$$A-B = A \cap B' \tag{1}$$

$$(A-B) \cup (A \cap B) = A \tag{2}$$

$$(B-A) \cup (A \cap B) = B \tag{3}$$

$$B-A = B \cap A' \tag{4}$$



Σχ.1

================== ============== ============ ======

Οι κανόνες του De Morgan:

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \quad (5)$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B' \quad (6)$$

================= ================== ======= ====

Άσκηση 1

Ας πάρουμε στην τύχη μια οικογένεια, η οποία έχει τρία παιδιά. Και ας υποθέσουμε ότι το ενδιαφέρον μας εστιάζεται στο φύλο και στη σειρά γέννησης.

1) Να ορίσετε το δειγματικό χώρο του πειράματος
2) Να προσδιορίσετε το ενδεχόμενο A: το πρώτο παιδί να είναι κορίτσι

Λύση

1) Ο δειγματικός χώρος προσδιορίζεται από το σύνολο Ω όπου

   $\Omega = \{AAA, KKK, AAK, AKK, KAA, KKA, KAK, AKA\}$.

2) Το ζητούμενο ενδεχόμενο προσδιορίζεται από το σύνολο A όπου

   $A = \{KKK, KAA, KKA, KAK\}$.

=================== ===================== ===== ===

Ασυμβίβαστα ενδεχόμενα

Ορισμός 4. **Θα λέμε δύο ενδεχόμενα A και B ασυμβίβαστα αν ισχύει $A \cap B = \varnothing$.**

============== =============== ============== ======

Παραδείγματα ασυμβίβαστων ενδεχομένων:

- Τα A και A' είναι ασυμβίβαστα διότι $A \cap A' = \varnothing$.
- Τα $A–B$ και $A \cap B$ διότι $(A–B) \cap (A \cap B) = \varnothing$.
- Τα $A–B$ και $B–A$ διότι $(A–B) \cap (B–A) = \varnothing$.

======================== ============= =========== =====

Ορισμός 5. **Κλασικός ορισμός πιθανότητας**

Έστω Ω ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα. Τότε ορίζουμε ως πιθανότητα του ενδεχομένου A τον αριθμό $P(A)$ για τον οποίο ισχύει:

$$P(A) = \frac{\text{Πλήθος ευνοϊκών περιπτώσεων}}{\text{Πλήθος όλων των δυνατών περιπτώσεων}}$$

Ισοδύναμα γράφουμε: $P(A) = \dfrac{N(A)}{N(\Omega)}$.

Ο παραπάνω ορισμός έχει τρεις συνέπειες:

1. $P(\Omega) = \dfrac{N(\Omega)}{N(\Omega)} = 1$
2. $P(\varnothing) = \dfrac{0}{N(\Omega)} = 0$
3. $0 \leq P(A) \leq 1$

=========================== ==========================

ΚΑΝΟΝΕΣ ΛΟΓΙΣΜΟΥ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

- Για δύο ασυμβίβαστα μεταξύ τους ενδεχόμενα A και B ισχύει: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- Για οποιοδήποτε ενδεχόμενο A ισχύει: $P(A) = 1 - P(A')$.
- Για δύο οποιαδήποτε ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
- Για δύο οποιαδήποτε ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει: $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A \cap B')$.
- Αν $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$
- $P(A - B) = P(A \cap B')$.

=================== ======================= ===========

Άσκηση 2

Μια τσάντα του γκολφ έχει 3 κόκκινα, 4 μπλε και 6 άσπρα μπαστούνια. Τραβάμε στην τύχη ένα μπαστούνι.

Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων:

A: Το μπαστούνι είναι κόκκινο

B: Το μπαστούνι δεν είναι κόκκινο

$Γ$: Το μπαστούνι είναι άσπρο

$Δ$: Το μπαστούνι είναι κόκκινο ή άσπρο

Λύση

Θα έχουμε:

$$N(\Omega) = 3 + 4 + 6 = 13$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{13}$$

$$P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{13} = \frac{10}{13}$$

$$P(\Gamma) = \frac{N(\Gamma)}{N(\Omega)} = \frac{6}{13}$$

$$P(\Delta) = \frac{N(\Delta)}{N(\Omega)} = \frac{9}{13}$$

===================== =============== ========== == ===

==================== ================ ============== ==

Άσκηση 3

Στο Τμήμα Πολιτικής Επιστήμης, η πιθανότητα να **μην** περάσει ένας φοιτητής το μάθημα της Στατιστικής είναι διπλάσια, από την πιθανότητα να το περάσει. Να υπολογιστεί η πιθανότητα να περάσει κάποιος φοιτητής το μάθημα της Στατιστικής.

Λύση

Θεωρούμε τα προφανώς αντίθετα ενδεχόμενα:

A: ο φοιτητής περνά το μάθημα της Στατιστικής

A': ο φοιτητής δεν περνά το μάθημα της Στατιστικής

Και φυσικά αναζητούμε την πιθανότητα $P(A)$.

Αλλά σαν δεδομένο έχουμε την σχέση:

$$P(A') = 2P(A) \tag{1}$$

Επίσης μας είναι γνωστό ότι:

$$P(A') = 1 - P(A) \tag{2}$$

Αφού τα πρώτα μέλη των (1) και (2) είναι ίσα θα είναι και τα δεύτερα. Επομένως:

$$2P(A) = 1 - P(A) \;\; ή \;\; 3P(A) = 1 \;\; ή \;\; P(A) = \frac{1}{3}$$

========== ====== ==================== ========== ======= =====

==================== =============== ========= ===== == =

Άσκηση 4

Μια μαθητική τάξη, έχει 10 αγόρια και 14 κορίτσια. Τα μισά αγόρια και τα μισά κορίτσια έχουν μαύρα μάτια. Παίρνουμε στην τύχη από αυτή την τάξη ένα μαθητευόμενο άτομο. Να βρείτε την πιθανότητα το άτομο αυτό να είναι αγόρι ή να έχει μαύρα μάτια.

Λύση

Προβαίνουμε στον ορισμό των εξής ενδεχομένων:

A: αγόρι

K: κορίτσι

M: μαύρα μάτια

Τότε θα έχουμε:

$$N(\Omega) = 10 + 14 = 24$$

$$P(A) = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

$$P(M) = \frac{N(M)}{N(\Omega)} = \frac{5+7}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

Ωστόσο αυτό που αναζητούμε είναι η πιθανότητα $P(A \Theta M)$. Επειδή όμως τα A και M δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους ισχύει η σχέση:

$$P(A \Theta M) = P(A) + P(M) - P(A \mathrm{H} M)$$

Σε αυτή τη σχέση μοναδικός άγνωστος είναι ο τελευταίος όρος $P(A \mathrm{H} M)$ για τον οποίο έχουμε:

$$P(A \mathrm{H} M) = \frac{N(A \mathrm{H} M)}{N(\Omega)} = \frac{5}{24}$$

Έτσι για τη ζητούμενη πιθανότητα έχουμε:

$$P(A \Theta M) = \frac{5}{12} + \frac{1}{2} - \frac{5}{24} = \frac{17}{24}$$

================== =========================== ======

================ ================ ========= ========== ==

Άσκηση 5

Αν K και L είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω, να δείξετε ότι ισχύει:

$$P(K \cup L) + P(K \cap L) = P(K) + P(L).$$

Λύση

Προφανώς δεν είναι δυνατόν να υποθέσουμε ότι τα K και L είναι δύο ανεξάρτητα ενδεχόμενα, αλλά ότι είναι δύο οποιαδήποτε ενδεχόμενα και επομένως ισχύει η γνωστή σχέση

$$P(K \cup L) = P(K) + P(L) - P(K \cap L).$$

Αλλά τότε ξεκινώντας από το πρώτο μέλος της αποδεικτέας θα έχουμε:

$$P(K \cup L) + P(K \cap L) = P(K) + P(L) - P(K \cap L) + P(K \cap L) = P(K) + P(L).$$

======================= =================== ======== ==

================ ================== =========== ===== ==

Άσκηση 6

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε δύο ζάρια και τα ρίχνουμε ταυτόχρονα μια φορά. Τι είναι πιθανότερο να φέρουμε, άθροισμα 6 ή άθροισμα 7;

Λύση

Επειδή έχουμε δύο ζάρια με 6 όψεις έκαστο, και επειδή αυτά ρίπτονται ταυτόχρονα ο δειγματικός μας χώρος θα αποτελείται από $6\times 6 = 36$ ζευγάρια.

Δηλ. θα είναι

$$\Omega = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), \ldots, (6, 6)\}.$$

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

A: το άθροισμα των δύο ενδείξεων είναι 7

B: το άθροισμα των δύο ενδείξεων είναι 6

Τότε όμως τα σύνολα A και B είναι:

$$A = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}.$$

$$B = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}.$$

Επομένως, $P(A) = \dfrac{N(A)}{N(\Omega)} = \dfrac{6}{36}$ και $P(B) = \dfrac{N(B)}{N(\Omega)} = \dfrac{5}{36}$

========================== ================= === === =====

============= ================== ========= =======

Άσκηση 7

Σε κάποιο χωριό το 20% των νοικοκυριών δεν έχει τηλεόραση, το 30% δεν έχει βίντεο, ενώ το 15 % δεν έχει ούτε το ένα ούτε το άλλο. Παίρνουμε στην τύχη ένα νοικοκυριό. Ποια η πιθανότητα να έχει και βίντεο και τηλεόραση;

Λύση

Έστω τα ενδεχόμενα:

T: το νοικοκυριό δεν έχει τηλεόραση

V: το νοικοκυριό δεν έχει βίντεο

Αλλά τότε για τις αντίστοιχες πιθανότητες της άσκησης έχουμε:

$$P(T) = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \qquad (1)$$

$$P(V) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} \qquad (2)$$

$$P(T \cap V) = \frac{15}{100} \qquad (3)$$

Και η ζητούμενη πιθανότητα προφανώς είναι η: $P(T' \cap V')$ η οποία όμως λόγω του πρώτου κανόνα του De Morgan (βλ. σχέση 5 ΣΤΗΝ ΑΡΧΗ), γίνεται:

$$P(T' \cap V') = P[(T \cup V)'] = 1 - P(T \cup V)$$

$$= 1 - [P(T) + P(V) - P(T \cap V)]$$

$$= 1 - \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{10} - \frac{15}{100}\right) = 1 - \frac{1}{5} - \frac{3}{10} + \frac{15}{100} = \frac{115}{100} - \frac{50}{100} = \frac{65}{100}$$

================== ============== ======= ======= =

============= ======================= ============= =====

ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ

Ορισμός 6. Θα λέμε δύο ενδεχόμενα *Α* και *Β* ενός δειγματικού χώρου *Ω* ανεξάρτητα, αν η πραγματοποίηση του ενός δεν επηρεάζεται από την πραγματοποίηση ή μη του άλλου. Δηλ. ισχύει:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B).$$

=============== ========================= =============

Άσκηση 8

Μέσα σε ένα κιβώτιο έχουμε 12 άσπρα και 18 μαύρα σφαιρίδια. Βγάζουμε στην τύχη δύο σφαιρίδια, το ένα διαδοχικά μετά το άλλο, επανατοποθετώντας όμως το πρώτο σφαιρίδιο μέσα στο κιβώτιο. Να βρείτε τις πιθανότητες:

1. Το πρώτο σφαιρίδιο να είναι άσπρο και το δεύτερο μαύρο
2. Και τα δύο σφαιρίδια να είναι άσπρα
3. Και τα δύο σφαιρίδια να είναι μαύρα

Λύση

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

A: Το πρώτο σφαιρίδιο είναι άσπρο

B: Το δεύτερο σφαιρίδιο είναι άσπρο

Προφανώς τότε $P(A) = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$ και $P(B) = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$

1. Εδώ προφανώς αναζητούμε την πιθανότητα $P(A \cap B')$ για την οποία έχουμε: $P(A \cap B') = P(A)P(B') = \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$.

2. Εδώ αναζητούμε την πιθανότητα $P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$.

3. Εδώ αναζητούμε την πιθανότητα $P(A' \cap B') = P(A')P(B') = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$.

========================== ======================== === =

Άσκηση 9

Έστω ότι διαθέτουμε ένα ζάρι, ένα νόμισμα και μια τράπουλα 52 φύλλων. Ρίχνουμε πρώτα το ζάρι, μετά το νόμισμα και τέλος τραβάμε από την τράπουλα ένα χαρτί.

Να υπολογιστεί η πιθανότητα το ζάρι να είναι το 4, το νόμισμα «γράμματα», και το φύλλο 10.

Λύση

Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A: Το ζάρι είναι το 4

B: Το νόμισμα είναι «γράμματα»

Γ: Το φύλλο είναι το 10

Τα ενδεχόμενα A, B, Γ είναι σαφές ότι είναι ανεξάρτητα ενδεχόμενα.
Προφανώς ζητείται η πιθανότητα $P(A \cap B \cap \Gamma)$ για την οποία είναι:

$$P(A \cap B \cap \Gamma) = P(A)\,P(B)\,P(\Gamma) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{52} = \frac{1}{156}$$

====================== =========== ======= = == ==

ΔΕΣΜΕΥΜΕΝΗ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ

Ορισμός 7. Θα λέμε δεσμευμένη πιθανότητα του A υπό τη συνθήκη B και θα το συμβολίζουμε με

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \qquad \textbf{(1)}$$

όπου A και B είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω.

========================= =================== =====

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

Αλλά από τη σχέση (1) μπορεί να προκύψει η σχέση

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A \mid B) \qquad (2)$$

η οποία ονομάζεται και **πολλαπλασιαστικός νόμος των πιθανοτήτων**.

================= ================ ========= ====== === =

======================= ================= ===== = =

Άσκηση 10

Σε μια βιοτεχνία το 40% είναι άνδρες και το 60% είναι γυναίκες. Από τους άνδρες το 50% καπνίζει, ενώ από τις γυναίκες καπνίζει μόνον το 30%. Επιλέγουμε στην τύχη ένα άτομο που καπνίζει, τότε ποια είναι η πιθανότητα αυτό το άτομο να είναι άνδρας;

Λύση

Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

K: το άτομο καπνίζει

A: το άτομο είναι άνδρας

Γ: το άτομο είναι γυναίκα

Και είναι σαφές ότι αυτά τρία ενδεχόμενα δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους. Ωστόσο, τα δεδομένα μας είναι τα εξής:

$$P(A) = 0,4$$
$$P(\Gamma) = 0,6$$
$$P(K \mid A) = 0,5$$
$$P(K \mid \Gamma) = 0,3$$

Η ζητούμενη δεσμευμένη πιθανότητα προφανώς είναι η $P(A \mid K)$ για την οποία ισχύει:

$$P(A \mid K) = \frac{P(A \cap K)}{P(K)} = \frac{P(A)P(K \mid A)}{P(K)} =$$

$$= \frac{0,4 \times 0,5}{0,4 \times 0,5 + 0,6 \times 0,3} = \frac{0,2}{0,2 + 0,18} = \frac{0,2}{0,38} = \frac{20}{38} = \frac{10}{19}$$

Τέλος Ενότητας

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης